

Канд. техн. наук В. П. Олейник, Л. Г. Калугер

## ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ГАЗОВОГО ПРИВОДА СО СТРУЙНЫМ ДВИГАТЕЛЕМ

Применение сервоприводов на летательных аппаратах обуславливает требования к их динамическим характеристикам. Вопросы динамики привода со струйным двигателем в печати практически не освещены. Возникает задача выбора структуры и параметров устройств, состоящих из нескольких подсистем, динамические характеристики которых должны быть согласованы друг с другом оптимальным образом. Целью работы является разработка математических зависимостей для расчета динамических характеристик. Рассмотрена функциональная схема привода, состоящего из струйного двигателя на базе сегнерова колеса с соплом Лаваля, механической передачи и пневматического распределительного устройства – струйной трубы, управляемой электромеханическим преобразователем. Приведена схема механической части пневмопривода со струйным двигателем с передачей винт-гайка. Представлена динамическая модель и даны алгебраические соотношения определения собственных частот привода. Даны уравнения движения выходного штока при полном составе нагрузки. С помощью преобразования Лагранжа применительно к шариковинтовой передаче выведено выражение для приведенной массы выходного звена. Приведенная масса нагрузки зависит от конструкции струйного двигателя и оказывает основное влияние на собственные частоты привода. Даны оценка изменения приведенной массы от момента инерции струйного двигателя и коэффициента передачи редуктора. На основе предложенных алгоритмов построены динамические характеристики сервопривода: переходный процесс и амплитудно-частотная характеристика. Привод имеет относительно низкую полосу пропускания, что объясняется значением приведенной массы нагрузки.

**Ключевые слова:** пневмопривод, функциональная схема, гидродинамическая сила, приведенная масса, преобразования Лагранжа, шариковинтовая передача, переходный процесс, частотная характеристика.

Застосування сервоприводів на літальних апаратах зумовлює вимоги до їх динамічних характеристик. Питання динаміки приводу зі струминним двигуном у пресі майже не висвітлено. Постає завдання вибору структури та параметрів пристроїв, що складаються з декількох підсистем, динамічні характеристики яких мають бути узгоджені між собою оптимально. Метою роботи є розроблення математичних залежностей для розрахунку динамічних характеристик. Розглянуто функціональну схему приводу, що складається зі струминного двигуна на базі сегнерівського колеса з соплом Лаваля, механічної передачі та пневматичного розподільного пристроя – струмінної трубки, керованої електромеханічним перетворювачем. Наведено схему механічної частини пневмоприводу зі струминним двигуном з передачею гвинт-гайка. Подано динамічну модель і наведено алгебраїчні спiввiдношення визначення власних частот приводу. Подано рiвняння руху вихiдного штока для повного складу навантаження. За допомогою перетворення Лагранжа щодо кулько-гвинтової передачі виведено вираз для зведеної маси вихiдної ланки. Зведена маса навантаження залежить вiд конструкцiї струминного двигуна i спрaвляє основний вплив на власнi частоти приводу. Оцiнено змiнення зведеної маси вiд моменту iнерцiї струминного двигуна i коефiцiєнта передачi редуктора. На основi запропонованих алгоритmів побудовано динамічні характеристики сервопривода: переходний процес i амплiтудно-частотну характеристику. Привiд має вiдносно низьку смугу пропускання, що пояснюється значенням зведеної маси навантаження.

**Ключовi слова:** пневмопривiд, функцiональна схема, гiдродинамiчна сила, зведена маса, перетворення Лагранжа, кулько-гвинтова передача, переходний процес, частотна характеристика.

*The use of servo drives on flying vehicles determines the requirements to their dynamic characteristics. The problems of dynamics of drive with jet motor are not practically covered in publications. The task arises of selection of structure and parameters of devices consisting of several subsystems whose dynamic characteristics must be brought into agreement with each other in optimal way. The purpose of this work is to develop mathematical dependences for calculation of dynamic characteristics. The functional arrangement of the drive is considered consisting of jet motor based on Segner wheel with de Laval nozzle, mechanical transmission, pneumatic distributing device – jet pipe controlled by electromechanical converter. The layout is presented of mechanical segment of servo drive with jet motor with screw-nut transmission. The dynamic model is presented and the algebraic relations to determine natural frequencies of the drive are given. The motion equations of output rod at full composition of load are given. Using Lagrange transformation as applied to ball screw transmission, the expression for reduced mass of output element was derived. The reduced mass of load depends on the jet motor design and exerts basic influence on the drive's natural fre-*

quencies. The evaluation is given of reduced mass change from the jet motor moment of inertia and reducer transmission coefficient. Based on the proposed algorithms, the dynamic characteristics of servo drive were constructed: transient process and amplitude-frequency characteristic. The drive has relatively low pass band, which is explained by the value of reduced mass of load.

