

УДК 622.2

Р.В. Соболевський,

кандидат технічних наук, доцент

# ОПТИМІЗАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕХНОЛОГІЇ ВИДОБУВАННЯ ДЕКОРАТИВНОГО КАМЕНЮ

Рассмотрена и проанализирована методика и алгоритм для обеспечения повышения выхода блочной продукции и снижения потерь и отходов сырья при добыче декоративного камня.

Considered and analyzed the methodology and algorithm for improving output block output and reducing losses and waste material in the extraction of ornamental stone

**Вступ.** Аналіз сучасного стану каменедобувної галузі України дозволяє виявити низьку якість та невідповідність світовим стандартам кам'яних блоків і кам'яної продукції вітчизняних каменедобувних і каменеобробних підприємств, що зумовлено недосконалістю технології видобування блоків та негативним впливом останньої на технологічні, фізико-технічні і декоративні властивості сировини. Однією з основних причин, яка зумовлює погіршення властивостей каменю, є недостатнє врахування особливостей будови масиву та його впливу на якість блоків під час їх видобування, а також недосконалі технічні і технологічні розробки комплексного використання сировини.

Отже, створення ефективних технологій видобування блоків можливе лише у разі ретельного вивчення та врахування тріщинуватості масиву під час розробки технологічних комплексів. Таким чином, створення математичної моделі форми природної окремої на основі визначення закономірностей розвитку тріщинуватості масивів на підставі гірничо-геометричного аналізу структур покладів декоративного каменю з метою зменшення його втрат і підвищення раціональності його використання є актуальним науковим завданням.

**Мета роботи.** Математичне моделювання форм природних окремої з метою оптимізації технології видобування декоративного каменю.

**Аналіз досліджень публікації.** Під час видобування та обробки декоративного каменю досить суттєвим чинником є зміна його властивостей за-

лежно від орієнтації граней блока відносно тріщин окремої. Різниця властивостей декоративного каменю впливає на економічність процесів добування та обробки, що робить досить актуальним оптимізаційне моделювання процесів видобування. Дослідженням цих властивостей каменю займалися М.Т. Бакка [1, 2], І.В. Ільченко [1], Ю.Г. Карасьов [2], В.В. Котенко [3] та ряд інших науковців. Проте слід зазначити, що висвітлення цього питання в літературі є досить обмеженим.

**Викладення основного матеріалу дослідження.** Початковою стадією виготовлення продукції з декоративного каменю є добування блоків, яке здійснюється різними способами. Найпоширенішими способами добування високоміцного декоративного каменю є тріщиноутворюючі способи, які ґрунтуються на розколюванні масиву гірської породи, а однією з найбільш енерго-, ресурсо- та трудомістких операцій виготовлення продукції з декоративного каменю беззаперечно є розпилювання блоків. Слід зауважити, що при визначенні орієнтації площини розпилювання, а відповідно і більшої грані блока, відносно систем тріщин слід підходити індивідуально стосовно кожного родовища, забезпечуючи максимальне врахування технологічних, технічних і економічних чинників.

Оптимізація технології видобування блоків декоративного каменю вимагає створення максимально точної тривимірної моделі природної окремої, в основі якої лежатимуть поверхні, які відповідають перетину відповідних трьох вільних площин, утворених під час підготовки декоративного каменю до виймання, з тріщинами та цих тріщин між собою, в результаті чого утворюється багатогранник  $ABCDEFGH$  (рис. 1).

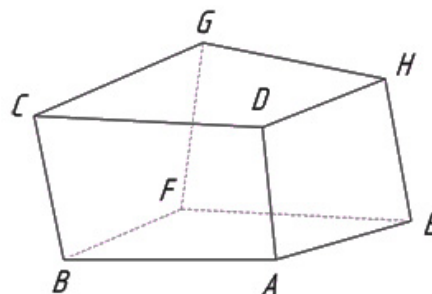


Рисунок 1. Багатогранник, утворений перетином вільних площин і тріщин у масиві

Координати відповідних точок

$$A(a_1, a_2, a_3), B(b_1, b_2, b_3), C(\tilde{n}_1, \tilde{n}_2, \tilde{n}_3),$$

$$D(d_1, d_2, d_3), E(e_1, e_2, e_3), G(g_1, g_2, g_3), H(h_1, h_2, h_3)$$

можуть бути визначені за результатами безпосередніх вимірювань, а координати точки  $F$  явно визначити неможливо, що зумовлено її розташуванням у середині масиву. Виконаємо деякі спрощення: перенесемо початок координат в точку  $A$ . Тоді координати відомих точок становитимуть:

