

УДК 629.78.05.001.2

Канд. техн. наук В. П. Олейник, Ю. А. Еланский, Л. Г. Калугер

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛИТЕЛЯ ГАЗОРЕАКТИВНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ РАКЕТ-НОСИТЕЛЕЙ

*Рассмотрены дифференциальные уравнения двухкаскадного распределителя горячего газа газореактивной системы управления.*

*Розглянуто диференціальні рівняння двокаскадного розподільника гарячого газу газореактивної системи керування.*

*The differential equations of the gas-jet control system two-stage hot gas distributor are considered.*

Применение реактивных микродвигателей в качестве исполнительных органов систем стабилизации ракет предъявляет жесткие требования к их динамическим характеристикам. Каждый двигатель в этом случае становится звеном системы управления и, как исполнительное звено, описывается дифференциальными уравнениями между командным электрическим сигналом и развиваемым управляющим усилием.

Диапазон управляющих усилий таких двигателей значительно меньше усилий, создаваемых ракетными двигателями, предназначенными для выведения аппарата на заданную траекторию полета.

Для обеспечения работы микродвигателей необходима специальная система питания и агрегаты автоматики (клапаны, регуляторы, пусковые устройства). Микродвигатели с системой питания образуют автономную систему для получения управляющего усилия за счет реакции истечения газа из сопел двигателей.

Целью настоящей статьи является рассмотрение математических моделей и оценка динамических характеристик двухкаскадного газораспределителя газореактивной системы.

В качестве рабочего тела рассмотрен горячий газ при сгорании пороха. Сопло Лавалю используется как микродвигатель.

Задачами газораспределителя газореактивной системы являются подключение и отключение источника питания от сопла Лавалю.

Конструкция газораспределителя в исходном положении представлена на рис. 1.

После разветвления потока на входе в газораспределитель движение продуктов сгорания осуществляется по двум негасозвязанным каскадам: силовому 5 (основная масса расхода) и управляющему 10.

Исходное положение: электромагнит 2 обесточен, шарик 11 под действием пружины 3 находится в крайнем левом положении, давление  $p_{сл}$  в полости С цилиндра 9 равно подаваемому давлению  $p_0$ . Ввиду того, что площадь цилиндра больше площади шарика 7, цилиндр 9 и шарик 7 будут находиться в крайнем верхнем положении. Сопло Лавалю отключено от источника питания. При подаче напряжения на обмотку электромагнита 2 шарик 11 управляющего каскада, преодолевая сопротивление со стороны обтекающего газа и силу сжатия пружины 3, движется вправо на закрытие канала 10. После закрытия канала 10 поршень 9 под действием силы давления питания  $p_0$  на шарик силового каскада движется вниз до упора. При этом давление  $p_{сл}$  в полости цилиндра падает вследствие утечки газа в атмосферу через канал 15. Камера сопла соединяется с газогенератором.

При снятии напряжения с обмотки электромагнита 2 под действием сжатой пружины 3 и гидродинамической силы шарик 11 управляющего каскада движется на открытие канала 10. При движении шарика 11 влево и открытии отверстия седла клапана происходит закрытие канала слива 13 и увеличение давления  $p_{сл}$  в полости С цилиндра 9. Шарик 7 силового каскада под действием давления на площадь цилиндра 9 закрывает канал 5 подачи давления на ша-

рик 7 клапана силового каскада. Клапан приходит в исходное положение, закрыв отверстие седла.

Площадь цилиндра выбирается всегда больше миделевого сечения шарика силового каскада. Основным характерным гео-

метрическим параметром сопла являются площади критического сечения и выходных сечений.

Размеры критического сечения выбирают в зависимости от необходимого секундного расхода топлива и давления в камере.