**Key words:** pneumatic drive, functional arrangement, hydrodynamic force, reduced mass, Lagrange transformations, ball screw transmission, transient process, frequency characteristic.

Применение струйных двигателей на горячем газе в летательных аппаратах энергетически выгодно и привлекает к рассмотрению разработчиков разных стран. Разработка пневматических сервоприводов на горячем газе со струйными двигателями для использования на летательных аппаратах освещена в ограниченном числе публикаций. Наиболее подробно она представлена в [1], а также при рас-

смотрении статических характеристик струйного двигателя [2, 3]. В литературе недостаточно внимания уделено математическим зависимостям, описывающим динамические процессы, требования к которым выдвигают летательные аппараты.

Целью работы является получение динамических характеристик сервопривода со струйным двигателем, функциональная схема которого представлена на рис. 1.

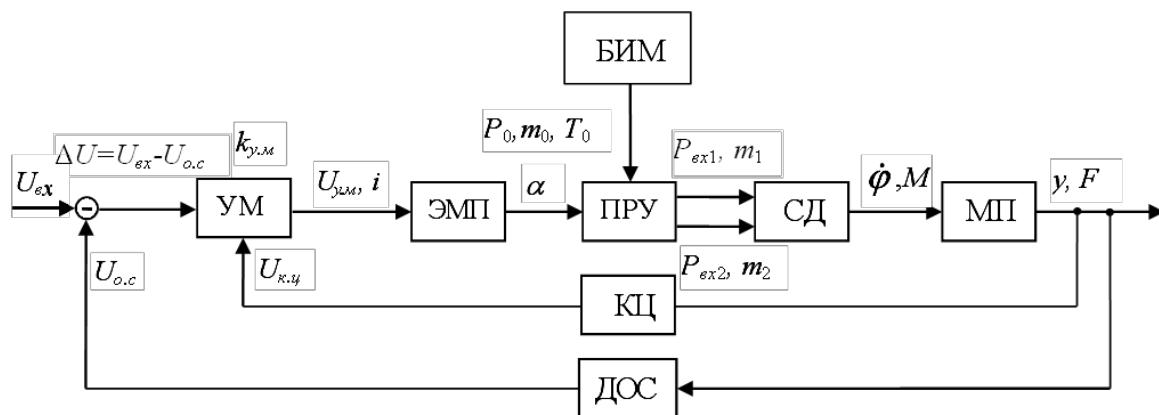


Рис. 1. Функциональная схема привода со струйным двигателем:

УМ – усилитель мощности; ЭМП – электромагнитный преобразователь; ПРУ – пневматическое распределительное устройство; СД – струйный двигатель; МП – механическая передача; КЦ – корректирующая цепь; ДОС – датчик обратной связи; БИМ – бортовой источник мощности;  $P_0, m_0, T_0$  – давление, расход и температура на входе в привод;  $U_{ex}$  – напряжение входного сигнала;  $U_{o.c}$  – напряжение обратной связи;  $\Delta U$  – напряжение рассогласования;  $U_{y.m}$  – напряжение в обмотках управления ЭМП;  $U_{k.y}$  – напряжение корректирующей цепи;  $k_{y.m}$  – коэффициент усиления усилителя мощности на входе в ЭМП;  $i$  – ток в обмотках управления ЭМП;  $\alpha$  – угол поворота якоря ЭМП;  $P_{ex1}, P_{ex2}$  и  $m_1, m_2$  – давление и расход газа в полостях СД;  $\dot{\phi}, M$  – угловая скорость и момент на выходе из СД;  $y, F$  – перемещение и усилие на штоке шарикоподшипниковой передачи

Привод состоит из следующих узлов: пневматического струйного двигателя, выполненного на базе сегнерова колеса с со-плом Лаваля на выходе, механической передачи в виде редуктора, шарикоподшипниковой передачи (ШВП) со встроенным датчиком обратной связи и пневматического распределительного устройства, которое осуществляет перераспределение потока горячего газа. В качестве пневматического распределительного устройства рассматривается струйная трубка, которая управляема электромеханическим преобразователем.

Суммирование сигналов на входе при-

вода осуществляется преобразующе-суммирующим устройством. Механическая передача согласовывает выходную энергию струйного двигателя с объектом управления.

Сжатый газ на вход привода подается от бортового источника мощности, который обеспечивает работу привода в течение заданного времени. Особенностью данной схемы является то, что для работы приводов требуется постоянный максимальный расход от источника питания.

Уравнения электрических цепей представлены ниже.

Уравнение напряжения рассогласования

$$\Delta U = U_{ex} - U_{o.c.} \quad (1)$$

Уравнение напряжения обратной связи

$$U_{o.c.} = k_{o.c} y, \quad (2)$$

где  $k_{o.c}$  – коэффициент обратной связи.

