

УДК 621.454.3.0

В.С. Фоменко, В.Г. Лейко, В.А. Попов, Т.Л. Яблонская

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАСХОДА ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ РДТТ В РАМКАХ ТЕОРИИ СПЕКТРАЛЬНОГО РАЗЛОЖЕНИЯ СТАЦИОНАРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Цель работы состоит в том, чтобы в условиях ограниченной исходной информации построить прогноз расхода продуктов сгорания (давления в камере сгорания) на все время работы РДТТ. Задача решается в рамках теории спектрального разложения стационарного случайного процесса, так как расход продуктов сгорания РДТТ (давление в камере сгорания) в первом приближении можно считать стационарным (в относительном расходе).

Мета роботи полягає в тому, щоб в умовах обмеженої вихідної інформації побудувати прогноз витрати продуктів згорання (тиску в камері згорання) на весь час роботи РДТТ. Завдання вирішено в рамках теорії спектрального розкладання стаціонарного випадкового процесу, оскільки витрату продуктів згорання РДТТ (тиск у камері згорання) у першому наближенні можна вважати стаціонарною (у відносній витраті).

The purpose of work is to estimate consumption of combustion products (pressure inside combustion chamber) for the whole period of operation of solid rocket motor (SRM) with limited amount of input data. The task is solved for the sake of applying of the theory of spectral decomposition of stationary random process, since consumption of solid rocket motor combustion products (pressure in combustion chamber) might be considered stationary in the first approximation (in relative consumption).

Случайные процессы, протекающие во времени приблизительно однородно и имеющие вид непрерывных случайных колебаний вокруг некоторого среднего значения, причем ни средняя амплитуда, ни характер этих колебаний не обнаруживают существенных изменений с течением времени, то есть вероятностные характеристики не зависят от времени (точнее, не меняются при любом сдвиге аргументов, от которых зависят, по оси времени), называют стационарными. Нестационарный процесс характерен тем, что имеет определенную тенденцию развития во времени. Характеристики такого процесса зависят от начала отсчета и времени. На рис. 1, 2 приведена совокупность реализаций (в разных масштабах) явно нестационарного случайного процесса – процесса изменения расхода продуктов сгорания РДТТ I, II ступеней по времени [1, 2].

Расход продуктов сгорания РДТТ по времени определяется рядом параметров: геометрией заряда (поверхностью горения), скоростью горения в зависимости от давления, расходным комплексом. При этом время (реальное) не является аргументом

(независимым параметром), оно само определяется (рассчитывается) в зависимости от сгоревшего свода, скорости горения и т.д.

Независимым параметром (аргументом) является сгоревший свод, точнее, относительное время (относительный расход), определяемое как доля сгоревшего топлива [5]

$$\tau = \frac{\int_{t_{заг}}^t \dot{m}(t) dt}{\omega_{\Sigma}^{бал}}, \quad (1)$$

где $t_{заг}$ – начало истечения; $\dot{m}(t)$ – расход продуктов сгорания по времени; $\omega_{\Sigma}^{бал}$ – баллистическая масса (вес) продуктов сгорания на момент t_n (t_n – полное время работы).

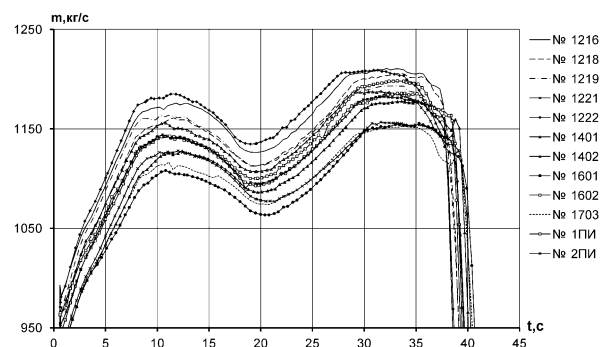


Рис. 1. Расход продуктов сгорания РДТТ I ступени в реальном времени по результатам испытаний

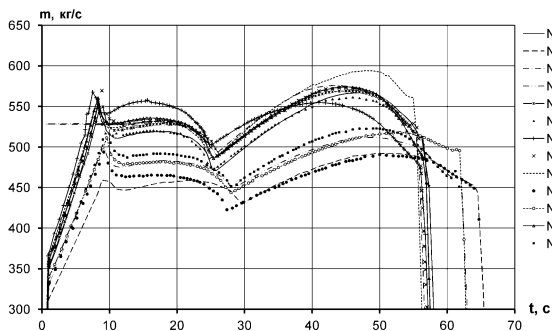


Рис. 2. Расход продуктов сгорания РДТТ II ступени в реальном времени по результатам испытаний

