УДК 629.78 https://doi.org/10.33136/stma2019.01.015

Канд. физ.-мат. наук Г. А. Иванова, д-р техн. наук В. С. Хорошилов

АНАЛИЗ ВОПРОСОВ УПРАВЛЕНИЯ КОСМИЧЕСКИМ АППАРАТОМ НА РАННИХ ЭТАПАХ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Управление движением орбитального космического самолета является одной из актуальных и сложнейших прикладных задач теории управления подвижными объектами. Динамическая схема этого самолета, как объекта управления, описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений высокого порядка. Исследование устойчивости такой системы является трудной задачей. Однако благодаря известным теоремам Ляпунова часто устойчивость действительной системы можно оценивать по корням характеристического уравнения линеаризованной системы. В этой связи анализ устойчивости в линейном плане является необходимым звеном в процессе проектирования системы управления орбитального космического самолета. Среди разработанных в настоящее время методов синтеза линейных систем автоматического управления можно выделить направление, получившее наибольшее распространение в инженерной практике. В соответствии с этим направлением рассматриваются вопросы синтеза динамического регулятора, наблюдаемости и управляемости для орбитального космического самолета. Предложена методика выбора параметров динамического регулятора на раннем этапе проектирования системы управления движением орбитального космического самолета относительно центра масс. Рассмотрены вопросы наблюдаемости и управляемости орбитального космического самолета. Показано, что рассматриваемая система управления орбитального космического самолета наблюдаема и управляема, т. е. возможно создание устойчивого динамического регулятора, обеспечивающего требуемое быстродействие и точность углового положения орбитального космического самолета в орбитальном полете. Предложена методика выбора коэффициентов, входящих в законы управления исполнительными органами системы управления орбитального космического самолета.

Ключевые слова: вектор, матрица, динамический регулятор, наблюдаемость, управляемость, устойчивость.

Керування рухом орбітального космічного літака є одним з актуальних і найскладніших прикладних завдань теорії керування рухомими об'єктами. Динамічну схему цього літака, як об'єкта керування, описує система нелінійних диференціальних рівнянь високого порядку. Дослідження стійкості такої системи є складним завданням. Проте завдяки відомим теоремам Ляпунова часто стійкість дійсної системи можна оцінювати за коренями характеристичного рівняння лінеаризованої системи. У зв'язку з цим аналіз стійкості у лінійному плані є необхідною ланкою в процесі проектування системи керування орбітального космічного літака. Серед розроблених на цей час методів синтезу лінійних систем автоматичного керування можна виділити напрям, що став найбільш поширеним в інженерній практиці. Відповідно до цього напряму розглянуто питання синтезу динамічного регулятора, спостережуваності та керованості для орбітального космічного літака. Запропоновано методику вибору параметрів динамічного регулятора на ранньому етапі проектування системи керування рухом орбітального космічного літака відносно центру мас. Розглянуто питання спостережуваності та керованості орбітального космічного літака. Показано, що розглядувана система керування орбітального космічного літака спостережувана й керована, тобто можна створити стійкий динамічний регулятор, що забезпечує необхідну швидкодію і точність кутового положення орбітального космічного літака в орбітальному польоті. Запропоновано методику вибору коефіцієнтів, що входять до законів керування виконавчими органами системи керування орбітального космічного літака.

Ключові слова: вектор, матриця, динамічний регулятор, спостережуваність, керованість, стійкість.

Mission control of the orbital space plane is one of the actual and complicated applied problems of the theory of mobile objects control. Dynamic configuration of this plane as an object of control is described by the system of non-linear differential equations of higher order. Research of stability of such system is a difficult problem. However, thanks to known theorems of Lyapunov, often stability of the real system can be estimated by the roots of the characteristic equation of the linearized system. Thereupon the stability analysis in the linear setting is the necessary link in the process of orbital space plane control system development. Among the methods of synthesis of the automatic control linear systems developed to date one can emphasize the trend, which has become widely-spread in the engineering area. According to this trend the issues of synthesis of the dynamic regulator, observability and controllability for the orbital space plane are considered. Procedure of selection of the dynamic regulator parameters at the early phase of development of the control system for the orbital space plane motion about the center of mass is suggested. Observability and controllability of the orbital space plane are considered. It is shown that the considered *control system of the orbital space plane is observable and controllable, i.e. it is possible to develop the stable dynamic regulator, which provides the required speed and accuracy of the angular position of the orbital space plane during the orbital flight. Factors selection procedure is offered for the factors being the part of the control laws for the control system actuators.*

Keywords: vector, matrix, dynamic regulator, observability, controllability, stability.