Уравнение напряжения корректирующей цепи

$$U_{k.u} = D_{k.u} y, \quad (3)$$

где  $D_{k.u}$  – полином корректирующей цепи.

Напряжение на выходе усилителя мощности

$$U_{y.m} = k_{y.m} (U_{ex} - U_{o.c.}) \quad (4)$$

Уравнение напряжений в обмотках управления ЭМП

$$U_{y.m} = i(R_o + R_y) + L \frac{di}{dt} + k_{u\dot{\alpha}} \frac{d\alpha}{dt}, \quad (5)$$

где  $R_o$  – активное сопротивление обмотки управления;

$R_y$  – активное сопротивление выходного каскада усилителя;

$L$  – индуктивность обмотки управления;

$k_{u\dot{\alpha}}$  – коэффициент противоэлектродвижущей силы.

Уравнение угла поворота ЭМП

$$I_a \frac{d^2\alpha}{dt^2} + k_{M\dot{\alpha}} \frac{d\alpha}{dt} + k_{M\alpha}\alpha = k_{Mi}i - M_{bh}, \quad (6)$$

где  $I_a$  – приведенный момент инерции якоря преобразователя, учитывающий массу устройств, закрепленных на якоре;

$k_{M\dot{\alpha}}$  – коэффициент вязкого трения, связывающий момент на валу с его скоростью;

$k_{M\alpha}$  – коэффициент жесткости моментной пружины;

$k_{Mi}$  – коэффициент пропорциональности между током  $i$  и движущим моментом ( крутизна моментной характеристики);

$M_{bh}$  – момент внешних сил, учитывающий гидродинамическое воздействие потока воздуха.

Пневматическое распределительное устройство осуществляет в следящем силовом приводе основную функцию управ-

ления – перераспределение входного газового потока.

Схема струйного двигателя совместно с ПРУ представлена на рис. 2.

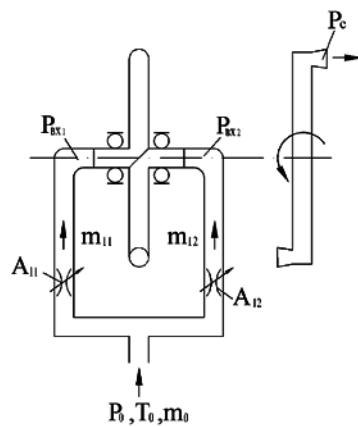


Рис. 2. Схема струйного двигателя совместно с ПРУ

Основой расчета математической модели ПРУ является уравнение расхода газа через дроссель. Массовый расход газа через дроссель может быть описан уравнением Сен-Венана и Вентцеля

$$m_{ij} = \mu P_0 A_{ij} \Phi(R, T_0) \Phi(k) \Phi(P_{exi}/P_0), \quad (7)$$

где  $P_0$  – давление перед рассматриваемым дросселем;

$P_{exi}$  – давление за рассматриваемым дросселем;

$A_{ij}$  – проходное сечение дросселя;

$$\Phi(R, T_0) = \sqrt{\frac{1}{RT_0}}; \quad \Phi(k) = \sqrt{k \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}},$$

$T_0$  – температура газа перед входом в дроссель;

$$\Phi(P_{ex}/P_0) = \sqrt{\frac{2}{k-1} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}} \times \sqrt{\left( \frac{P_{ex}}{P_0} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{P_{ex}}{P_0} \right)^{\frac{k+1}{k}}} \text{ при } \frac{P_{ex}}{P_0} \geq \beta_{kp};$$

$$\Phi(P_{ex}/P_0) = 1 \text{ при } \frac{P_{ex}}{P_0} < \beta_{kp}.$$

Здесь  $\beta_{kp} = \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}$  – критический пе-

репад давлений на дросселе;  $k$  – коэффициент адиабаты.

При применении распределительного устройства с управлением от электромеханического преобразователя необходимо учитывать силы, действующие на подвижный элемент, в нашем случае на струйную трубку. При смещении координаты  $x$  струйной трубы относительно нейтрали приемных окон платы на нее действуют гидродинамическая сила, создаваемая реакцией вытекающей струи, сила трения и инерционная сила.

Переход от координаты  $x$  к углу поворота струйной трубы  $\alpha$  происходит на основании соотношения  $x=l\alpha$ , где  $l$  – длина рычага, связывающего якорь ЭМП с подвижным элементом ПРУ.

Значение гидродинамической силы  $P_r$  можно записать следующим образом:

$$P_r = -\rho q V \cos(\theta), \quad (8)$$

где  $\rho$  – плотность;

$q$  – объемный расход;

$V$  – скорость среды;

$\theta$  – угол вхождения струи.