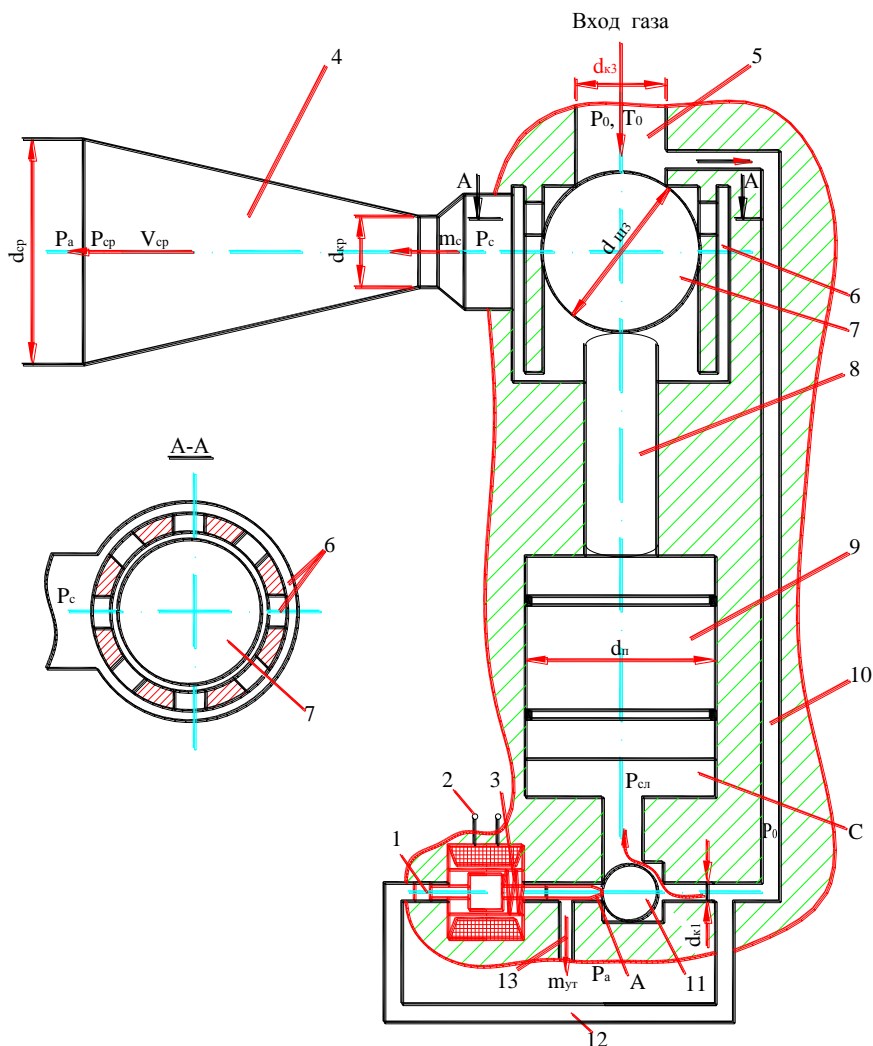


Рис. 1. Газовый распределитель с соплом Лавая газореактивной системы:  
 1, 8 – штоки; 2 – электромагнит; 3 – возвратная пружина; 4 – сопло Лавая; 5 – входной канал подачи горячего газа на силовой каскад; 6 – канал подачи газа из силового распределительного дросселя в камеру сопла; 7 – шарик распределителя силового каскада; 9 – цилиндр; 10 – канал подачи питания на управляющий каскад; 11 – запирающий шарик управляющего каскада; 12 – канал подачи компенсационного давления; 13 – канал утечки газа; А – отверстие стравливания газа; С – полость цилиндра

Канал подачи компенсационного давления 12 на управляющий шарик 11 может иметь два исполнения. Первое исполнение – подключение к полости цилиндра С с переменным давлением. В этом случае идеальный вариант компенсации давления на шарик 11 предполагает переменную площадь штока 1. При втором исполнении подключение канала компенсации производится как указано на рис. 1. При этом площадь

штока 1 равняется площади канала, подходящего к шарика 11 со стороны утечек.

Массовый расход газа через сопло обычно определяется по формуле для стационарного течения [1, 2] в надкритическом режиме при опорожнении газа в атмосферу

$$m_c = \frac{\mu_c A_{сп} P_c}{\sqrt{RT_c}} \sqrt{k \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}},$$

где  $\mu_c$  – коэффициент расхода газа через сопло Лавала;  
 $p_c$  – давление в камере сопла;  
 $A_{кр}$  – площадь критического сечения;  
 $R$  – газовая постоянная;  
 $T_c$  – температура газа в сопле;  
 $k$  – показатель изэнтропы.

Одной из основных характеристик ракетного двигателя является тяга.

Уравнение тяги ракетного двигателя представлено как [1, 2]

$$P_m = m_c V_{cp} + A_{cp} (p_{cp} - p_a),$$

где  $A_{cp}$  – площадь среза сопла;  
 $p_{cp}$  – давление на срезе сопла;  
 $p_a$  – давление окружающей среды.