$$A(a_1 - a_1, a_2 - a_2, a_3 - a_3), B(b_1 - a_1, b_2 - a_2, b_3 - a_3), C(c_1 - a_1, c_2 - a_2, c_3 - a_3), \\ D(d_1 - a_1, d_2 - a_2, d_3 - a_3), E(e_1 - a_1, e_2 - a_2, e_3 - a_3), G(g_1 - a_1, g_2 - a_2, g_3 - a_3), \\ H(h_1 - a_1, h_2 - a_2, h_3 - a_3).$$

Наприклад позначивши:  $b_1 - a_1 = b_1'$ , і так далі, отримаємо:

$$A(0,0,0), B(b_1', b_2', b_3'), C(\tilde{c}_1', \tilde{c}_2', \tilde{c}_3'), D(d_1', d_2', d_3'), E(e_1', e_2', e_3'), G(g_1', g_2', g_3'), H(h_1', h_2', h_3')$$

Рівняння відповідних площин матиме вигляд:

$$BCG: \begin{cases} K_1(x - b_1') + L_1(y - b_2') + M_1(z - b_3') = 0, \\ K_1(c_1' - b_1') + L_1(c_2' - b_2') + M_1(c_3' - b_3') = 0, \Rightarrow K_1'x + L_1'y + M_1'z + N_1' = 0, \\ K_1(g_1' - b_1') + L_1(g_2' - b_2') + M_1(g_3' - b_3') = 0; \end{cases}$$

$$GHE: \begin{cases} K_2(x - g_1') + L_2(y - g_2') + M_2(z - g_3') = 0, \\ K_2(h_1' - g_1') + L_2(h_2' - g_2') + M_2(h_3' - g_3') = 0, \Rightarrow K_2'x + L_2'y + M_2'z + N_2' = 0, \\ K_2(e_1' - g_1') + L_2(e_2' - g_2') + M_2(e_3' - g_3') = 0; \end{cases}$$

$$ABE: \begin{cases} K_3(x - a_1') + L_3(y - a_2') + M_3(z - a_3') = 0, \\ K_3(b_1' - a_1') + L_3(b_2' - a_2') + M_3(b_3' - a_3') = 0, \Rightarrow K_3'x + L_3'y + M_3'z = 0, \\ K_3(e_1' - a_1') + L_3(e_2' - a_2') + M_3(e_3' - a_3') = 0; \end{cases}$$

$$ADH: \begin{cases} K_4(x - a_1') + L_4(y - a_2') + M_4(z - a_3') = 0, \\ K_4(d_1' - a_1') + L_4(d_2' - a_2') + M_4(d_3' - a_3') = 0, \Rightarrow K_4'x + L_4'y + M_4'z = 0, \\ K_4(h_1' - a_1') + L_4(h_2' - a_2') + M_4(h_3' - a_3') = 0; \end{cases}$$

$$ABD: \begin{cases} K_5(x - a_1') + L_5(y - a_2') + M_5(z - a_3') = 0, \\ K_5(b_1' - a_1') + L_5(b_2' - a_2') + M_5(b_3' - a_3') = 0, \Rightarrow K_5'x + L_5'y + M_5'z = 0, \\ K_5(d_1' - a_1') + L_5(d_2' - a_2') + M_5(d_3' - a_3') = 0; \end{cases}$$

$$CDH: \begin{cases} K_6(x - c_1') + L_6(y - c_2') + M_6(z - c_3') = 0, \\ K_6(d_1' - c_1') + L_6(d_2' - c_2') + M_6(d_3' - c_3') = 0, \Rightarrow K_6'x + L_6'y + M_6'z + N_6' = 0, \\ K_6(h_1' - c_1') + L_6(h_2' - c_2') + M_6(h_3' - c_3') = 0; \end{cases}$$

Це дає можливість визначити координати точки  $F(f_1', f_2', f_3')$  як точки перетину трьох площин:

$BCG$ ,  $GHE$  та  $ABE$  з наступної системи рівнянь:

$$\begin{cases} K_1'x + L_1'y + M_1'z + N_1' = 0, \\ K_2'x + L_2'y + M_2'z + N_2' = 0, \Rightarrow (f_1', f_2', f_3') \\ K_3'x + L_3'y + M_3'z = 0; \end{cases}$$