Принимая  $\rho q = m$ , а  $V = \frac{m}{\rho ax}$ , где  $\rho = \frac{P_0}{RT}$ ;  $m$  – массовый расход;  $P_0$  – давление на входе;  $R$  – газовая постоянная;  $T$  – температура газа на входе;  $a$  – ширина прямоугольной щели пневматического распределительного устройства, выражение для гидродинамической силы  $P_r$ , направленной в сторону закрытия, перепишем как

$$P_r = k_n \frac{m(x)^2 RT}{P_0 ax} \cos(\theta(x)), \quad (9)$$

где  $k_n$  – коэффициент поправки по результатам физического или численного эксперимента.

Здесь массовый расход  $m(x)$  и угол вхождения струи  $\theta(x)$  зависят от перемещения  $x$  струйной трубы. При  $x=0$ ,  $\cos(\theta(x))=1$ ,  $m(x)=0$ , при  $x=x_{\max}$   $\cos(\theta(x))=0$ .

Массовый расход через ПРУ для сверхкритического течения газа рассчитывается по формуле

$$m(x) = \mu \max \frac{P_0}{\sqrt{RT}} \sqrt{k \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}}, \quad (10)$$

где  $\mu$  – коэффициент расхода.

Зависимость значения угла  $\theta$  от перемещения струйной трубы  $x$  была определена при рассмотрении течения струи в пакете ANSYS и приведена в таблице.

Геометрические параметры струйной трубы ( $l=0,0215$  м)

$\alpha$ , град	$\theta$ , град	$x$ , мм	$\cos(\theta)$
0	0	0	1
1	46	0,375	0,6946
2	57,2	0,75	0,5417
3	72,8	1,11	0,2957
4	90	1,5	0

Изменение  $\cos(\theta(x))$  представлено на рис. 3.

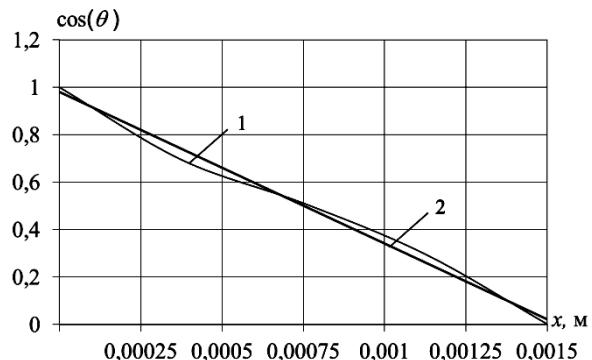


Рис. 3. Зависимость косинуса угла истечения струи из струйной трубы от ее перемещения:  
1 – численный эксперимент; 2 – линия тренда

На рис. 4 представлен график изменения гидродинамической силы, действующей на струйную трубку.

Расчет по формуле (9) проводился при следующих параметрах:  $T=1264$  К,  $R=403,53$  Дж/(кг·К),  $a=0,006$  м,  $\mu=0,85$ ,  $k=1,27$ ,  $P_0=6,9$  МПа,  $k_n=1$ .

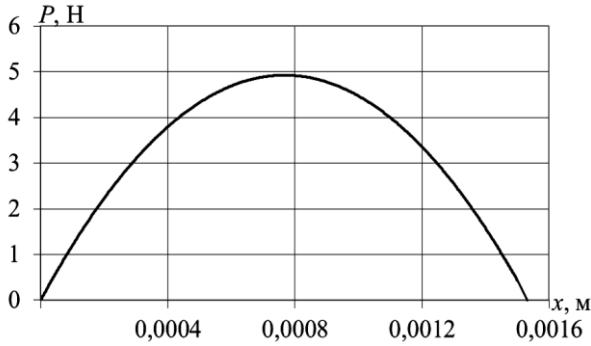


Рис. 4. Зависимость гидродинамической силы от перемещения струйной трубы

Значение давления газа после ПРУ  $P_{ex1}$  и  $P_{ex2}$  можно определить из уравнения неразрывности применительно к объекту для проточной пневматической полости

$$\frac{dP_{ex}}{dt} = \frac{kRT_0}{V_0} (m_{npy} - m_{ym} - m_c), \quad (11)$$

где  $m_{npy}$  – массовый расход газа через ПРУ;  
 $m_{ym}$  – массовый расход газа через сопло Лаваля;  
 $m_c$  – массовый расход утечек газа.

Массовые расходы  $m_{npy}$ ,  $m_c$ ,  $m_{ym}$  можно определить в соответствии с (7).

Значение давления  $P_{ex}$  в первом приближении без учета центробежных сил ротора можно приравнять к давлению газа на входе в сопло.