Постановка задачи

Управление движением орбитального космического самолета (ОКС) является одной из актуальных и сложнейших прикладных задач теории управления подвижными объектами. Динамическая схема этого самолета, как объекта управления, описывается системой дифференциальных уравнений высокого порядка, учитывающих действие случайных внешних и параметрических возмущений, и содержит широкий и плотный спектр осцилляторов, обусловленных влиянием упругих свойств конструкции ОКС и топлива в баках. На начальном этапе проектирования ОКС, как правило, не учитывается влияние упругости его конструкции и колебаний топлива в баках.

Система управления (СУ) движением ОКС представляет собой замкнутую систему регулирования, состоящую из объекта управления и регулятора. СУ должна обеспечивать устойчивость движения ОКС и заданную точность регулирования отклонений углов и координат центра масс от программных значений.

Исследование устойчивости сложной существенно нелинейной системы, какой является СУ ОКС, – это трудная задача. Однако благодаря известным теоремам Ляпунова часто устойчивость действительной системы можно оценивать по корням характеристического уравнения линеаризованной системы [1]. В этой связи анализ устойчивости в линейном плане является необходимым звеном в процессе проектирования СУ.

Разработано большое количество критериев (частотных, алгебраических, корневых) для оценки асимптотической устойчивости. Они предложены применительно к линеаризованной системе с постоянными коэффициентами [2]. Однако в связи с необходимостью управления движением центра масс и вокруг центра масс ОКС с помощью жидкостных ракетных двигателей коэффициенты уравнений будут переменными. Для использования указанных критериев применяют метод «замороженных» коэффициентов. Согласно этому методу переменные коэффициенты заменяются постоянными для некоторых интервалов времени. Погрешность замены на этих интервалах должна быть технически приемлемой (не более 15%) [1].

Рассмотрен полет ОКС с выключенными маршевыми двигателями. Расход компонентов топлива при работе управляющих ракетных двигателей относительно небольшой. В связи с этим коэффициенты уравнений возмущенного движения ОКС относительно центра масс должны меняться медленно.

Предполагая в дальнейшем при анализе устойчивости движения применение метода «замороженных» коэффициентов, будем рассматривать систему уравнений, описывающих динамику ОКС, как систему с постоянными коэффициентами.

При быстром изменении во времени коэффициентов системы уравнений возмущенного движения ОКС ее следует рассматривать как нестационарную [3].

Эффективным методом исследования динамических систем является моделирование [4]. Для этого используются на ранних стадиях разработки СУ цифровые вычислительные машины.

Анализ динамики ОКС может быть проведен с учетом особенностей отдельных участков траектории движения, что создает предпосылки к упрощению динамической схемы на каждом из участков. Такое упрощение особенно целесообразно для ранних этапов проектирования.

Обычно процесс проектирования СУ начинают с исследования устойчивости углового движения упругого аппарата как твердого тела. Наиболее простой случай соответствует отсутствию системы стабилизации движения центра масс, т. е. имеется только система угловой стабилизации, и анализу устойчивости подвергаются только уравнения моментов [5].

Таким образом, целью статьи является разработка методики выбора параметров динамического регулятора ОКС на раннем этапе проектирования СУ в предположении, что ОКС является твердым телом. Эффективность органов управления должна обеспечивать парирование всех возмущений, а система стабилизации должна обеспечить устойчивость движения ОКС относительно центра масс.

Современная теория линейных систем автоматического управления основана на использовании метода пространства состояний [2]. Этот метод позволяет судить, достижима ли цель управления (управляемость объекта), определять необходимый состав измерителей (наблюдаемость объекта), синтезировать управление и др.

Среди разработанных в настоящее время методов синтеза линейных систем автоматического управления можно выделить два основных направления, получивших наибольшее распространение в инженерной практике.

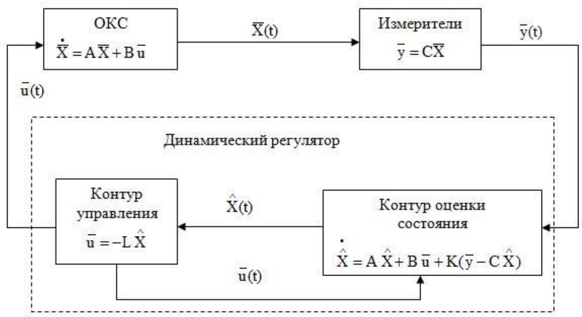
Первое направление основано на оптимизации системы по минимуму некоторого функционала (обычно интеграла от какой-либо квадратичной формы), характеризующего качество регулирования.