Одержані координати всіх характерних точок природної окремоті дозволяють обрахувати об'єм як всієї окремоті (багатогранник ABCDEFGH), так і окремих блоків. Для полегшення розрахунків доцільно виконати диференціацію моделі природної окремоті на простіші фігури, об'єми яких можна розрахувати, скориставшись стандартними формулами. В основу диференціації буде покладена мінімальна відстань від площини ADH до однієї з точок B, C, F, G, яка визначається з виразу.

$$\text{Для точки B: } d_B = \frac{1}{\sqrt{(K'_4)^2 + (L'_4)^2 + (M'_4)^2}} (b'_1 \cdot K'_4 + b'_2 \cdot L'_4 + b'_3 \cdot M'_4),$$

$$\text{C: } d_c = \frac{1}{\sqrt{(K'_4)^2 + (L'_4)^2 + (M'_4)^2}} (c'_1 \cdot K'_4 + c'_2 \cdot L'_4 + c'_3 \cdot M'_4),$$

$$\text{F: } d_F = \frac{1}{\sqrt{(K'_4)^2 + (L'_4)^2 + (M'_4)^2}} (f'_1 \cdot K'_4 + f'_2 \cdot L'_4 + f'_3 \cdot M'_4),$$

$$\text{G: } d_G = \frac{1}{\sqrt{(K'_4)^2 + (L'_4)^2 + (M'_4)^2}} (g'_1 \cdot K'_4 + g'_2 \cdot L'_4 + g'_3 \cdot M'_4).$$

І через точку, відстань від якої до площини є мінімальною, наприклад точка B, будується площина паралельна площині ADH, рівняння якої має вигляд:

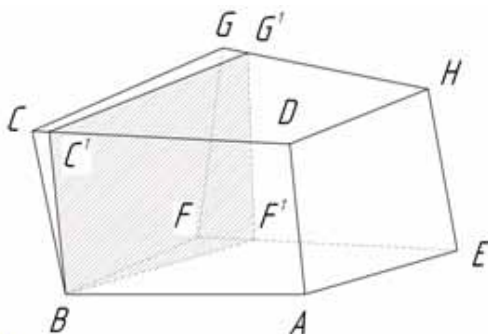
$$\begin{aligned} K'_4(x - b'_1) + L'_4(y - b'_2) + M'_4(z - b'_3) &= 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow K'_4x + L'_4y + M'_4z - (K'_4b'_1 + L'_4b'_2 + M'_4b'_3) &= 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow K'_4x + L'_4y + M'_4z + N'_4 &= 0. \end{aligned}$$

Таким чином утвориться новий багатогранник:  $ABC^1DEF^1G^1H$  (рис. 2), де координати нових точок  $C^1, F^1, G^1$  визначаються з розв'язку відповідних систем рівнянь:

$$C^1: \begin{cases} K'_5x + L'_5y + M'_5z = 0, \\ K'_6x + L'_6y + M'_6z + N'_6 = 0, \Rightarrow (c'_1, c'_2, c'_3), \\ K'_4x + L'_4y + M'_4z + N'_4 = 0; \end{cases}$$

$$F^1: \begin{cases} K'_3x + L'_3y + M'_3z = 0, \\ K'_2x + L'_2y + M'_2z + N'_2 = 0, \Rightarrow (f'_1, f'_2, f'_3), \\ K'_4x + L'_4y + M'_4z + N'_4 = 0; \end{cases}$$

$$G^1: \begin{cases} K'_2x + L'_2y + M'_2z + N'_2 = 0, \\ K'_6x + L'_6y + M'_6z + N'_6 = 0, \Rightarrow (g'_1, g'_2, g'_3), \\ K'_4x + L'_4y + M'_4z + N'_4 = 0; \end{cases}$$



Площу багатогранника  $ABC^1DEF^1G^1H$  можна визначити з виразу:

$$V_{ABC^1DEF^1G^1H} = \frac{d_B}{3} (S_{ADHE} + S_{B^1F^1G^1} + \sqrt{S_{ADHE} \cdot S_{B^1F^1G^1}}),$$