Движущий момент струйного двигателя для ротора с  $n$  соплами в соответствии с [1] можно представить как

$$M_{ob} = nm_c V_{cp} L_c - nm_c L^2 \frac{d\varphi}{dt} - k_{ce} \frac{d^2\varphi}{dt^2}, \quad (12)$$

где  $V_{cp}$  – скорость газа на срезе сопла,

$$V_{cp} = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} RT_0 \left( 1 - \left( \frac{P_{cp}}{P_c} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right)}; \quad (13)$$

$L_c$  – расстояние от сопла до оси вращения ротора;  
 $P_{cp}$  – давление вытекающего газа на срезе сопла;  
 $P_c$  – давление газа перед соплом;  
 $\frac{P_{cp}}{P_c} = 0,12$  для сопла Лаваля при  $k=1,27$  [2];

$k_{ce}$  – коэффициент, характеризующий момент сопротивления СД при вращении в окружающем газе.

Значение осевой силы в зависимости от движущего момента  $M_{ob}$  струйного двигателя, развивающей ШВП, запишем как

$$F = \frac{2M_{ob}}{dtg\varphi} i_p \eta_{red} \eta_{shvn}, \quad (14)$$

где  $i_p$  – коэффициент передачи редуктора;  
 $\eta_{red}$  – КПД редуктора;  
 $\eta_{shvn}$  – КПД шариковинтовой передачи;  
 $d$  – диаметр винта;  
 $\varphi$  – угол подъема резьбы,

$$\varphi = \arctg \left( \frac{n_3 P}{\pi d} \right), \quad (15)$$

где  $n_3$  – число заходов;  
 $P$  – шаг винта.

Угловая скорость штока ШВП (при  $n_3=1$ ) вычисляется из выражения

$$\frac{d\varphi_w}{dt} = \frac{2\pi}{P} i_p \frac{dy}{dt}, \quad (16)$$

где  $\varphi_w$  – угол поворота вращения винта ШВП;  
 $y$  – линейное перемещение (нагрузки) штока ШВП.

Уравнение движения выходного штока при полном составе нагрузки можно записать как

$$m_{np} \frac{d^2y}{dt^2} = F - h \frac{dy}{dt} - cy - Q - |P_{mp}| \operatorname{sgn} \frac{dy}{dt}, \quad (17)$$

где  $m_{np}$  – масса нагрузки, приведенная к штоку;  
 $h$  – коэффициент вязкого трения нагрузки, приведенный к штоку;  
 $c$  – жесткость внешней нагрузки, приведенная к штоку;  
 $Q$  – постоянная составляющая нагрузки;  
 $P_{mp}$  – сила трения;  
 $\operatorname{sgn} \frac{dy}{dt}$  – функция Кронекера.

Значение осевой силы  $F$  из выражения (17) можно переписать в виде  $F=M_{\text{об}}S$ , где

$$S = \frac{2i_p \eta_{\text{peo}} \eta_{\text{швп}}}{dt \operatorname{tg} \varphi}.$$

С учетом выражений (16), (17), обозначив  $\theta = \frac{2\pi}{P} i_p$ , в нормальной форме Коши уравнение движения выходного штока для одномассовой системы имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= g; \\ \frac{dg}{dt} &= \frac{1}{m_{np}} \left[ S n m_c V_{cp} L \operatorname{sgn}(x) - S n m_c L^2 \theta g \times \right. \\ &\quad \times \operatorname{sgn}(x) - S k_{ca} \theta^2 g^2 \operatorname{sgn}(x) - h_{np} g - C_{np} y - \\ &\quad \left. - |P_{np}| \cdot \operatorname{sgn}(g) \right]. \end{aligned} \quad (18)$$

Данное уравнение будет справедливым при значениях упругости редуктора и ШВП, стремящейся к бесконечности, либо когда масса нагрузки значительно меньше приведенного значения момента инерции струйного двигателя к штоку.

Выражение для приведенной массы выходного звена можно найти из уравнения Лагранжа второго рода для кинетической энергии, которое имеет вид [5, 6]

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{y}} \right) - \frac{\partial T}{\partial y} = Q_i, \quad (19)$$

где  $T$  – кинетическая энергия системы привода;  $Q_i$  – внешняя обобщенная сила, которая действует на привод.

Кинетическая энергия имеет составляющие, которые отвечают кинетической энергии нагрузки и кинетической энергии кинематической цепи привода,

$$T = \frac{1}{2} m_h \dot{y}^2 + \frac{1}{2} (I_p + I_{\text{швп}}) \dot{\varphi}_{\text{швп}}^2, \quad (20)$$

где  $I_p = I_{\text{cd}} i_p^2$  – момент инерции струйного двигателя и первого колеса редуктора, приведенного к струйному двигателю;

- $I_{\text{швп}}$  – момент инерции винта ШВП;
- $m_h$  – масса полезной нагрузки.

