УДК 629.7.017.1:519.673

Д.В. Дунаев, канд. техн. наук Л.В. Кривобоков

АНАЛИЗ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ РАКЕТНОЙ ТЕХНИКИ ПРИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ОТРАБОТКЕ

Проведен анализ существующих математических моделей, применяемых при экспериментальной отработке систем (агрегатов) ракетной техники для оценки надежности. По результатам анализа предложен безразмерный коэффициент, который упрощает сравнение работы моделируемого объекта испытаний с работой его существующих аналогов и определение доли каждой категории, вида и этапа испытаний объекта.

Наведено аналіз існуючих математичних моделей, які використовують під час експериментального відпрацювання систем (агрегатів) ракетної техніки для оцінювання надійності. За результатами аналізу запропоновано безрозмірний коефіцієнт, що спрощує порівняння роботи модельованого об'єкта випробувань з роботою його існуючих аналогів і визначення частки кожної категорії, виду й етапу випробувань об'єкта.

This article gives an analysis of the existing mathematical models used in experimental development of systems (units) of missilery to assess reliability. According to the analysis we proposed the dimensionless coefficient, which simplifies comparison of operation of simulated test object with its existing counterparts and determined the proportion of each category, type and stage of the test object.

При экспериментальной отработке (ЭО) систем (агрегатов) ракетной техники одной из основных задач является подтверждение надежности систем (агрегатов) с учетом опыта предыдущих разработок и применения существующего оборудования. ЭО требует значительных средств и является длительным процессом, поэтому применение математических моделей в современных условиях, как способ сокращения длительности и затрачиваемых средств, получает все более широкое применение. При выборе математической модели чаще всего используют критерии адекватности, точности и простоты [1, с. 9, 10]. Эти критерии с учетом длительности варианта отработки объекта испытаний (ОИ) при планировании ЭО позволяют выбрать подходящую математическую модель испытаний, в том числе и для оценки показателей надежности систем (агрегатов) и их составных частей. Наиболее сложно обеспечить простоту математической модели, так как изделие более высокого уровня диктует номенклатуру показателей изделиям более низкого уровня (показатели надежности изделия диктуют номенклатуру показателей надежности систем (агрегатов), которые диктуют номенклатуру показателей надежности составных частей систем (агрегатов). Показатели надежности характеризуют работоспособность ОИ и не могут определяться по результатам только одного вида испытаний, а только после проведения полного цикла отработочных испытаний. Кроме того, на простоту моделирования влияют условия работы ОИ (покупной или изготовленный на предприятии), количество этапов, видов и категорий испытаний, необходимых для подтверждения его работоспособности. Математическая модель испытаний не может учитывать все вышеперечисленные факторы, поэтому существует необходимость в разработке критерия, способного учесть как можно больше вышеперечисленных факторов и упростить учет и сравнение с заданными параметрами для систем (агрегатов) и их составных частей.

Общие положения для оценки показателей надежности

Экспериментальная отработка систем (агрегатов) изделий ракетной техники базируется на иерархическом принципе, когда для каждой составной части необходимо обеспечить выполнение заданных требований. Основным способом, без которого невозможно представить подтверждение выполнения требований, являются отработочные испытания. При организации любых испытаний, в том числе и данных, выделяют этапы планирования и экспериментальной отработки. Каждому этапу соответствуют свои цели, задачи и результаты (рис. 1) [2, с. 26]. На этапе планирования определяются такие условия и правила проведения испытаний, при которых удается получить наиболее надежную информацию о работоспособности изделий ракетной техники с наименьшими затратами средств (финансовых и материальных) на проведение испытаний, а также представить эту информацию в компактной и удобной для использования форме с количественной оценкой ее точности, если таковую можно получить.

Этап ЭО может проводиться на моделях, опытных образцах, штатных и готовых изделиях.

Наиболее подходящим способом реализовать поставленную задачу является применение математических моделей при отработочных испытаниях. Необходимо отметить, что математическое моделирование можно применять на каждом этапе испытаний, организации контроля технических характеристик, принятии решения о конце или продолжении экспериментальной отработки (рис. 2).