Скорость газа на срезе сопла  $V_{cp}$  определяется формулой

$$V_{cp} = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} RT_c \left( 1 - \left( \frac{p_{cp}}{p_c} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right)}.$$

В этой формуле отношение  $p_{cp}/p_c$  на основании гидродинамических функций для сопла Лавала [3] зависит от отношения  $A_{cp}/A_{кр}$ , которое вычисляется по формуле

$$\frac{A_{cp}}{A_{кр}} = \sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \frac{1 - \varphi_c^2 \left[ 1 - \left( \frac{p_{cp}}{p_c} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}{\frac{2}{k+1} \varphi_c \frac{p_{cp}}{p_c} \sqrt{1 - \left( \frac{p_{cp}}{p_c} \right)^{\frac{k-1}{k}}}} \times \left[ 1 - \frac{1}{\varphi_{кр}^2} \frac{k-1}{k+1} \right]^{\frac{k}{k-1}},$$

где  $\varphi_c$  – коэффициент скорости сопла, учитывающий потери на трение от неравномерности потока, потери вследствие отклонения потока в выходном сечении от осевого направления;  
 $\varphi_{кр}$  – коэффициент скорости сопла с учетом потерь только в сужающейся части.

При  $\varphi_c = \varphi_{кр} = 1$  формула верна для иде-

ального сопла.

На рис. 2 представлен график изменения  $p_{cp}/p_c$  в зависимости от степени расширения сопла  $A_{cp}/A_{кр}$  для различных значений показателя адиабаты и крайних значений коэффициентов  $\varphi_c$  и  $\varphi_{кр}$ .

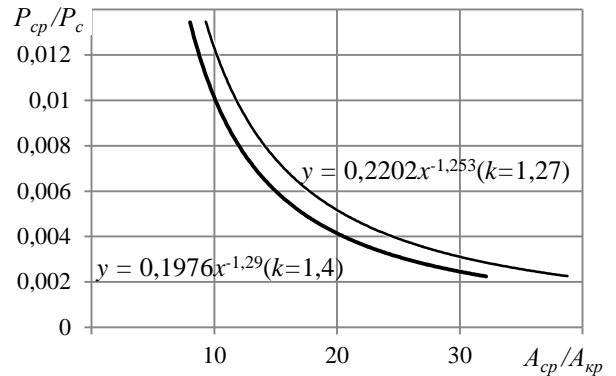


Рис. 2. Изменение  $p_{cp}/p_c$  в зависимости от степени расширения сопла  $A_{cp}/A_{кр}$  ( $\varphi_c = \varphi_{кр} = 0,95$ )

Уравнение изменения давления для переменной массы в полости цилиндра без учета теплообмена с внешней средой в соответствии с [3, 4] имеет вид

$$\frac{dp_1}{dt} = \frac{k}{V} \left( RT_1 m_1 - RT_2 m_2 \pm p_1 \frac{dV}{dt} \right), \quad (1)$$

где  $m_1, m_2$  – массовый расход на входе, выходе полости цилиндра;  
 $T_1, T_2$  – температура газа на входе и в полости цилиндра;  
 $V$  – объем полости цилиндра.

Уравнение (1) представляет собой выражение для скорости изменения давления и является наиболее удобной зависимостью для расчета и исследования рабочего процесса с переменным количеством газа.

При изменении объема полости, через который проходит газ, температура газа изменяется. При увеличении объема полости температура газа уменьшается, при уменьшении – увеличивается.

Из закона сохранения количества вещества с учетом уравнения состояния можно записать

$$dG = (m_1 - m_2) dt;$$

$$m = \rho V; \rho = p/RT; m = \frac{pV}{RT} \text{ или}$$

$$d\left(\frac{pV}{RT}\right) = (m_1 - m_2)dt, \text{ тогда}$$

$$T(pdV + Vdp) - pVdT = RT^2(m_1 - m_2)dt.$$

Отсюда

$$\frac{dT}{dt} = \frac{T}{V} \frac{dV}{dt} + \frac{T}{p} \frac{dp}{dt} - \frac{RT^2}{pV} (m_1 - m_2). \quad (2)$$

Теперь, подставив в (2) значение  $\frac{dp}{dt}$  выражения (1), после преобразований можно получить

$$\frac{dT}{dt} = \frac{RT}{Vp} \left\{ \pm \frac{p}{R} (k-1) \frac{dV}{dt} + \frac{R}{p} [m_1(kT_0 - T) - Tm_2(k-1)] \right\}. \quad (3)$$

Уравнения (2), (3) лежат в основе описания динамических процессов в полости пневмоцилиндра газовых приводов [4 – 6].