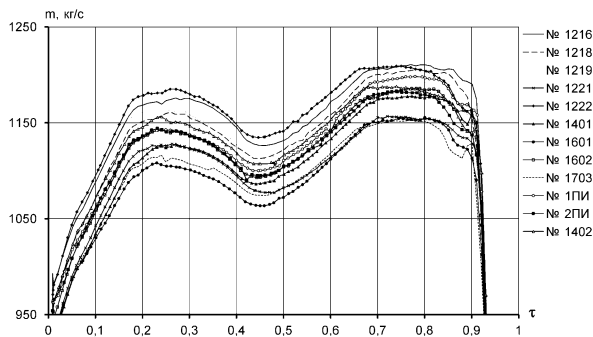


Рис. 3. Расход продуктов сгорания РДТТ I ступени в относительном времени по результатам испытаний

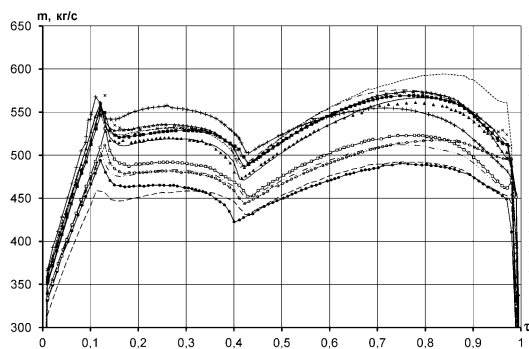


Рис. 4. Расход продуктов сгорания РДТТ II ступени в относительном времени по результатам испытаний

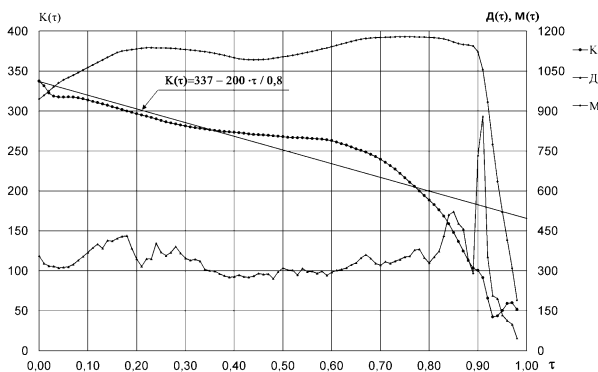


Рис. 5. Корреляционная функция $K(\tau)$, дисперсия $D(\tau)$ и математическое ожидание $M(\tau)$ расхода продуктов сгорания РДТТ I ступени

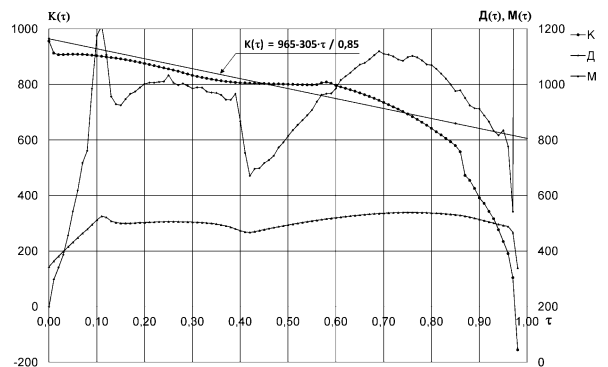


Рис. 6. Корреляционная функция $K(\tau)$, дисперсия $D(\tau)$ и математическое ожидание $M(\tau)$ расхода продуктов сгорания РДТТ II ступени

На рис. 3, 4 приведены те же, что и на рис. 1, 2, реализации расхода продуктов сгорания, но в относительном времени. При этом необходимо иметь в виду, что расход на момент $t_{заг}$ определяется давлением вылета заглушки, а расход на момент t_n определяется принятым на момент окончания работы двигателя давлением в камере сгорания 2 кгс/см^2 , поэтому эти моменты относительного времени в статистическую обработку не включались.

На рис. 5, 6 приведены результаты статистической обработки расхода продуктов сгорания: математическое ожидание $m(\tau)$, дисперсия $D(\tau)$ и корреляционная функция $K(\tau)$, обращает на себя внимание резкое изменение градиента функции $K(\tau)$ в районе $\tau \approx 0,8 - 0,85$.

