

МЕТОДИКА КОРЕКЦІЯ РІЗКОСТІ ЗОБРАЖЕННЯ

Розглядається математична модель отримання нерізкого зображення та методи для корекції різкості методом регуляризації Тихонова і двомірного перетворення Фур'є для систем поелементного опрацювання інформації.

The mathematical model is getting unsharp images and methods for correction of field Tikhonov regularization method and two-dimensional Fourier-element systems for processing information.

1. ВСТУП

Корекція різкості зображення в системі поелементного опрацювання може здійснюватися як програмними так і апаратними засобами. Цю операцію можна проводити із застосуванням цифрового фільтру нерізкого маскування. У відповідності з цією процедурою здійснюється опрацювання масиву цифрової інформації, формуючи сигнал зображення шляхом опрацювання декількох пікселів.

Нерізде маскування до теперішнього часу є найпоширенішим і звичним способом корекції різкості. Проте, існують засоби корекції різкості, які здійснюються цифровими методами [1-5].

2. МЕТА РОБОТИ

Дослідити модель отримання нерізкого зображення та методи для корекції різкості методом регуляризації Тихонова і двомірного ПФ для систем поелементного опрацювання інформації.

3. ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ НЕРІЗКОГО ЗОБРАЖЕННЯ

Опишемо математично задачу корекції різкості зображення. На реальному зображенні будь-яка точка через відсутність різкості відображається не в точку, а в дифракційний коло радіуса ρ , що залежить від точності (похибки) фокусування δ .

Площі дифракційних кіл дорівнюють $S=\pi\rho^2$. У результаті деяка інтенсивність $w(\xi, \eta)$, що відповідає точці (ξ, η) неспотвореного зображення, буде «розмазана» по колу радіуса ρ і площі $S=\pi\rho^2$ отрима-

¹ Українська академія друкарства

ного зображення з щільністю інтенсивності $w(\xi, \eta) / \pi\rho^2$ (постійної, в першому наближенні, в межах дифракційного кола).

Інтенсивність в довільній точці зображення $A(x, y)$ буде результатом підсумовування (інтегрування) по всіх колах, які накривають точку $A(x, y)$. Умова накриття точки $A(x, y)$ колом з центром в точці (ξ, η) і радіусом ρ є:

$$\sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2} \leq \rho. \quad (1)$$

У результаті інтенсивність в точці $A(x, y)$ дорівнюватиме:

$$g(x, y) = \iint_{\sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2} \leq \rho} \frac{w(\xi, \eta)}{\pi\rho^2} d\xi d\eta. \quad (2)$$

Співвідношення (2) описує математичну задачу отримання нерізкості і є основним в задачі підвищення різкості зображень.

Запишемо (2) у вигляді:

$$\iint_{\sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2} \leq \rho} \frac{w(\xi, \eta)}{\pi\rho^2} d\xi d\eta = g(x, y). \quad (3)$$

Співвідношення (3) є двомірним інтегральним рівнянням I роду відносно $w(\xi, \eta)$. Однак воно записано в нестандартній формі. Перетворимо його до стандартної форми. Запишемо (3) у вигляді:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} k(x - \xi, y - \eta) w(\xi, \eta) d\xi d\eta = g(x, y), \quad (4)$$

$$-\infty < x, y < \infty,$$

де

$$k(x - \xi, y - \eta) = \begin{cases} \frac{1}{\pi\rho^2}, & \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2} \leq \rho, \\ 0 & \text{інакше,} \end{cases} \quad (5)$$

або

$$k(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{\pi\rho^2}, & \sqrt{x^2 + y^2} \leq \rho, \\ 0 & \text{інакше,} \end{cases} \quad (6)$$

Співвідношення (4) є двомірне інтегральне рівняння Фредгольма I роду типу згортки. У ньому $g(x, y)$ – інтенсивність у площині реального (несфокусованого, нерізкого) зображення, яка може бути записана як $g(p(x, y))$, де $p(g)$ – характеристика чутливості реєструючого

пристрою, а $g(p)$ – її зворотна характеристика. Далі, $k(x, y)$ є ядро інтегрального рівняння, причому значення ρ залежить від точності фокусування δ , яке може бути визначено шляхом підбору. Ядро інтегрального рівняння $k(x, y)$ є функцією розсіювання точки. Функція $w(\xi, \eta)$ є шукана інтенсивність, яка була б на зображенні при точному фокусуванні $\delta = 0$ (тобто у випадку неспотвореного зображення).