Расход газа через дроссель может быть в общем случае описан уравнением Сен-Венана и Венцеля [6]

$$m_{ij} = \mu p_0 A_{ij} \Phi(R, T_0) \Phi(k) \Phi(p_{\text{exi}}/p_0), \quad (4)$$

- где  $\mu$  – коэффициент расхода дросселя;  
 $p_0$  – давление перед рассматриваемым дросселем;  
 $p_{\text{exi}}$  – давление за рассматриваемым дросселем;  
 $A_{ij}$  – проходное сечение дросселя;  
 $T_0$  – температура газа перед входом в дроссель;

$$\Phi(R, T_0) = \sqrt{\frac{1}{RT_0}}; \quad \Phi(k) = \sqrt{k \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}};$$

$$\Phi(p_{\text{exi}}/p_0) = \sqrt{\frac{2}{k-1} \left( \frac{k+1}{2} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \sqrt{\left( \frac{p_{\text{вых}}}{p_0} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{p_{\text{вых}}}{p_0} \right)^{\frac{k+1}{k}}}}$$

при  $\frac{p_{\text{вых}}}{p_0} \geq \beta_{kp}; \Phi(p_{\text{exi}}/p_0) = 1$  при  $\frac{p_{\text{вых}}}{p_0} < \beta_{kp},$

где  $\beta_{kp} = \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}$  – значение критического расширения газа;  $k$  – отношение теплоемкостей рассматриваемого газа.

При подаче напряжения на электромагнит якорь электромагнита вместе с управляющим шариком, сжимая возвратную пружину, перемещаем вправо (рис. 1).

Уравнение движения запишем в следующем виде:

$$(m_{\text{я}} + m_{\text{ш}}) \frac{d^2x}{dt^2} = P_{\text{магн}} - F_{\text{ад}} - P_{\text{пр}} - P_{\text{тр}},$$

- где  $m_{\text{я}}$  – масса якоря электромагнита и штока;  
 $m_{\text{ш}}$  – масса шарика;  
 $P_{\text{магн}}$  – сила магнита;  
 $F_{\text{ад}}$  – газодинамическая сила, действующая на поверхность шарика управляющего каскада;  
 $P_{\text{пр}}$  – сила возвратной пружины,  $P_{\text{пр}} = c(x_0 + x)$ ;  
 $x_0$  – начальное поджатие пружины;  
 $x$  – перемещение штока;  
 $c$  – жесткость возвратной пружины;  
 $P_{\text{тр}}$  – сила трения.

В нашем случае зависимость силы магнита от перемещения из экспериментальных значений аппроксимировалась полиномом третьего порядка

$$P_{\text{магн}} = 2 \cdot 10^{12} x^3 - 9 \cdot 10^7 x^2 + 4708,9x + 9,1.$$

На рис. 3 представлен график изменения тяги магнита от хода.

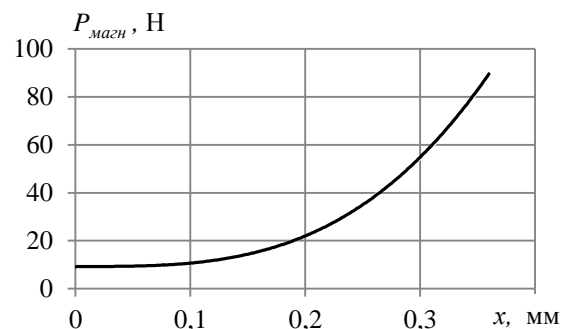


Рис. 3. Изменение силы тяги магнита от хода

Такое представление тяги на этапе проектирования механической части распределителя удобно, так как представляется возможность при предварительном расчете до этапа выставления требований к электро-

магниту менять при необходимости его параметры.

При движении управляющего шарика газодинамическая сила  $P_{gd}$  имеет два значения. Одно значение  $F_{ad}$  обусловлено силой аэродинамического сопротивления шарика при движении в газе. Второе значение газодинамической силы, называемой в литературе гидродинамической силой  $F_{gd}$ , обусловлено реакцией струи в случае течения рабочего тела через распределитель.

При подаче напряжения на электромагнит движение управляющего шарика осуществляется вправо (рис. 1). В подводящем канале 10 и пространстве С перед поршнем давление равно давлению источника питания. При перемещении шарика 11 отсутствует расход газа. Значение газодинамической силы можно определить как силу сопротивления при движении управляющего шарика в газе.