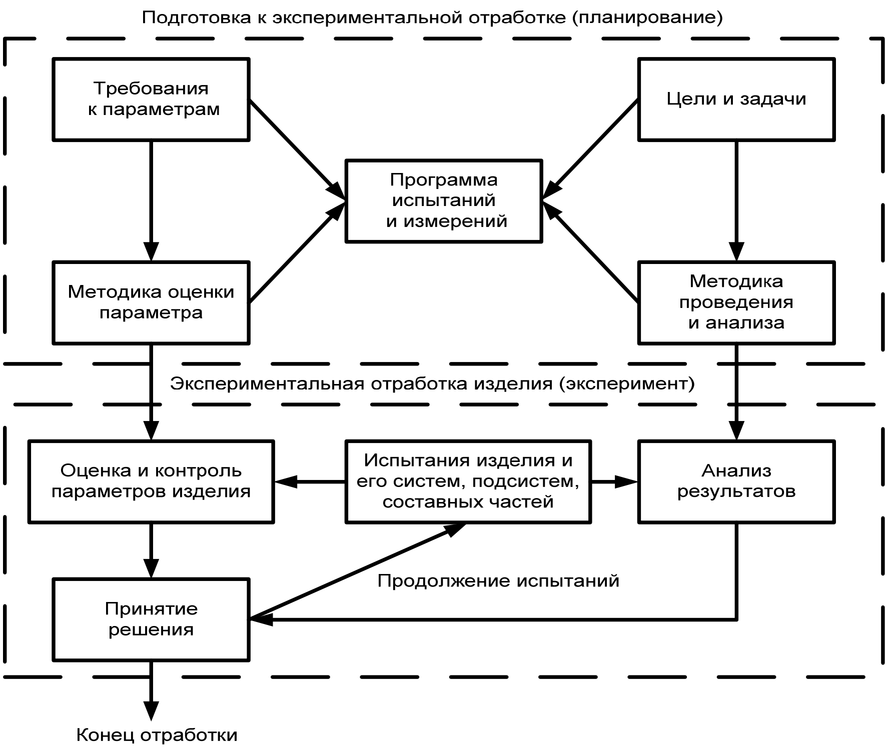

Рис. 1. Цели и задачи отработки

Рис. 2. Обобщенная схема проведения ЭО

В процессе отработочных испытаний для оценки показателей надежности ОИ получаем случайную функцию накопленного количества отказов [1, с. 14]

$$m_\eta^o = \varphi(\eta) = \beta\left(1 - e^{-\alpha\eta}\right),$$

где $\varphi(\eta)$ – функция опытного накопления количества отказов в зависимости от порядкового номера отработочного испытания

$$\eta(\eta = \overrightarrow{1,K});$$

β – общее число дефектов, имеющихся в изделии к началу его отработки;

α – эффективность отработки (вероятность выявления и устранения дефектов в процессе отработки);

η – текущий номер эксперимента при соответствующем виде (категории) испытания;

K – конечное число экспериментов при соответствующем виде (категории) испытания.

Выполнение заданных требований к системам (агрегатам) определяется выполнением векторного выражения

$$\vec{a}(a_1,...,a_n) \le \vec{x}\left[x_1(t),...,x_n(t)\right] \le \vec{b}(b_1,...,b_n), \quad (1)$$

где $\vec{a}$ и $\vec{b}$ – векторы нижних и верхних границ поля допуска технических параметров изделия соответственно; $\vec{x}$ – вектор технических параметров изделия, определяющих его целевое назначение.

Следует отметить, что для параметров надежности выражение (1) имеет одностороннее ограничение (нижнее либо верхнее).

Надежность ОИ, изготовленного по первому образцу технической документации, которая соответствует начальному уровню надежности [1, с. 15],

$$\hat{P}_0 = 1 - \bar{\alpha} \cdot \bar{\beta} e^{-\bar{\alpha}}, \quad (2)$$

где $\bar{\alpha}$ – эффективность отработки; $\bar{\beta}$ – начальное число дефектов в изделии.

Если $\bar{\alpha}$ и $\bar{\beta}$ распределены по нормальному распределению, то они являются коэффициентами регрессии. Тогда [1, с. 20, 23]

$$\beta_н = \left(\bar{\beta} - t_\gamma \sigma_{\bar{\beta}}\right)\exp\left[-\left(\bar{\alpha} + t_\gamma \sigma_{\bar{\alpha}}\right)\eta\right], \quad (3)$$

где t_γ – квантиль нормального распределения при доверительной вероятности γ; $\sigma_{\bar{\beta}}$ и $\sigma_{\bar{\alpha}}$ – среднеквадратические отклонения $\bar{\beta}$ и $\bar{\alpha}$ соответственно.