Після розв'язку рівняння (4) можна відновити вихідне зображення в площині об'єкта (зворотна задача):

$$w'(\xi', \eta') = w(\xi, \eta),$$

$$\xi' = -\frac{f_1}{f_2 + \delta} \xi, \quad \eta' = -\frac{f_1}{f_2 + \delta} \eta. \quad (7)$$

Тут f_1, f_2 - фокусна відстань оптичної системи, δ - похибка фокусування.

Рівняння (4) як двомірне інтегральне рівняння Фредгольма I роду типу згортки може бути розв'язано методом двомірного перетворення Фур'є (ПФ). Розв'язок записується у вигляді двомірного ОПФ:

$$w(\xi, \eta) = \frac{1}{4\pi^2} \int \int_{-\infty}^{\infty} W(\omega_1, \omega_2) e^{-i(\omega_1 \xi + \omega_2 \eta)} d\omega_1 d\omega_2, \quad (8)$$

де ПФ (спектр) розв'язку:

$$W(\omega_1, \omega_2) = \frac{G(\omega_1, \omega_2)}{K(\omega_1, \omega_2)}, \quad (9)$$

а $G(\omega_1, \omega_2)$ і $K(\omega_1, \omega_2)$ – перетворення Фур'є (спектру) правої частини $g(x, y)$ і ядра інтегрального рівняння (4), які відповідно рівні:

$$G(\omega_1, \omega_2) = \int \int_{-\infty}^{\infty} g(x, y) e^{i(\omega_1 x + \omega_2 y)} dx dy, \quad (10)$$

$$K(\omega_1, \omega_2) = \int \int_{-\infty}^{\infty} k(x, y) e^{i(\omega_1 x + \omega_2 y)} dx dy. \quad (11)$$

Ядро $k(x, y)$ виражається у вигляді аналітичної формули (6), тому $K(\omega_1, \omega_2)$ може бути знайдено аналітично згідно (11).

Однак завдання розв'язку рівняння (4) є некоректним. Це пов'язано з тим, що функція $p(x, y)$, а значить і $g(p(x, y))$ вимірюється з похибкою і це веде до надзвичайно великих (в принципі, нескінченно великих) похибок розв'язку $w(\xi, \eta)$. Тому формули (8)-(11) непридат-

ні для отримання стійкого розв'язку рівняння (4). Використовуємо метод регуляризації Тихонова для цієї мети.

Розв'язок рівняння (4) методами двомірного перетворення Фур'є і регуляризації Тихонова має вигляд:

$$w_\alpha(\xi, \eta) = \frac{1}{4\pi^2} \int \int_{-\infty}^{\infty} W_\alpha(\omega_1, \omega_2) e^{-i(\omega_1 \xi + \omega_2 \eta)} d\omega_1 d\omega_2, \quad (12)$$

де

$$W_\alpha(\omega_1, \omega_2) = \frac{K(-\omega_1, -\omega_2)G(\omega_1, \omega_2)}{L(\omega_1, \omega_2) + \alpha M(\omega_1, \omega_2)}, \quad (13)$$

$$L(\omega_1, \omega_2) = |K(\omega_1, \omega_2)|^2 = K(\omega_1, \omega_2)K(-\omega_1, -\omega_2),$$

$$M(\omega_1, \omega_2) = (\omega_1^2 + \omega_2^2),$$

$\alpha > 0$ - параметр регуляризації.

Розв'язок (12)-(13) при правильно вибраних значеннях ρ і δ володіє стійкістю і достатньою роздільною здатністю.

Для вирішення завдання підвищення різкості зображень та вибору значення α найбільш ефективний спосіб підбору.

Він полягає в наступному. Із зменшенням α контраст відновлюваного зображення збільшується, але зменшується стійкість, а зі збільшенням α , навпаки, контраст зображення зменшується, а його стійкість збільшується. Отже, повинно бути вибрано деяке проміжне значення α . При цьому при виборі α слід залучати не стільки математичні, скільки фізіологічні критерії. Цей ефект аналогічний налаштуванню контрасту телевізійного зображення.

Формально спосіб підбору полягає в наступному. Задаємо ряд значень α :

$$\alpha = \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n.$$

При кожному α обчислюємо $w_\alpha(\xi) \equiv w_\alpha(\xi, y)$, визначаємо розв'язок $w_\alpha(\xi, y)$ і вибираємо те значення α , при якому рішення $w_\alpha(\xi, y)$ є найбільш стійким і/або правдоподібним.