Кинематические соотношения между поступательным перемещением  $m_h$  и поворотом винта в передаче винт-гайка имеют вид

$$\frac{\varphi_{\text{швп}}}{2\pi} = \frac{y}{P}; \quad \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d\varphi_{\text{швп}}}{dt} = \frac{1}{P} \cdot \frac{dy}{dt}. \quad (21)$$

Учитывая кинематические соотношения (20) и (21), найдем общую кинетическую энергию динамической системы привода

$$T = \frac{1}{2} \left[ m_h + (I_p + I_{\text{швп}}) \frac{4\pi^2}{P^2} \right] \dot{y}^2.$$

Кинетическая энергия не зависит от вида перемещения, поэтому ее частная производная  $\frac{\partial T}{\partial y} = 0$ .

Найдем частную производную кинетической энергии по скорости движения штока

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{y}} = \left[ m_h + (I_p + I_{\text{швп}}) \frac{4\pi^2}{P^2} \right] \dot{y}.$$

Производная по времени частной производной кинетической энергии определяется путем дифференцирования

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{y}} \right) = \left[ m_h + (I_p + I_{\text{швп}}) \frac{4\pi^2}{P^2} \right] \ddot{y} = m_{np} \ddot{y}.$$

Выражение в квадратных скобках является приведенной массой привода

$$m_{np} = m_h + (I_{\text{швп}} + I_p) \frac{4\pi^2}{P^2}. \quad (22)$$

Это уравнение показывает роль кинематической схемы, связывающей двигатель с нагрузкой.

Для значений  $m_h=68$  кг,  $P=0,005$  м,  $I_{\text{швп}}=325 \cdot 10^{-6}$  кг·м<sup>2</sup>,  $i_p=5, 15, 25$  на рис. 5 представлены зависимости значения приведенной массы от момента инерции струйного двигателя и первого колеса редуктора  $I_{\text{cd}}$ .

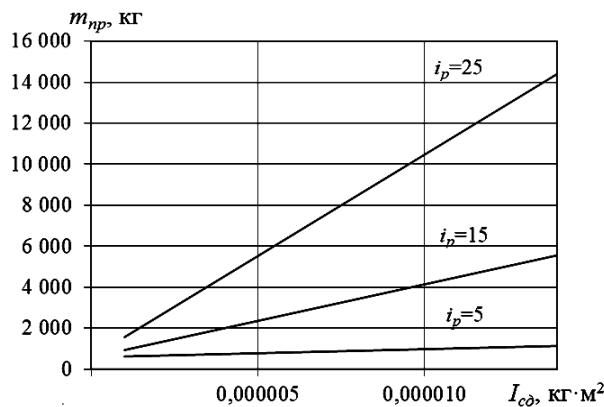


Рис. 5. Изменение приведенной массы от момента инерции струйного двигателя

Из формулы (22) и рис. 5 видно, что увеличение коэффициента передачи редуктора  $i_p$  при прочих равных существенно влияет на увеличение приведенной массы нагрузки привода.

На рис. 6 представлены зависимости значения приведенной массы от коэффициента передачи редуктора  $i_p$ .

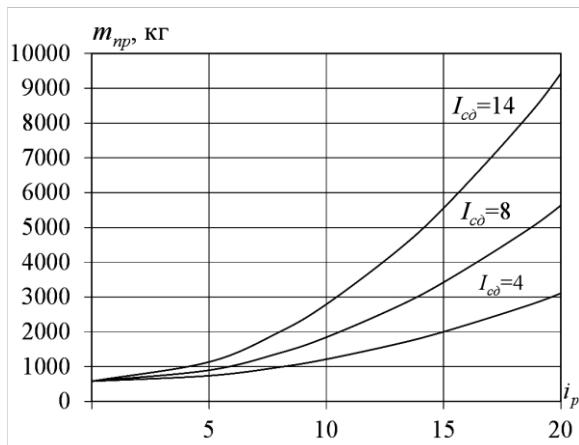


Рис. 6. Изменение приведенной массы от коэффициента передачи редуктора

Рис. 6 и формула (22) показывают, что при выбранном из статических расчетов коэффициенте передачи редуктора  $i_p=15$  значение приведенной массы  $m_{np}$  при  $I_{cd}=(4\dots14)\cdot10^{-6}$   $\text{кг}\cdot\text{м}^2$ , что соответствует изготовлению СД из современных материалов, будет изменяться от 1293 до 5556,7 кг. Эти значения соответствуют собственным частотам  $\omega_p$  при значении позиционной нагрузки  $C_h=3,6364\cdot10^{-5}$  Н/м в пределах  $(8,1\dots16,3) \text{ с}^{-1}$ .

На рис. 7 приведена схема механической части пневмопривода со струйным двигателем с передачей винт-гайка.