Среднеквадратические отклонения $\bar{\beta}$ и $\bar{\alpha}$ определяются по формулам [1, с. 34]

$$\sigma_{\bar{\alpha}}^2 = \frac{\sum_1^K b_\eta^2 \left(\Delta\alpha \sum_1^K a_\eta c_\eta + \Delta\beta \sum_1^K b_\eta c_\eta + \sum_1^K c_\eta^2\right)}{(K-2)\left(\sum_1^K a_\eta^2 \sum_1^K b_\eta^2 - \sum_1^K a_\eta b_\eta\right)};$$

$$\sigma_{\bar{\beta}}^2 = \frac{\sum_1^K a_\eta^2 \left(\Delta\alpha \sum_1^K a_\eta c_\eta + \Delta\beta \sum_1^K b_\eta c_\eta + \sum_1^K c_\eta^2\right)}{(K-2)\left(\sum_1^K a_\eta^2 \sum_1^K b_\eta^2 - \sum_1^K a_\eta b_\eta\right)},$$

где $\Delta\alpha$ и $\Delta\beta$ – неизвестные поправки;

$$a_\eta = \beta_0 \eta e^{-\alpha_0\eta}; \qquad b_\eta = 1 - e^{-\alpha_0\eta};$$

$$c_\eta = \beta_0\left(1 - e^{-\alpha_0\eta}\right) - m_\eta^{(O)},$$

где $m_\eta^{(O)}$ – опытные значения функции $\varphi(\eta)$; α_0 и β_0 – произвольные начальные значения определяемых параметров.

Эффективность отработки определяется по формуле [1, с. 18]

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{K}\sum_{n_o}^{\eta} \frac{m_\eta}{\beta - \sum_1^{\eta-1} m_\eta}, \quad (4)$$

где n_o – начальное число экспериментов.

В выражении (4) под знаком суммы в числителе количество выявленных дефектов при η-том отработочном эксперименте, в знаменателе – количество дефектов, имеющихся в изделии перед η-тым отработочным экспериментом.

Надежность изделия после проведения текущего эксперимента ($\eta = \xi$) [1, с. 15]

$$\hat{P}_\xi = 1 - \left(1 - \hat{P}_0\right) \cdot e^{-\bar{\alpha}(\xi - 1)}, \quad (5)$$

где $\hat{P}_0$ – начальный уровень надежности.

Выражение (5) справедливо при допущениях:

- значения опытной функции $\varphi(\eta)$ независимы и нормально распределены с постоянной дисперсией;
- изделия изготавливают по одной документации и они имеют одинаковую номенклатуру и количество дефектов;
- испытания считаются равновесными в отношении возможности выявления дефектов;
- возможно случайное выявление дефекта, не связанного с их номенклатурой.

После проведения K испытаний [1, с. 23]

$$\beta = \frac{m_K}{1 - e^{-\alpha K}}; \qquad (6)$$

$$\overline{\alpha} = \frac{1}{K} \frac{\sum_{i}^{K} \overline{\alpha}_i^{\,y} m_{iK}^{в}}{\sum_{i}^{K} \left(\overline{\beta}_i - \alpha_i^y \sum_{i}^{K-1} m_{iK}^{в} \right)}, \qquad (7)$$

где в числителе – число устраненных дефектов i-той составляющей части системы (агрегатов) изделия, в знаменателе – число имеющихся дефектов в i-той составляющей части системы (агрегатов) изделия;

m_K – количество дефектов, выявленных при K экспериментах;

$m_{iK}^{в}$ – суммарное количество выявленных дефектов системы (агрегатов) изделия при K отработочных испытаниях;

$\overline{\alpha}_{\mathrm{i}}^{\,y} = 1 - \frac{m_{iK}^{y}}{m_{iK}^{в}}$ – математическое ожидание эффективности устранения дефектов i-той составляющей части системы (агрегатов) изделия;

m_{iK}^{y} – суммарное количество устраненных дефектов системы (агрегатов) изделия при K отработочных испытаниях.