Второе направление связано с методами формирования обратной связи, придающей системе заранее выбранное распределение корней характеристического полинома, которые определяют большинство динамических свойств системы – запас устойчивости, время переходного процесса и др.

Далее в соответствии со вторым направлением рассматриваются вопросы синтеза динамического регулятора, наблюдаемости и управляемости для ОКС.

Структурная схема канала управления ОКС

Структурная схема одного канала управления ОКС без учета действия внешних возмущающих моментов приведена на рисунке.



Динамика ОКС на схеме, приведенной на рисунке, описывается линеаризованным уравнением

$$\dot{\bar{X}} = A\,\bar{X} + B\,\bar{u}, \tag{1}$$

где $\bar{X}$ – вектор состояния системы размерностью n; $\bar{u}$ – вектор управления размерностью m; A, B – постоянные матрицы размерностью $n \times n$ и $n \times m$ соответственно.

Уравнение измерительных устройств имеет вид

$$\bar{y} = C\,\bar{X}, \tag{2}$$

где $\bar{y}$ – вектор выходных координат размерностью r; C – постоянная матрица размерностью $r \times n$.

Опираясь на знание сигналов $\bar{y}(t)$, $\bar{u}(t)$ и матриц A, B, C, приведенных в (1), (2), необходимо оценить вектор состояния $\bar{X}(t)$. Для этого необходимо подвести сигнал $\bar{u}(t)$ к электронной модели ОКС, реализуемой в БЦВМ:

$$\dot{\hat{X}} = A\,\hat{X} + B\,\bar{u}, \tag{3}$$

где $\hat{X}$ – оценка вектора состояния полной размерности n.

Недостаток оценивающего устройства (3) состоит в том, что оно действует по разомкнутому циклу, а поскольку данные о A, B и $\bar{u}(t)$ неточные, то после некоторого времени работы это устройство будет выдавать слишком неточную оценку вектора $\bar{X}(t)$. Чтобы при сохранении линейности устройства (3) устранить этот недостаток, в уравнение контура оценки состояния вводится еще один член:

$$\dot{\hat{X}} = A\,\hat{X} + B\bar{u} + K(\bar{y} - C\,\hat{X}), \tag{4}$$

где K – постоянная матрица размерностью $n \times r$.

С учетом (2) уравнение (4) можно представить в виде

$$\dot{\hat{X}} = A\hat{X} + B\bar{u} + KC(\bar{X} - \hat{X}). \quad (5)$$

Решив уравнение (5) с помощью БЦВМ, получим оценку вектора состояния $\hat{X}(t)$, которая используется для формирования сигнала в контуре управления

$$\bar{u} = -L\hat{X}, \quad (6)$$

где L – постоянная матрица размерностью $r \times n$.

Как показано на рисунке, сигнал $\bar{u}(t)$ поступает в виде обратной связи в контур оценки состояния, а также используется при выработке управляющего момента $B\bar{u}$, приложенного к ОКС со стороны исполнительных органов.

Контур оценки состояния и контур управления, описываемые уравнениями (4) и (6) соответственно, образуют динамический регулятор системы, задачей которого является перевод системы из произвольного состояния $\bar{X}_o$, имеющего место в момент времени t_o, в некоторое требуемое состояние $\bar{X}_1 \neq \bar{X}_o$ за время t_1 - t_o. Обычно состояние $\bar{X}_1$ соответствует началу координат.

На практике не всегда все компоненты вектора состояния $\bar{X}(t)$ доступны для измерения, так как число измерительных устройств может быть ограничено, кроме того, часть переменных вектора состояния, например переменных, характеризующих деформацию конструкции, в принципе нельзя измерить.

Обычно выходными величинами ОКС служат лишь отдельные компоненты вектора состояния либо линейные комбинации этих параметров.

Условия наблюдаемости и управляемости системы

С точки зрения теории линейных систем [2] задача управления ОКС с неполной информацией сводится к исследованию наблюдаемости системы уравнений

$$\begin{aligned} \dot{\bar{X}} &= A\bar{X} + B\bar{u}; \\ \bar{y} &= C\bar{X}, \end{aligned} \quad (7)$$

описывающих динамику ОКС с данным составом измерений, исследованию управляемости системы (7), синтезу контура оценки состояния и выбору коэффициентов матриц K и L, входящих в уравнения динамического регулятора.