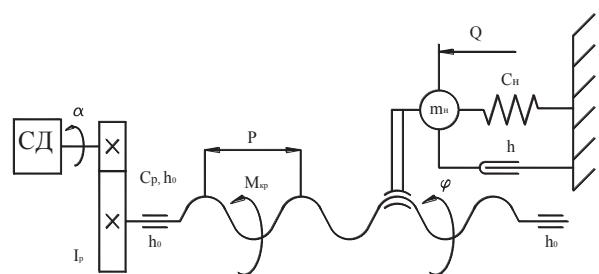


Рис. 7. Принципиальная схема позиционного механического привода с передачей винт-гайка:  $m_h$  – масса нагрузки;  $C_h$  – жесткость нагрузки;  $h_0, h$  – коэффициент сопротивления в подшипниках винта и редуктора;  $C_p$  – эквивалентная крутильная жесткость редуктора;  $\alpha$  – угол поворота струйного двигателя;  $\varphi_u$  – угол поворота ШВП;  $M_{kp}$  – крутящий момент;  $P$  – шаг винта

Можно представить динамическую модель выходной части в виде недемпифицированной массы  $m_{np}$ , подвешенной на системе пружин (рис. 8).

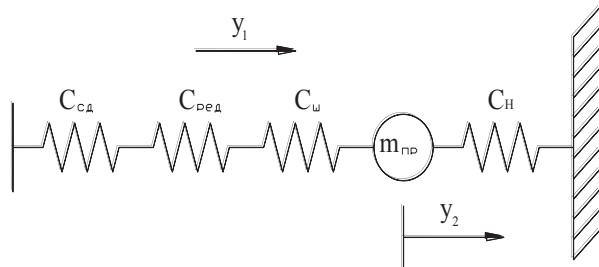


Рис. 8. Динамическая модель выходной части пневматического привода:

$C_{cd}$  – жесткость полостей струйного двигателя;  $C_{ped}$  – приведенное значение крутильной жесткости редуктора;  $C_u$  – жесткость штока;  $C_h$  – жесткость нагрузки;  $m_{np}$  – приведенное значение массы нагрузки

Общая жесткость системы

$$C_{\Sigma} = C_h + \frac{C_{cd}C_{ped}C_u}{C_{cd}C_{ped} + C_{cd}C_u + C_{ped}C_u}, \quad (23)$$

а собственная круговая частота колебаний массы  $m_{np}$  соответственно

$$\omega_p = \sqrt{\frac{C_{\Sigma}}{m_{np}}}.$$

Проведем оценку значения жесткости  $C_{cd}$  струйного двигателя.

Значение жесткости  $C_{cd}$  по аналогии с поршнем можно записать как

$$C_{cd} = \frac{E_z A_{kp}^2}{V_0},$$

где  $E_\varepsilon$  – модуль упругости газа,  $E_\varepsilon=kP_{ex}$ ;  
 $k$  – показатель адиабаты;  
 $P_{ex}$  – давление перед соплом Лаваля,  
при  $k=1,27$ ,  $P_{ex}=3,8 \cdot 10^6$  Па  
 $E_\varepsilon=1,27 \cdot 3,8 \cdot 10^6=4,83 \cdot 10^6$  Н/м<sup>2</sup>;  
 $A_{kp}$  – площадь критического сечения сопла;  
 $V_0$  – объем полости от ПРУ до критического сопла,  
при  $A_{kp}=10^{-5}$  м<sup>2</sup>,  $V_0=5 \cdot 10^{-6}$  м<sup>3</sup>  
 $C_{co}=\frac{4,83 \cdot 10^6 \cdot (10^{-5})^2}{5 \cdot 10^{-6}}=96,52$  Н/м.

При значении модуля упругости, например, стали  $E_\varepsilon=2 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup> и заданном значении жесткости штока  $C_w=1,1 \cdot 10^7$  Н/м можно утверждать, что  $C_{ped}C_w > (C_{co}C_{ped}+C_{co}C_w)$ , следовательно, выражение (22) можно переписать как

$$C_\Sigma = C_h + C_{co}.$$

Ввиду того, что заданное значение  $C_h \gg C_{co}$ , общую жесткость для оценки частот собственных колебаний можно принять как  $C_\Sigma \approx C_h$ , а собственную частоту в первом приближении можно выразить как

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C_h}{m_{np}}}.$$
 (24)

На рис. 9 представлена реакция сервопривода на ступенчатое воздействие при  $P_0=6,9$  МПа,  $m_{np}=4462,85$  кг,  $C_h=4 \cdot 10^5$  Н/м,  $P_{mp}=500$  Н,  $T=1264$  К,  $R=403,53$  Дж/(кг·К),  $k_{o.c}=2$  В/м,  $k_{y.m}=2$ ,  $i_p=15$ ,  $I_{shen}=325 \cdot 10^{-6}$  кг·м<sup>2</sup>,  $I_{co}=11 \cdot 10^{-6}$  кг·м<sup>2</sup>.