Существующие математические модели

На рис. 3 представлена обобщенная схема процесса моделирования, которая включает [3, с. 84-86]:

1-й этап – анализ всей информации об ОИ;

2-й этап – выбор параметров, по которым будет строиться модель;

3-й этап – описание функционирования модели;

4-й этап – осуществляется отработка модели (компьютерная или натурный эксперимент);

5-й этап – реализуется эксперимент в виде расчетов или обработки результатов натурного эксперимента;

6-й этап – проверка адекватности путем накопления статистической информации и сопоставление результатов с наиболее близкими аналогами;

7-й этап – выбор направления дальнейших исследований: совершенствование ОИ, усложнение процесса моделирования, переход к другому этапу, виду или категории испытаний.

В существующей системе планирования испытаний наибольшее распространение получила математическая модель испытаний, которая описывается уравнениями регрессии такого вида [3, с. 136; 4, с. 7]:

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i x_i \text{ или}$$

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i x_i + \sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} a_{ij} a_i x_j + \ldots, \qquad (8)$$

где y – выходной параметр; x_i и x_j – входные параметры; a_0, a_i, a_{ij} – коэффициенты регрессии.

Для определения коэффициентов регрессии используют статистический и факторный методы [4, с. 7, 8].

При статистическом методе количество испытаний для получения показателя надежности (нормальное распределение) определяется по формуле [4, с. 25]

$$N = \frac{\log(1-\gamma)}{\log P_H}, \qquad (9)$$

где P_H – нижнее значение показателя надежности; γ – доверительная вероятность.

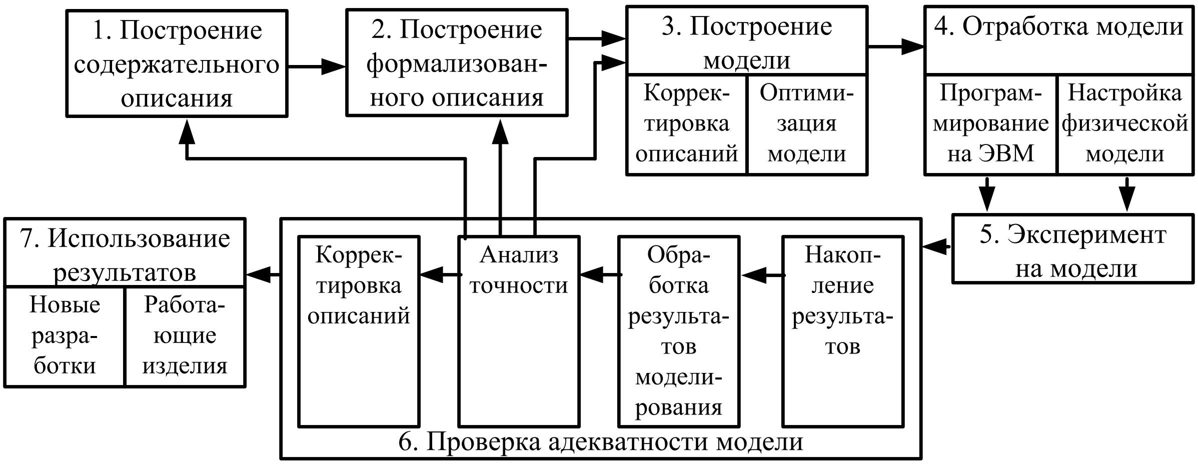

Рис. 3. Обобщенная схема процесса моделирования

При этом следует отметить, что основным недостатком данного метода является необходимость обязательного проведения 20-30 экспериментов (опытов) для подтверждения гипотезы о нормальном распределении технического параметра. Чем больше технических параметров объекта испытаний и условий, при которых необходимо проверить его работу, тем больше экспериментов нужно проводить.

Возможно получение статистических данных с заданной точностью и уровнем доверия по методу Монте-Карло. В этом случае количество экспериментов (опытов) зависит от требуемой точности. Например, при заданной точности 0,1 (10%) количество опытов – около 100, а при 0,05 (5%) – около 1000.

При факторном методе проводится наименьшее количество экспериментов (опытов) для определения показателя надежности

$$P = 1 - \frac{m}{N}, \tag{10}$$

где $N = Kp(3+2k)$ [2, с. 34]; Kp – кратность испытаний на одном и том же режиме; k – количество факторов.