Рисунок 2. Багатогранник  $ABC^1DEF^1G^1H$

де

$$S_{ADHE} = \frac{1}{2} \sqrt{(h_1')^2 + (h_2')^2 + (h_3')^2} \cdot \sqrt{(d_1' - e_1')^2 + (d_2' - e_2')^2 + (d_3' - e_3')^2} \times$$

$$\times \sqrt{1 - \frac{(h_1'(d_1' - e_1') + h_2'(d_2' - e_2') + h_3'(d_3' - e_3'))^2}{((h_1')^2 + (h_2')^2 + (h_3')^2) \cdot ((d_1' - e_1')^2 + (d_2' - e_2')^2 + (d_3' - e_3')^2)}}$$

$$S_{B'F'G'} = \frac{1}{2} \sqrt{(b_1' - g_1')^2 + (b_2' - g_2')^2 + (b_3' - g_3')^2} \times$$

$$\times \sqrt{(c_1' - f_1')^2 + (c_2' - f_2')^2 + (c_3' - f_3')^2} \times$$

$$\times \sqrt{1 - \frac{((b_1' - g_1')(c_1' - f_1') + (b_2' - g_2')(c_2' - f_2') + (b_3' - g_3')(c_3' - f_3'))^2}{((b_1' - g_1')^2 + (b_2' - g_2')^2 + (b_3' - g_3')^2) \cdot ((c_1' - f_1')^2 + (c_2' - f_2')^2 + (c_3' - f_3')^2)}}$$

Щоб обчислити об'єм багатогранника  $ABCDEFGH$ , необхідно визначити об'єм фігури  $BCGFC'G'F'$ . Розіб'ємо цю фігуру на два багатогранники  $BCGFC'G'$  та  $BFGF'G'$  (рис. 3), провівши площину через точки  $BGG'$ .

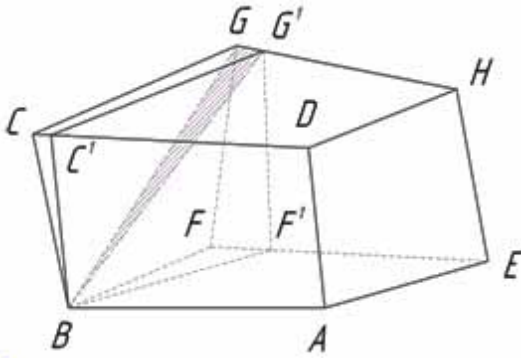


Рисунок 3. Два багатогранники  $BCGFC'G'$  та  $BFGF'G'$ , утворенні площиною  $BGG'$

Відповідно їх об'єми будуть становити:

$$1) V_{BCGG'N} = \frac{1}{3} d_{BCGG'N} \cdot S_{CGG'C'}$$

$$\text{де } d_{BCGG'N} = \frac{1}{\sqrt{(K_6')^2 + (L_6')^2 + (M_6')^2}} (b_1' \cdot K_6' + b_2' \cdot L_6' + b_3' \cdot M_6')$$

$$S_{CGG'C'} = \frac{1}{2} \sqrt{(c_1' - g_1')^2 + (c_2' - g_2')^2 + (c_3' - g_3')^2} \times$$

$$\times \sqrt{(c_1' - g_1')^2 + (c_2' - g_2')^2 + (c_3' - g_3')^2} \times$$

$$\times \sqrt{1 - \frac{((c_1' - g_1')(c_1' - g_1') + (c_2' - g_2')(c_2' - g_2') + (c_3' - g_3')(c_3' - g_3'))^2}{((c_1' - g_1')^2 + (c_2' - g_2')^2 + (c_3' - g_3')^2) \cdot ((c_1' - g_1')^2 + (c_2' - g_2')^2 + (c_3' - g_3')^2)}}$$

$$2) V_{BGG'F'F} = \frac{1}{3} d_{BGG'F'F} \cdot S_{BGG'F'F}$$

$$d_{BGG^1F^1F} = \frac{1}{\sqrt{(K_2')^2 + (L_2')^2 + (M_2')^2}} (b_1' \cdot K_2' + b_2' \cdot L_2' + b_3' \cdot M_2')$$

$$S_{G^1F^1F} = \frac{1}{2} \sqrt{(f_1' - g_1')^2 + (f_2' - g_2')^2 + (f_3' - g_3')^2} \times$$

$$\times \sqrt{(f_1^1 - g_1^1)^2 + (f_2^1 - g_2^1)^2 + (f_3^1 - g_3^1)^2} \times$$

$$\times \sqrt{1 - \frac{((f_1' - g_1')(f_1^1 - g_1^1) + (f_2' - g_2')(f_2^1 - g_2^1) + (f_3' - g_3')(f_3^1 - g_3^1))^2}{((f_1' - g_1')^2 + (f_2' - g_2')^2 + (f_3' - g_3')^2) \cdot ((f_1^1 - g_1^1)^2 + (f_2^1 - g_2^1)^2 + (f_3^1 - g_3^1)^2)}}.$$

Отже, загальний об'єм багатогранника  $ABCDEFGH$  буде становити:  $V_{ABCDEFGH} = V_{ABC^1DEF^1G^1H} + V_{BCGG^1N^1} + V_{BGG^1F^1F}$ .