Сопротивление силы  $F_{ad}$ , действующей на шарик со стороны обтекающего газа, обычно определяют через скоростной напор набегающего потока и миделево сечение  $S = \pi d^2/4$  в соответствии с (3), (4) по формуле

$$F = c_x S \frac{\rho V^2}{2}, \quad (5)$$

где  $c_x$  – коэффициент сопротивления, который зависит от формы тела, его положения относительно направления движения и чисел подобия;

$S$  – характерная для данного тела площадь.

Учитывая, что  $\rho = \frac{p_0}{RT}$ , формулу (5)

можно переписать как

$$F_{ad} = c_x S_m \frac{p_0}{2RT} \left( \frac{dx}{dt} \right)^2.$$

При снятии напряжения с обмоток электромагнита под действием сжатой возвратной пружины шарик движется влево. Газ через управляющую щель поступает в полость цилиндра.

Уравнение движения управляющего шарика

$$(m_{\text{я}} + m_{\text{ш}}) \frac{d^2x}{dt^2} = c(x_{\text{max}} + x_0 - x) - F_{gd} - P_{\text{мп}}.$$

После отрыва затвора от седла в месте дросселирования газа появляется гидродинамическая сила, обусловленная реакцией струи. Эту силу можно рассматривать как дополнительную гидравлическую пружину с переменной жесткостью. Гидродинамическая сила представляет собой реакцию потока газа на затвор клапана и может достигать значения, способного существенно образом изменить баланс действующих сил.

Гидродинамическую силу, направленную против действия потока, можно записать как [9]

$$F_{gd} = \rho Q (V_1 - V_2 \cos \theta),$$

где  $Q$  – объемный расход;

$\rho$  – плотность газа;

$V_1, V_2$  – средняя скорость потока перед клапанной щелью и в самой щели;

$\theta$  – угол вхождения струи.

Поскольку скорость  $V_1 \ll V_2$ , ее можно пренебречь. В результате получим упрощенное выражение

$$F_{gd} = -\rho Q V_2.$$

Принимаем, что  $\rho Q = m$ , а  $V = \frac{m(x)}{\rho A(x)}$ , где

$m$  – массовый расход газа через переменный дроссель;  $T$  – температура газа на входе;  $A(x)$  – площадь щели пневматического распределительного устройства.

Выражение гидродинамической силы, направленной в сторону закрытия (рис. 4), перепишем как

$$F_{gd} = k_n \frac{m(x)^2 RT}{p_0 A(x)} \cos \theta,$$

где  $k_n$  – коэффициент поправки по результатам физического или численного эксперимента.

Площадь щели для шарового затвора с кромочным седлом (рис. 4) в соответствии с [10] можно представить в виде

$$A_{\text{щ}}(x) = \pi d_{\text{щ}} h_{\text{щ}},$$

где  $d_{cp} = \frac{1}{2} d_{\kappa} \left( \frac{d_{uu}}{d_{\kappa}} \sin \beta' + 1 \right)$ ;

$$h_{uu} = \frac{1}{2} d_{\kappa} \left( \frac{1}{\sin \beta'} - \frac{d_{uu}}{d_{\kappa}} \right);$$

$$\beta_0 = \arcsin \frac{d_{\kappa}}{d_{uu}};$$

$$\beta' = \arctg \left( \frac{1}{\frac{1}{\operatorname{tg} \beta_0} + \frac{2x}{d_{\kappa}}} \right);$$

$d_{\kappa}$  – диаметр канала;  $d_{uu}$  – диаметр шарика.

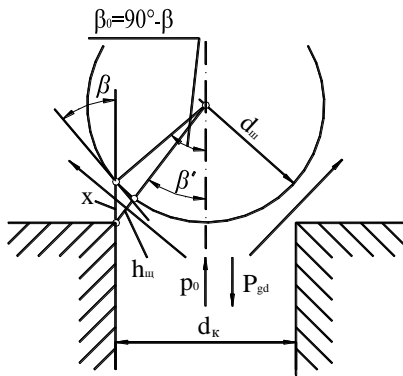


Рис. 4. Шаровой затвор с кромочным седлом

Максимальное открытие шарового клапана  $x_{\max} < d_{\kappa}/4$ .

Уравнение движения силового шарика по оси Y можно записать так:

$$m_{\Sigma} \frac{d^2 y}{dt^2} = p_0 S_m - p_{cl} F_n - P_{mp} \pm P_{gd},$$

где  $m_{\Sigma}$  – суммарная масса шарика, штока, цилиндра;

$p_0$  – давление нагнетания;

$S_m$  – площадь, на которую действует давление  $p_0$ ;

$F_n$  – площадь поршня;

$p_{cl}$  – давление в полости;

$P_{mp}$  – сила трения;

$P_{gd}$  – гидродинамическая сила со знаком «минус» – при открытии клапана, со знаком «плюс» – при закрытии клапана.