Далее проводится оценка соответствия работы моделируемого объекта испытаний с работой его существующих аналогов. Если аналогов не существует, то используется метод экспертной оценки [4, с. 15, 16].

$$K_c = \frac{\sum_{i=1}^{v} \Delta x_i}{\sum_{j=1}^{V} \Delta x_j a}, \tag{11}$$

где Δx_i – диапазон варьирования x_i-того воздействующего фактора при испытаниях; $\Delta x_j a$ – диапазон варьирования x_j-того воздействующего фактора аналога; V, v – число внешних и внутренних факторов аналога и при испытаниях.

Основным недостатком данного метода является сложность вычисления K_c, так как практически каждый внешний и внутренний фактор имеет свою размерность. Поэтому существует необходимость в упрощении определения данной оценки.

Предложения и выводы

Предлагается применить в расчетах для рабочих характеристик ОИ безразмерный коэффициент, который определяется по формуле

$$K_{хар} = 1 + \lg \frac{x}{X_0}, \tag{12}$$

где x – параметр рассматриваемой характеристики, а X_0 – ее нормированный параметр.

Значение нормированного параметра принимается:

- в соответствии с действующими нормативно-техническими документами;
- в результате расчета из уже принятых нормированных параметров;
- на основе экспертной оценки;

- общепринятое (например, частота переменного тока сети общего пользования).

Для удобства дальнейших рассуждений примем, что коэффициент имеет условную размерность – условная техническая единица.

В выражении (11) в качестве рассматриваемой характеристики могут быть внешний и внутренний факторы, тогда

$$K_c^{\phi} = \frac{\sum_{i=1}^{v} K_{\phi}^{i}}{\sum_{j=1}^{V} K_{\phi}^{ja}}, \qquad (13)$$

где K_{ϕ}^{i} – количество условных технических единиц для *i*-того воздействующего фактора при испытаниях; K_{ϕ}^{ja} – количество условных технических единиц для *j*-того воздействующего фактора аналога в натурных условиях.

Выражение (13) существенно упрощает получение оценки соответствия работы моделируемого объекта испытаний с работой его существующих аналогов, так как все факторы приводятся к одной размерности (условной технической единице).

Для каждого этапа, вида и категории испытаний выражение (11) определяется по формуле

$$K_c^{px} = \frac{\sum_{i=1}^{m} K_{px}^{i}}{\sum_{j=1}^{M} K_{px}^{jmp}}, \qquad (14)$$

где K_{px}^{i} – количество условных технических единиц для *i*-того этапа, вида и категории испытаний по программе испытаний ОИ; K_{px}^{jmp} – количество условных технических единиц, требуемых для работоспособности ОИ либо заданных в нормативной документации; *m* – количество рабочих (технических) характеристик, которые измеряются при рассматриваемом виде и категории испытаний; *M* – количество рабочих (технических) характеристик, требуемых для работоспособности ОИ.

С помощью выражения (14) можно определить долю каждой категории, вида и этапа испытаний ОИ, что упростит контроль проведения испытаний.

Кроме того, для каждого варианта испытаний ОИ $\sum_{j=1}^{M} K_{px}^{jmp}$ может служить дополнительным критерием выбора к существующим (продолжительность и стоимость) [5, с. 52-54].

Применение выражений (12) – (14) при математическом моделировании испытаний позволит упростить учет испытаний, которые проводятся по программе испытаний с рассматриваемым ОИ и сравнение с заданными параметрами для систем (агрегатов) и их составных частей.

Список использованной литературы

1. Исследование процесса экспериментальной отработки и определение надежности изделий по результатам отработочных испытаний: Отчет о НИР / ЦНИИмаш. – М., 1979. – С. 97.
2. Обоснование объемов и режимов испытаний пневмогидросистем изделия 11К77: Отчет о НИР / ГП "КБ "Южное". – Днепропетровск, 1978. – С. 95.
3. Александровская Л. Н. и др. Теоретические основы испытаний и экспериментальная отработка сложных технических систем: Учеб. пособие. – М.: Логос, 2003. – С. 736.
4. Применение вероятностно-статистических методов при экспериментальной отработке системы питания жидкостного ракетного двигателя: Техн. отчет / ГП "КБ "Южное". – Днепропетровск, 1975. – С. 56.
5. Экспериментальная отработка космических летательных аппаратов / В.А. Афанасьев, В.С. Барсуков, М.Я. Гофрин, Ю.В. Захаров, А.Н. Стрельченко, Н.П. Шалунов / Под ред. Н.В. Холодкова. – М.: Изд-во МАИ, 1994. – С. 418.

Статья поступила 03.12.2014