В данном приложении теории случайных функций к процессу расхода продуктов сгорания РДТТ используются только математическое ожидание, дисперсия и корреляционная функция. Из условия однородности протекания процесса математическое ожидание должно быть постоянным, однако можно всегда перейти к центрированной случайной функции, для которой математическое ожидание равно нулю, то есть условие $m_x(t) = \text{const}$ будет всегда выполнено.

Второе условие – постоянство дисперсий $D_x(t) = \text{const}$ и зависимость корреляционной

функции не от двух аргументов, а от одного, то есть $K_x(t, t+\tau) = K_x(\tau)$. Это условие контролируется постоянством диагоналей корреляционной матрицы и нормированием случайных величин модели процесса.

Анализ результатов статистической обработки позволяет в первом приближении принять гипотезу стационарности процесса расхода продуктов сгорания РДТТ в относительном времени и применить теорию спектрального разложения стационарных случайных процессов. Случайный процесс расхода продуктов сгорания РДТТ может быть представлен в виде канонического (спектрального) разложения [1, 4]

$$\dot{m}_m(\tau) = \dot{m}_{cp}(\tau) + \sum_{\kappa=0}^{\infty} \sqrt{D_{\kappa}} (U_{\kappa} \cos \omega_{\kappa} \tau + V_{\kappa} \sin \omega_{\kappa} \tau), \quad (2)$$

где $\dot{m}_{cp}(\tau)$ – математическое ожидание (среднее) процесса в относительном времени; $\cos \omega_{\kappa} \tau, \sin \omega_{\kappa} \tau$ – координатные функции; U_{κ}, V_{κ} – некоррелированные случайные величины с математическими ожиданиями, равными 0, и дисперсиями, одинаковыми для каждой пары случайных величин с одним и тем же индексом κ и равными единице; $\omega_{\kappa} = \kappa \omega_1$; $\omega_1 = \pi/T$ – частоты спектрального разложения процесса; $K(\tau = t - t_i)$ – корреляционная функция процесса;

$$D_0 = \frac{1}{T} \int_0^T K(\tau) \cdot d\tau \quad \text{при } \kappa \neq 0;$$

$$D_{\kappa} = \frac{2}{T} \int_0^T K(\tau) \cdot \cos \omega_{\kappa} \tau \cdot d\tau,$$

где T – период процесса в относительном времени.

Оценка распределения дисперсий D_{κ} по частотам показала, что четные дисперсии отрицательны, что явно противоречит гипотезе стационарности процесса. Это связано с изменением градиента на $\tau \approx 0,8 - 0,85$ корреляционной функции. Оценка дисперсий D_{κ} по частотам по линейной аппроксимации корреляционной функции ($K(\tau) = 337 - 200\tau/0,8$ для РДТТ I ступени, $K(\tau) = 965 - 305\tau/0,8$ для РДТТ

II ступени, рис. 5, 6) показала, что все четные значения равны нулю, то есть в принципе можно утверждать, что гипотеза стационарности процесса выполняется на $\sim 80-85\%$.

Таким образом, в рамках стационарной спектральной модели процесса задача построения прогноза процесса по его известной части сводится к нахождению неизвестных U_{κ}, V_{κ} нечетных частот, реализовавшихся на известной его части.

Задача решается методом наименьших квадратов

$$\sum_{i=1}^n (\dot{m}_p(\tau_i) - \dot{m}_m(\tau_i))^2 = \min, \quad (3)$$

где $\dot{m}_p(\tau)$ – реализованная часть процесса расхода продуктов сгорания; τ_i – относительное время $i = 0 - n$; $\dot{m}_m(\tau)$ – модель процесса.

Дифференцируя уравнение по неизвестным U_{κ}, V_{κ} , получаем систему линейных уравнений $2m-1$, где m – число нечетных частот ($D \neq 0$) на периоде процесса

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n (\dot{m}_p(\tau_i) - \dot{m}_m(\tau_i)) \frac{d\dot{m}_m(\tau_i)}{dU_{\kappa=0}} &= 0 \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n (\dot{m}_p(\tau_i) - \dot{m}_m(\tau_i)) \frac{d\dot{m}_m(\tau_i)}{dU_{\kappa=m}} &= 0 \end{aligned} \right\}; \quad (4)$$

$$\frac{d\dot{m}_m(\tau_i)}{dU_{\kappa}} = \sqrt{D_{\kappa}} \cos \omega_{\kappa} \tau_i;$$

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n (\dot{m}_p(\tau_i) - \dot{m}_m(\tau_i)) \frac{d\dot{m}_m(\tau_i)}{dV_{\kappa=1}} &= 0 \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n (\dot{m}_p(\tau_i) - \dot{m}_m(\tau_i)) \frac{d\dot{m}_m(\tau_i)}{dV_{\kappa=m}} &= 0 \end{aligned} \right\}; \quad (5)$$

$$\frac{d\dot{m}_m(\tau_i)}{dV_{\kappa}} = \sqrt{D_{\kappa}} \sin \omega_{\kappa} \tau_i.$$

Система уравнений, учитывая линейность и большое количество неизвестных, решается итерационным методом [3].