При открытии как управляющего, так и силового шариков начальное значение силы, действующей на открытие, равно  $p_0 f_{кл}$ .

В данном случае  $f_{кл}$  – площадь шарика, равная площади подводящего канала. В следующее мгновение это значение площади равняется площади миделевого сечения шарика силового каскада, которое собственно и определяет динамику движения.

Значение  $p_{cl}$  можно записать из уравнения (1). В данном случае можно пренебречь изменением температуры газа, вытекающего в окружающую среду. Изменение давления в полости цилиндра определим по формуле

$$\frac{dp_{cl}}{dt} = \frac{k}{V} \left( RT_0 (m_{yup} - m_{ym}) \pm p_{cl} \frac{dV}{dt} \right).$$

Начало открытия силового каскада под действием силы  $p_0 f_{кл}$  характеризуется падением значения  $p_{cl}$ , появлением гидродинамической силы  $P_{gd}$ , расхода в сопле  $m_c$  и положительным значением  $Q_m$ :

$$Q_m = p_0 f_{кл} - p_{cl} F_n - P_{mp} - P_{gd}.$$

Этот момент времени можно считать переходом, когда  $f_{кл} = S_m$  при дальнейшем решении задачи.

Моделирование проводилось при следующих исходных параметрах:

$p_a = 0,08$  МПа,  $p_0 = 7,5$  МПа,  $T_0 = 1423$  К,  $R = 397$  Дж/(кг·К),  $k = 1,27$ ,  $P_{магн} = 91,1$  Н,  $d_{к3} = 9$  мм,  $d_{кп} = 5,8$  мм,  $d_n = 15$  мм,  $m_{\Sigma} = 52$  г,  $y_{\max} = 3,44$  мм,  $d_{у3} = 13,5$  мм,  $d_{к1} = 2,5$  мм,  $(m_{я} + m_{ш}) = 11,53$  г,  $d_{ш.я} = 4$  мм,  $x_{\max} = 0,36$  мм,  $c = (4,5 \pm 0,5) \cdot 10^4$  Н/м.

Коэффициенты скорости сопла  $\varphi_c = \varphi_{кр} = 0,95$ .

На рис. 5–8 представлены характерные результаты математического моделирования для режима открытия сопла.

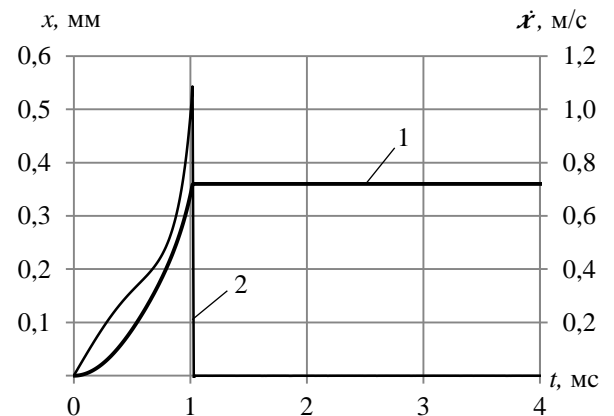


Рис. 5. Параметры движения штока управляющего каскада:  
1 – перемещение; 2 – скорость

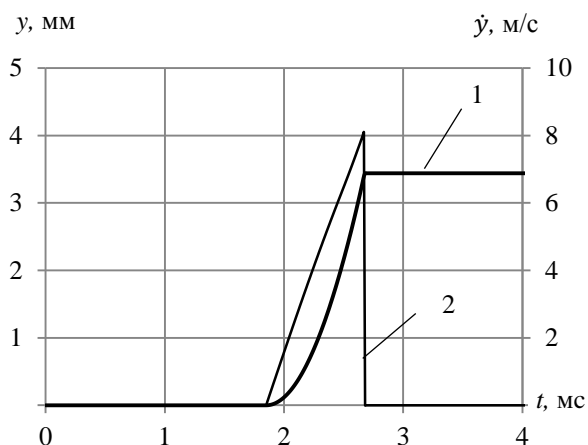


Рис. 6. Параметры движения штока силового каскада:  
1 – перемещение; 2 – скорость