Как показал Калман [1], проверка условия наблюдаемости для линейной стационарной системы (7) сводится к определению ранга матрицы

$$Q_н = \left[C^T \vdots A^T C^T \vdots (A^T)^2 C^T \vdots \cdots \vdots (A^T)^{n-1} C^T\right]. \quad (8)$$

Ранг этой матрицы для наблюдаемой системы должен быть равен порядку n системы. Эквивалентный критерий наблюдаемости формулируется следующим образом. Система (7) наблюдаема тогда и только тогда, когда система

$$\dot{\bar{X}} = A\bar{X};$$
$$C\bar{X} = 0$$

имеет единственное решение $\bar{X} = 0$.

Условием управляемости [2] системы (7) является равенство ранга матрицы управляемости

$$Q_у = \left[B \vdots AB \vdots A^2 B \vdots \cdots \vdots A^{n-1} B\right] \quad (9)$$

порядку n системы. Эквивалентный критерий управляемости: система (7) управляема тогда и только тогда, когда система

$$\dot{\bar{X}} = A^T \bar{X};$$
$$B^T \bar{X} = 0$$

имеет единственное решение $\bar{X} = 0$.

Матрицы $Q_н$ и $Q_у$, определяемые выражениями (8) и (9) соответственно, записываются в блочной форме. Если элементы-блоки записать в развернутой форме, то матрицы станут прямоугольными. Чтобы определить ранг матрицы, надо из ее столбцов (или соответствующих частей столбцов) составить все возможные определители. Порядок старшего, отличного от нуля определителя, равен рангу матрицы.

Выбор коэффициентов динамического регулятора

Из факта управляемости и наблюдаемости линейной стационарной системы следует возможность построения в контуре управления линейного динамического регулятора с постоянными коэффициентами, при котором матрица замкнутой системы имеет любые заданные собственные значения, т. е. при построении системы управления в рамках линейной модели принципиально возможно реализовать сколь угодно высокую точность углового положения ОКС.

Элементы матриц K и L, входящие в уравнения (4) и (6) соответственно, представляют собой постоянные коэффициенты. Для нахождения этих элементов необходимо раскрыть многочлены

$$f_1(\lambda) = \det(A - KC - \lambda E);$$

$$f_2(\lambda) = \det(A - BL - \lambda E),$$

где $K = \{k_{ij}\}$; $L = \{l_{ij}\}$; E – единичная матрица.

Общий вид многочленов $f_1(\lambda)$, $f_2(\lambda)$ после раскрытия следующий:

$$f(\lambda) = \lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + \\ + a_2\lambda^{n-2} + \cdots + a_{n-1}\lambda + a_n, \tag{10}$$

где $a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_n = f(k_{ij})$ для $f_1(\lambda)$;

$a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_n = f(l_{ij})$ для $f_2(\lambda)$.

Задавая нужное распределение корней многочлена $f(\lambda)$, можно однозначно определить значения a_i, где i = 1, 2, …, n. Затем, используя функциональные зависимости $a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_n = f(k_{ij})$ и $a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_n = f(l_{ij})$, находим значения k_{ij} и l_{ij} соответственно. Если в (10) неизвестных окажется больше, чем уравнений, то часть неизвестных считаются свободными параметрами.

При выборе коэффициентов $a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_n$, входящих в (10), используется метод стандартных полиномов. Суть метода заключается в том, что коэффициенты характеристического полинома (10) приравниваются к коэффициентам стандартного полинома, обеспечивающего оптимальное протекание переходных процессов в системе.

Чтобы обеспечить оптимальность, предлагается определенное распределение полюсов полинома. При выборе расположения полюсов на комплексной плоскости чаще всего используется либо биноминальное распределение, либо распределение Баттерворта.

При задании биноминального распределения полюсов реакция системы на ступенчатое воздействие имеет апериодический характер. При задании распределения полюсов Баттерворта переходный процесс в системе носит колебательный характер.

Биноминальные стандартные формы до шестого порядка:

$\lambda + \omega;$

$\lambda^2 + 2\omega\lambda + \omega^2;$

$\lambda^3 + 3\omega\lambda^2 + 3\omega^2\lambda + \omega^3;$

$\lambda^4 + 4\omega\lambda^3 + 6\omega^2\lambda^2 + 4\omega^3\lambda + \omega^4;$

$\lambda^5 + 5\omega\lambda^4 + 10\omega^2\lambda^3 + 10\omega^3\lambda^2 + 5\omega^4\lambda + \omega^5;$

$\lambda^6 + 6\omega\lambda^5 + 15\omega^2\lambda^4 + 20\omega^3\lambda^3 + 15\omega^4\lambda^2 +$

$+ 6\omega^5\lambda + \omega^6.$

Биноминальное распределение полюсов предполагает обеспечение одинаковости собственных чисел, причем n-мерный корень должен быть действительным, отрицательным, со значением модуля ω, определяемым требованиями к быстродействию системы (чем больше ω, тем меньше время регулирования).