Завдання реконструкції зображення зводиться до багаторазового розв'язання інтегрального рівняння (8) методом регуляризації Тихонова згідно формул (12), (13) при деякому значенні α , причому потрібно отримати стільки рішень $w_\alpha(\xi) \equiv w_\alpha(\xi, y)$, скільки задано значень y .

Загальний підхід до розв'язання (4) і питання стійкого обчислення інтегралу (8), ґрунтується на використанні стабілізуючого множника у вигляді $f^F(\mathbf{w}; \alpha) = e^{-\alpha^2 \|\mathbf{w}\|^2}$, $\alpha > 0$. При такому стабілізуючому множ-

нику параметр регуляризації α безпосередньо зв'язаний із рівнем точності вхідних даних δ , що дозволяє записати:

$$W_{\alpha\delta}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2\pi} \int_{|\boldsymbol{\omega}| < \omega_0} f(\boldsymbol{\omega}) f^F(\boldsymbol{\omega}, \delta) e^{-i(\boldsymbol{\omega}, \mathbf{x})} d\boldsymbol{\omega},$$

$$\alpha = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \delta^{1-\varepsilon}, \quad (14)$$

$$\omega_0 \approx \pi \delta^{\varepsilon-1},$$

$$0 < \varepsilon < 1.$$

При заданому значенні $|\boldsymbol{\omega}| \geq \omega_0$ рівень амплітуди підінтегральної функції зменшується в e^2 разів. Крім того, при $\delta \rightarrow 0$ регуляризований розв'язок $W_{\alpha\delta}(\mathbf{x})$ прямує до $W(\mathbf{x})$ майже для всіх $\mathbf{x} \in R_n$. Таким чином, отримане співвідношення дозволяє проводити автоматичне підвищення різкості в задачах корекції різкості зображень.

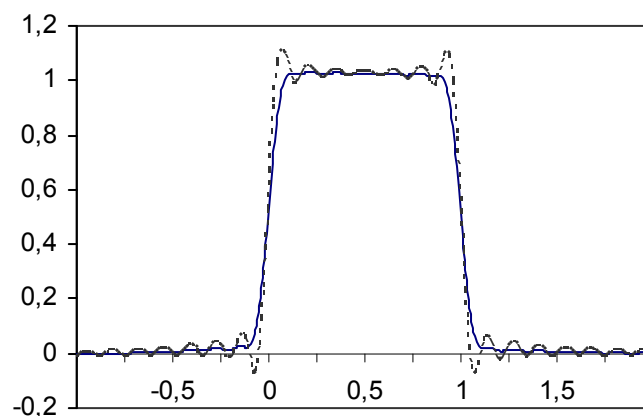


Рис. 1. Відновлення функції $W(x) = H(x)H(1-x)$

На рис. 1 показано приклад відновлення функції $W(x) = H(x)H(1-x)$ за відомою $f(\omega) = \frac{e^{i\omega} - 1}{i\omega} + \frac{\sin^2(1-\omega)}{(1-\omega)^2} \delta^2$,

$\delta=0,05$, використовуючи формули середніх прямокутників при обчисленні інтеграла (14). При цьому пунктирною лінією зображено відповідні результати без регуляризації. Проведені числові розрахунки по-

казують, що запропонована методика зменшує похибку розв'язку в декілька разів.

4. ВИСНОВКИ

1. Аналіз отримання дефокусованих зображень показав, що задача розв'язку обернених рівнянь є некоректною (сильно нестійкою) і для ефективного її вирішення потрібно використовувати методи отримання стійких рішень. Показано, що в даному випадку можна використовувати методи регуляризації Тихонова і перетворення Фур'є.

2. Показано, що вирішення завдань підвищення різкості зображення можна розглядати як одну з обернених задач оптики.

3. Таким чином, завдання підвищення різкості зведено до багаторазового розв'язку відповідного інтегрального рівняння методом регуляризації Тихонова і двомірного перетворення Фур'є згідно запропонованих формул.

1. Бейтс Р. Восстановление и реконструкция изображений. / Бейтс Р., Мак-Доннелл М.// – М.: Мир, 1989. 2. Беликова Т.П. Некоторые методы цифрового препарирования изображений // Цифровая обработка сигналов и ее применение.– М.: Наука, 1981. – С.87–98. 3. Шлезингер М.И. Математические средства обработки изображений. – К.: Наукова думка, 1989. – 200 с. 4. Васильев К.К. Методы фильтрации многомерных случайных полей / Васильев К.К., Крашенинников В.Р.// – Саратов: ИСУ, 1990. – 126с. 5. Шлезингер М.И. Математические средства обработки изображений. – К.: Наукова думка, 1989. – 200 с.