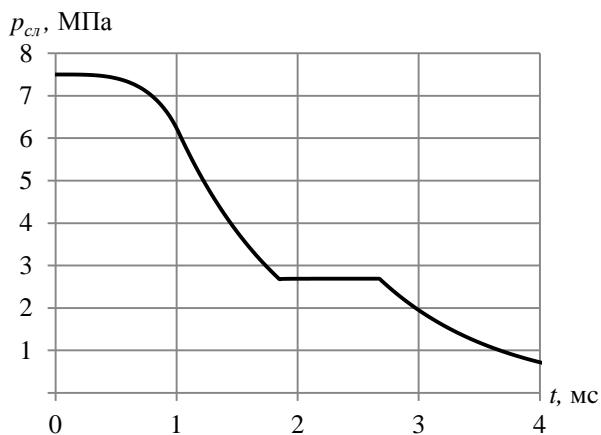


Рис. 7. Изменение давления в полости цилиндра

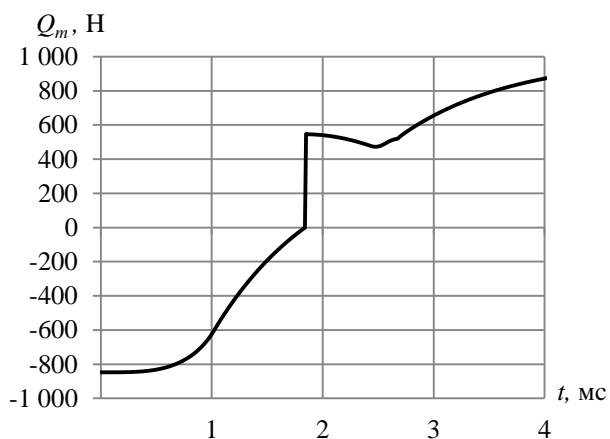


Рис. 8. Изменение результирующей силы, действующей на поршень

Результаты моделирования для режима закрытия сопла представлены на рис. 9...12.

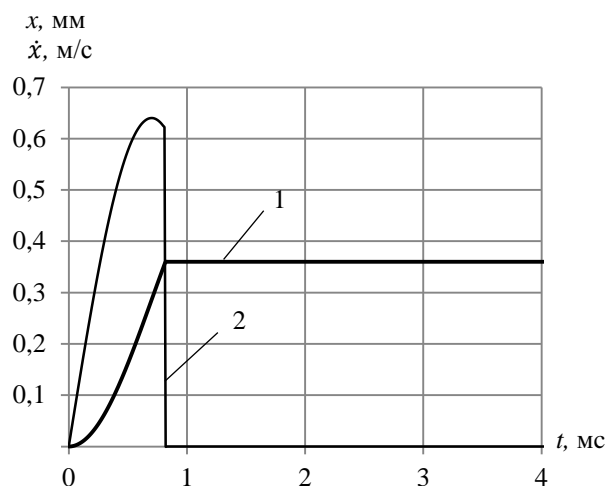


Рис. 9. Параметры движения штока управляющего каскада:  
1 – перемещение; 2 – скорость

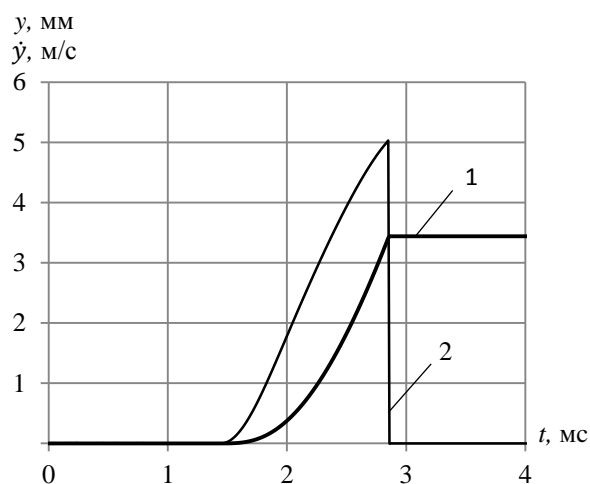


Рис. 10. Параметры движения штока силового каскада:  
1 – перемещение; 2 – скорость