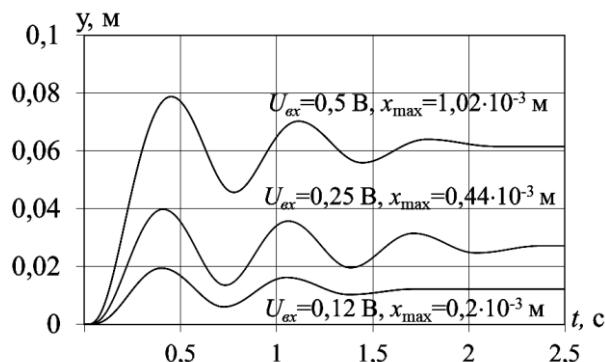


Рис. 9. Изменение перемещения штока при различных амплитудах входного воздействия

При отсутствии инерционной нагрузки на штоке ( $m_h=0$ ) реакция сервопривода при прочих равных с точностью до построения не изменяется.

Это объясняется выражением (22), учитывающим большие значения  $I_{shen}$ ,  $I_p$ , обусловленные конструкцией струйного двигателя, т.е.  $m_h \ll (I_{shen} + I_p) \frac{4\pi^2}{P^2}$ .

По характеру переходного процесса видно, что привод обладает неплохим демпфированием и низкими собственными частотами.

Вычисление собственных частот по выражению (24) совпадает с частотой колебаний переходного процесса.

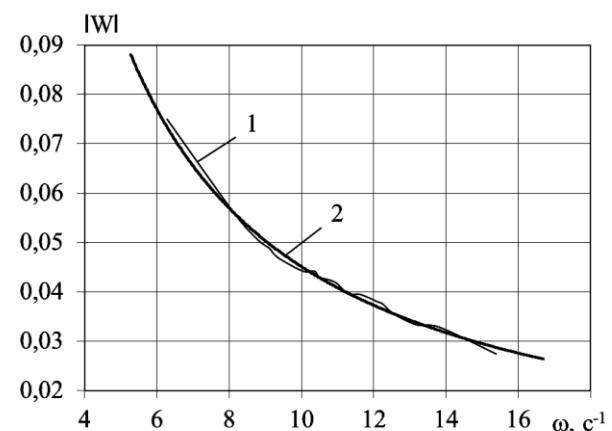


Рис. 10. Амплитудно-частотная характеристика сервопривода при  $x_{max}=0,87 \cdot 10^{-3}$  м,  $m_{np}=3425$  кг,  $m_h=68$  кг,  $C_h=3,6364 \cdot 10^5$  Н/м,  $P_{mp}=500$  Н,  $T=1264$  К,  $R=403,53$  Дж/(кг·К):

1 – численный эксперимент; 2 – линия тренда;  
 $|W|$  – передаточная функция привода

Усилитель мощности, электромагнитный преобразователь, пневматическое распределительное устройство и шариковинтовая передача без нагрузки имеют высокие резонансные частоты [1, 7].

Амплитудно-частотная характеристика (рис. 10) показывает так же, как и переходный процесс, относительно низкую полосу пропускания. Это объясняется значением приведенной массы нагрузки.

## Выводы

1. Рассмотрены основные математические соотношения, описывающие сервопривод со струйным двигателем для заданного состава нагрузки.

2. На основании численного интегрирования дифференциальных уравнений получен переходный процесс и частотная характеристика сервопривода.

3. Представлена динамическая модель и даны алгебраические соотношения определения собственных частот привода, которые совпадают с результатами численного интегрирования математической модели сервопривода.

4. Приведенная масса нагрузки, обусловленная конструкцией струйного двигателя, оказывает доминирующее влияние на собственные частоты привода.

5. Дано оценка влияния конструктивных параметров привода на значение приведенной массы нагрузки.

### Список использованной литературы

1. Пневмопривод систем управления летательных аппаратов / В. А. Чащин, О. Т. Камладзе, А. Б. Кондратьев и др. М., 1987. 248 с.

2. Бережной А. С. Совершенствование рабочих характеристик струйно-реактивного пневмоагрегата на основе уточнения

модели рабочего процесса: дис. ... канд. техн. наук: 05.05.17. Защищена 03.10.14. Сумы, 2014. 157 с.

3. Олейник В. П., Еланский Ю. А., Коваленко В. Н. и др. Статические характеристики газового привода со струйным двигателем / Космическая техника. Ракетное вооружение: Сб. науч.-техн. ст. 2016. Вып. 2. С. 21-27.

4. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика. М., 1976. 888 с.

5. Струтинський В. Б. Математичне моделювання процесів та систем механіки. Житомир, 2001. 612 с.

6. Шаламов А. В., Мазеин П. Г. Динамическая модель шариковинтовой пары / Изв. Челябинского научного центра УрО РАН. №4. Челябинск, 2002. С.161-170.

7. Kripa K.Varanasi, Samir A. Nayfer. The Dynamics of Lead-Screw Drivers: Low-Order Modeling and Experiments / Journal of Dynamic System, Measurement and Control. June 2004. Vol. 126. P. 388-395.

Статья поступила 12.03.2019