Переход в реальное время (с учетом отмеченных особенностей по статобработке) проводится по формулам:

– реальное время до начала статобработки

$$t_n = t_{заг} + \frac{2(\tau_1 - \tau_0)\omega_{\Sigma}^{бал}}{\dot{m}(t_{заг}) + \dot{m}(\tau_0)}; \quad (6)$$

– реальное время после статобработки

$$\Delta t_k = \frac{2(\tau_n - \tau_{n-1})\omega_{\Sigma}^{бал}}{\dot{m}(\tau_n) + \dot{m}(t_n)}; \quad (7)$$

– реальное время (текущее)

$$t_i = t_n + \sum_{i=1}^n \frac{2(\tau_i - \tau_{i-1})\omega_{\Sigma}^{бал}}{\dot{m}(\tau_i) + \dot{m}(\tau_{i-1})} + \Delta t_k \quad (\text{при } i < n). \quad (8)$$

На рис. 7, 8 приведены результаты прогнозирования расхода продуктов сгорания в относительном времени в зависимости от относительного времени начала прогноза и отклонения в процентах расхода продуктов сгорания по прогнозу от реализованного.

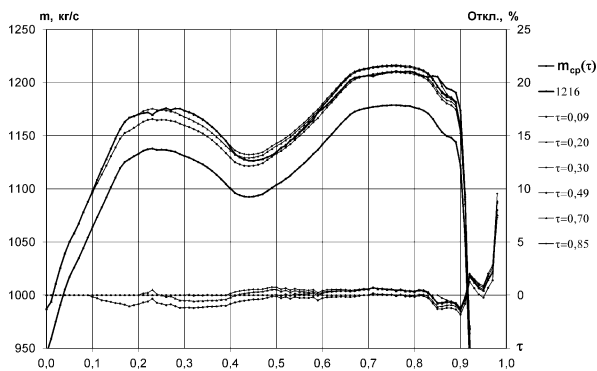


Рис. 7. Прогноз расхода продуктов сгорания с момента τ в относительном времени на испытание 1216, отклонение прогноза расхода в процентах от реализованного на испытании

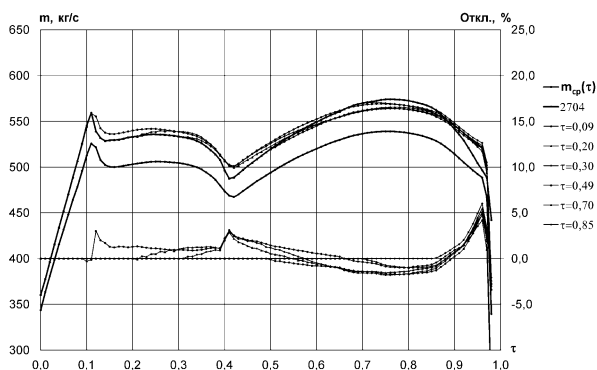


Рис. 8. Прогноз расхода продуктов сгорания с момента τ в относительном времени на испытание 2704, отклонение прогноза расхода в процентах от реализованного на испытании

Анализ результатов прогнозирования расхода продуктов сгорания по РДТТ I и II ступеней показал:

1. Интегральная погрешность прогнозирования не превышает 2-2,5 % и практически не зависит от длительности процесса, используемого для прогнозирования.
2. Текущая погрешность прогноза достигает 5-15 % на участке $\tau > 0,8-0,85$ относительного времени, очевидно, сказывается нестационарность процесса, однако это не повлияло на значение интегральной погрешности.

Список использованной литературы

1. Венцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Физматгиз, 1962. – 564 с.
2. Живинский А.Н., Живинский В.Н. Инженерный экспресс-анализ случайных процессов. – М.: Энергия, 1979. – 112 с.
3. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. – М.: Наука, 1984. – 831 с.
4. Пугачев В.С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. – М.: Физматгиз, 1960. – 883 с.
5. Соркин Р.Е. Теория внутренней баллистики РДТТ. – М.: Наука, 1964. – 252 с.

Статья поступила 21.03.2013