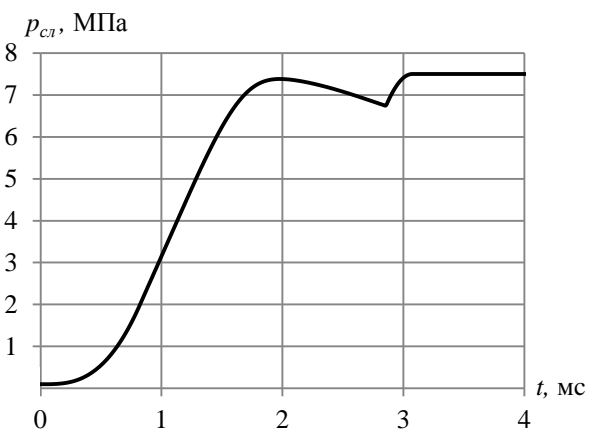


Рис. 11. Изменение давления в полости цилиндра

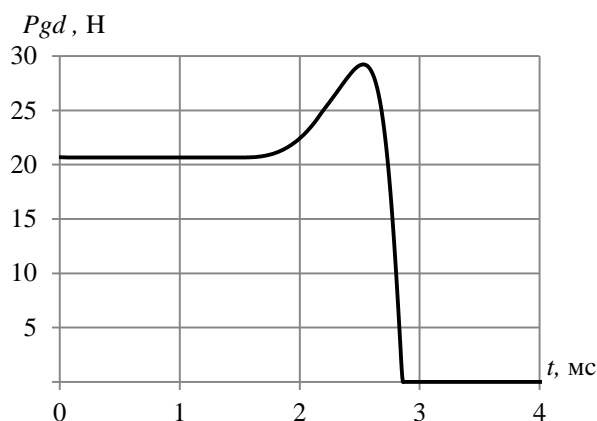


Рис. 12. Изменение гидродинамической силы силового каскада

Результаты моделирования:

- при открытии сопла увеличение тяги до 90% максимального значения происходит за время 2,56 мс от начала движения электромагнита;

- при закрытии сопла уменьшение тяги до 90% максимального значения происходит за 3,3 мс от начала движения штока якоря;

- при заданных расходах и давлении от источника питания значимого изменения температуры газа при истечении из подающего патрубка в камеру сопла не наблюдается;

- уменьшение температуры газа в полости цилиндра (режим закрытия подачи газа в сопло) составляет  $\sim 170$  К;

- моделирование показало, что значение жесткости возвратной пружины электромагнита должно составлять  $(4,5 \pm 0,5) \cdot 10^4$  Н/м при поджатии 2% максимального значения хода штока якоря;

- короткоходовой электромагнит с максимальным ходом 0,36 мм и максимальным значением тяги 91,1 Н обеспечивает динамические характеристики газораспределителя;

- перепад давления на силовом каскаде при истечении газа (при  $p_0=7,5$  МПа,  $m_c=163$  г/с) не более 0,3 МПа. При этом максимальное значение площади переменного дросселя силового каскада составляет  $68,5$  мм<sup>2</sup>.

**Результаты и выводы**

Разработаны математические модели двухкаскадного газораспределителя импульсного газового ракетного двигателя.

Математическое моделирование показало применимость полученных динамических характеристик газораспределителя для использования в газореактивной системе.

Дальнейшее уточнение математических моделей возможно после верификации в пакете ANSYS SFX, а также после проведения экспериментальных работ.

### Список использованной литературы

1. Беляев Н. М., Уваров Е. И. Расчет и проектирование реактивных систем управления космических летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1974. – 200 с.
2. Волков Е. Б., Головков Л. Т., Сырицын Т. А. Жидкостные ракетные двигатели. – М.: Воениздат, 1970. – 592 с.
3. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика. – М.: Наука, 1976. – 888 с.
4. Мамонтов М. А. Некоторые случаи течения газа по трубам, насадкам и проточным сосудам. – М.: Оборонгиз, 1951. – 469 с.
5. Герц Е. В., Крейнин Г. В. Динамика пневматических приводов машин-автоматов. – М.: Машиностроение, 1964. – 233 с.
6. Пневмопривод систем управления летательных аппаратов / В. А. Чашин, О. Т. Камладзе, А. Б. Кондратьев и др. – М.: Машиностроение, 1987. – 248 с.
7. Симаков Н. Н. Экспериментальное подтверждение раннего кризиса сопротивления на одиночном шаре // Журнал технической физики. – Т. 80, вып. 7. – 2010.
8. Дейч М. Е. Техническая газодинамика. – М.-Л.: Госэнергоиздат, 1961. – 412 с.
9. Ситников Б. Т., Матвеев И. Б. Расчет и исследование предохранительных и переливных клапанов. – М.: Машиностроение, 1972. – 127 с.
10. Данилов Ю. А., Кирилловский Ю. Л., Колпаков Ю. Г. Аппаратура объемных гидроприводов: Рабочие процессы и характеристики. – М.: Машиностроение, 1990. – 272 с.

Статья поступила 22.06.2016