Расположение собственных чисел, предложенных Баттервортом, состоит в том, что корни при соблюдении одинаковости угловых расстояний распределяются по полуокружности радиуса ω в левой полуплоскости λ комплексной плоскости.

Стандартные формы Баттерворта до шестого порядка:

$\lambda + \omega;$

$\lambda^2 + 1{,}4\omega\lambda + \omega^2;$

$\lambda^3 + 2{,}0\omega\lambda^2 + 2{,}0\omega^2\lambda + \omega^3;$

$\lambda^4 + 2{,}6\omega\lambda^3 + 3{,}4\omega^2\lambda^2 + 2{,}6\omega^3\lambda + \omega^4;$

$\lambda^5 + 3{,}24\omega\lambda^4 + 5{,}24\omega^2\lambda^3 + 5{,}24\omega^3\lambda^2 +$

$+ 3{,}24\omega^4\lambda + \omega^5;$

$\lambda^6 + 3{,}86\omega\lambda^5 + 7{,}46\omega^2\lambda^4 + 9{,}10\omega^3\lambda^3 +$

$+ 7{,}46\omega^4\lambda^2 + +3{,}86\omega^5\lambda + \omega^6.$

При вычислении параметра ω, входящего в выражения коэффициентов стандартных форм (биноминального и Баттерворта), используется выражение [1, 2]

$$t_n = \frac{3}{\omega}, \tag{11}$$

где t_n – длительность переходного процесса в системе.

Таким образом, схема расчета динамического регулятора сводится к следующему. Задавая значение времени переходного процесса t_n,, по формуле (11) определяем значение ω. Для выбранной стандартной формы определяются коэффициенты a_i, где i = 1, 2, …, n. Подставляя найденные коэффициенты a_i в формулу (10), определяются коэффициенты k_{ij}, l_i, где i, j = 1, 2, …, n. После этого с помощью ЭВМ решается система уравнений

$$\begin{aligned} \dot{\overline{\mathrm{X}}} &= \mathrm{A}\,\overline{\mathrm{X}} + \mathrm{B}\,\overline{\mathrm{u}}; \\ \dot{\hat{\mathrm{X}}} &= \mathrm{A}\,\hat{\mathrm{X}} + \mathrm{B}\,\overline{\mathrm{u}} + \mathrm{KC}(\overline{\mathrm{X}} - \hat{\mathrm{X}}) \end{aligned} \tag{12}$$

при заданных начальных отклонениях параметров $\mathrm{X_i}(0)$, $\hat{\mathrm{X}}_\mathrm{i}$ (0), где i = 1, 2, …n.

Заключение

Разработана методика выбора параметров динамического регулятора ОКС на раннем этапе проектирования СУ.

Показано, что рассматриваемая система управления ОКС, описываемая уравнениями (1) и (2), наблюдаема и управляема, т. е. возможно создание устойчивого динамического регулятора, обеспечивающего требуемое быстродействие и точность углового положения ОКС в орбитальном полете.

Приведена методика выбора коэффициентов, входящих в законы управления исполнительными органами СУ ОКС.

В дальнейшем целесообразно продолжить исследования в нелинейной постановке задачи.

Список использованной литературы

1. Айзенберг Я. Е., Сухоребрый В. Г. Проектирование систем стабилизации носителей космических аппаратов. – М.: Машиностроение, 1986. – 220 с.

2. Кузовков Н. Т. Модальное управление и наблюдающие устройства. – М.: Машиностроение, 1976. – 184 с.

3. Красовский Н. Н. Теория управления движением. – М.: Наука, 1968. – 475 с.

4. Larson Wiley J. and Wertz James R. (editors). Space mission analysis and design. – Published Jointly by Microcosm, Inc. (Torrance, California) Kluwer Academic Publishers (Dordrecht / Boston / London), 1992. – 865 p.

5. Sidi Marcel J. Spececraft Dynamics and Control. A Practical Engineering Approach. – Israel Aircraft Industries Ltd. and Tel Aviv University. Cambridge University press, 1997. – 409 p.

Статья поступила 15.01.2019