Для вирішення проблеми отримання максимального прибутку під час поділу природної окремістості на блоки розглянемо загальний випадок. Нехай блоки – це прямокутні паралелепіпеди з заданими значеннями висоти, довжини і ширини. Тобто нам дано  $n$  типів прямокутних паралелепіпедів з такими параметрами  $(a_i, b_i, c_i)$  – відповідно це висота, довжина і ширина  $i$ -го блоку. Позначимо відповідний стандартний блок  $P_i, i = \overline{1, n}$ . Відповідно кожен блок має собівартість рівну  $g_i$ . Природну окремість потрібно розділити на довільні блоки  $P_i$  залежно від замовлень.

Природна окремість описується фігурою, одержаною в результаті перетину площин тріщин, які беруть участь у її формуванні. Нехай у нас є  $k$ -систем тріщин. Для того щоб описати природну окремішність, ми виділяємо дві пластові площини, що належать системі пластових площин, а інші  $k - 1$  системи площин, які в свою чергу перетинають пластові площини, утворюючи довільний  $t$ -кутник. Тоді утворюється  $t+2$ -гранник  $A_1A_2 \dots A_t B_1B_2 \dots B_t$ , який відповідає досліджуваній природній окремістості (рис. 4).

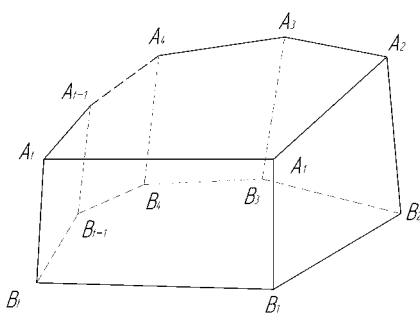


Рисунок 4. Модель природної окремістості, утвореної перетином систем природних тріщин

Позначивши через  $x_i, i = \overline{1, n}$ , відповідну кількість блоків  $P_i$ , на які ділиться окремість, одержимо функцію мети:

$$F(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n g_i x_i \rightarrow \max$$

З наступними обмеженнями на функцію мети:

$$d_j(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n h_j x_i \leq R_j, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}$$

$$x_i \in Z^+, g_i \geq 0, h_j \geq 0, R_j \geq 0.$$

Очевидно, що завдання є NP-повним, з чого можемо зробити висновок, що завдання може бути вирішено тільки комбінаторним методом перебору всіх варіантів, тобто для цього класу завдань необхідне застосування алгоритмів, які з певною ймовірністю (або точністю) та швидкістю дозволяють визначити оптимальні параметри для конкретного випадку. Тому у разі оптимізаційного моделювання технології видобування декоративного каменю необхідно застосовувати індивідуальний підхід до кожного родовища декоративного каменю та окремих його ділянок, виходячи з економічних, технологічних, анізотропних і ресурсних показників.

**Висновок.** Запропонована математична модель форм природних окремістей дає можливість визначення характерних об'ємів з врахуванням закономірностей формування систем тріщин на родовищі та забезпечує (в поєднанні з запропонованим алгоритмом оптимізаційного моделювання розкрою) підвищення ефективності та надійності планування і проведення видобувних робіт, основою чого є можливість визначення оптимальних параметрів розкроювання природної окремістості на стандартні блоки з урахуванням технологічних, структурно-текстурних, декоративних, анізотропних особливостей і орієнтації систем тріщин родовища.

Використана література

1. Бакка Н.Т., Ильченко И.В. Облицовочный камень. Геолого-промышленная и технологическая оценка месторождений: Справочник. – М.: Недра, 1992. – 303 с.
2. Карасев Ю.Г., Бакка Н.Т. Природный камень. Добыча блочного и стенового камня. – С-Пб, 1997. – 420 с.
3. Котенко В.В. Аналіз та дослідження сучасних методів визначення тріщинуватості родовищ облицювального каменю // Вісник ЖІТІ. Серія: Технічні науки. – 2003. – № 1. – С. 218–222.