

Д-р техн. наук В. С. Гудрамович,
д-р физ.-мат. наук Э. Л. Гарт, К. А. Струнин

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ УПРУГИХ КОНСТРУКЦИЙ С ЛОКАЛЬНЫМИ ПОДКРЕПЛЯЮЩИМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

Разнообразные включения, подкрепления, нарушения сплошности (отверстия, поры, трещины) являются факторами, обуславливающими неоднородность структуры, и характерны для элементов конструкций и сооружений различных отраслей современной техники, в частности ракетно-космической. Они оказывают значительное влияние на процессы деформирования и приводят к концентрации напряжений, что может вызвать локальные разрушения или появление несовершенств формы, приводящие к невозможности дальнейшей эксплуатации конструкции. Материалы, используемые для создания конструкций, также неоднородны по своей структуре. Включения могут моделировать тонкие подкрепляющие элементы, накладки, сварные или клеевые соединения. Необходимость учета наличия тонких включений возникает также при исследовании фазовых превращений материалов, например при формировании мартенситных структур. Исследование деформирования разнообразных тел с включениями имеет важное значение в процессах порошковой технологии, керамического производства и др., где осуществляется спекание при высоких температурах порошка, спрессованного под высоким давлением. Для многих отраслей техники перспективным является использование поверхностного упрочнения, повышающего работоспособность элементов конструкций. Важным является разработка дискретного упрочнения, которое осуществляется технологическими схемами определенного вида. При моделировании влияния дискретных упрочнений на напряженно-деформированное состояние элементов конструкций их также можно рассматривать как включения особой структуры. Включения могут моделировать также полосчатость ферритно-перлитной структуры в микроструктуре, связанной с предварительным сложным нагружением при пластическом деформировании материалов. При исследованиях целесообразно использование численных методов, которые являются универсальными и пригодными для объектов разной формы, размеров, а также различных видов нагружения. К основным численным методам относятся методы конечных разностей, граничных элементов, вариационно-сеточный, метод конечных элементов, локальных вариаций. С помощью пакета ANSYS проведено компьютерное моделирование поведения элемента конструкции ракетно-космической техники – прямоугольной пластины с двумя протяженными упругими включениями разной жесткости, моделирующими упругие неоднородности конструкций и материалов.

Ключевые слова: метод конечных элементов, прочность, включения, компьютерное моделирование.

Різноманітні включення, підкріплення, порушення суцільності (отвори, пори, тріщини) є чинниками, що зумовлюють неоднорідність структури, і є характерними для елементів конструкцій і споруд різних галузей сучасної техніки, зокрема ракетно-космічної. Вони значно впливають на процеси деформування та призводять до концентрації напруг, що може викликати локальні руйнування або появу недосконалостей форми, що унеможливує подальшу експлуатацію конструкції. Матеріали, які було використано під час створення конструкцій, також неоднорідні за своєю структурою. Включення можуть моделювати тонкі підкріплювальні елементи, накладки, зварні або клейові з'єднання. Потреба у врахуванні наявності тонких включень виникає також під час дослідження фазових перетворень матеріалів, наприклад під час формування мартенситних структур. Дослідження деформування різноманітних тіл із включеннями має важливе значення у процесах порошкової технології, керамічного виробництва тощо, в яких відбувається спікання за великих температур порошку, який було спресовано під високим тиском. Для багатьох галузей техніки перспективним є використання поверхневого зміцнення, що підвищує працездатність елементів конструкції. Важливим є розроблення дискретного зміцнення, яке здійснюється за допомогою технологічних схем певного виду. Під час моделювання впливу дискретних зміцнень на напружено-деформований стан елементів конструкцій їх також можна розглядати як включення особливої структури. Включення можуть моделювати також смужкуватість феритно-перлітної структури у микроструктурі, що пов'язана з попереднім складним навантаженням під час пластичного деформування матеріалів. Під час досліджень доцільно використовувати числові методи, які є універсальними та застосовними для об'єктів різної форми, розмірів, а також для різних видів навантаження. До основних числових методів належать методи скінченних різниць, граничних елементів, варіаційно-сітковий, скінченних елементів, локальних варіацій. За допомогою пакета ANSYS проведено комп'ютерне моделювання поведінки елемента конструкції ра-

кетно-космічної техніки – прямокутної пластини з двома протяжними пружними включеннями різної жорсткості, що моделюють пружні неоднорідності конструкцій та матеріалів.

Ключові слова: метод скінченних елементів, міцність, включення, комп'ютерне моделювання.

Availability of different inclusions, stiffenings, discontinuities (holes, voids and flaws) are the factors that cause structural irregularity and are typical for structural elements and buildings from various current technology areas, in particular aerospace technology. They significantly influence the deformation processes and result in stress concentration, which can cause local damages or malconformations and as a result lead to impossibility to further use the structure. Materials used are also heterogeneous in its structure. Inclusions can simulate thin stiffening elements, straps, welded or glue joints. It is necessary to detect the thin inclusions when phase transformations of materials are studied, for example, when martensite structures are formed. Study of the various bodies with inclusions is very important in the powder technology, ceramics, etc., where powder, previously compressed under high pressure, is sintered at high temperatures. Use of surface hardening that increases working efficiency of the structural elements is prospective in many engineering sectors. It is important to develop discrete hardening, implemented through manufacturing schemes of particular type. When discrete hardenings impact on the structural elements mode of deformation is simulated, they can also be considered as inclusions of specific structure. Inclusions can also simulate banding of the ferritic-pearlitic structure in the microstructure, related to the complex preloading under material plastic forming. It is advisable to use numerical methods for studies that are universal and suitable for objects of various shapes, sizes and types of loading. Main numerical methods are finite difference method, boundary element method, variation grid-based method, finite element method, method of local variations. This article features ANSYS - based computer simulation of the aerospace structural element behavior - a rectangular plate with two extended elastic inclusions of different rigidity, simulating elastic heterogeneities of structures and materials.

Key words: finite-element method, strength, inclusions, computer simulation.

Введение

Задача исследования влияния локальных подкреплений на напряженно-деформированное состояние (НДС) элементов конструкций различных отраслей: космической техники, авиастроения, энергетики – является актуальной.

Наличие подкрепляющих элементов – фактор, обуславливающий неоднородность строения, что характерно для указанных отраслей техники.

Локальные элементы тонкостенных конструкций (стрингеры, шпангоуты, накладки и др.) увеличивают локальную жесткость и оказывают большое влияние на процессы деформирования, приводят к концентрации напряжений и разрушению. В изделиях, получаемых путем составления композиций (методами порошковых технологий, керамического производства, литья, изготовления композитных материалов), включения в материале также являются локальными элементами [8, 20, 26, 28].

Отметим, что использование металлических порошков и центробежного литья относится к перспективным аддитивным технологиям ГП «КБ «Южное» (в частности, 3D-печать) и предусмотрено планами сотрудничества ГП «КБ «Южное» с НИИ НАН Беларуси и Украины [17].

Для улучшения указанных конструкций актуальными являются изучение их НДС при различных видах нагружения и оптимизация параметров, формы и расположения включений подкрепляющего набора.

Указанные элементы могут приводить при изготовлении и эксплуатации конструкции к разного рода дефектам (к локальным изменениям структуры материала, трещинам, порам и др.) [6, 24, 27].

Особый интерес вызывает исследование взаимодействия включений с трещинами при фазовых превращениях материала, которые определяют особенности процесса разрушения [3, 18, 26].

К перспективным направлениям относится использование поверхностного дискретного упрочнения, повышающего работоспособность элементов конструкций, что осуществляется технологическими схемами определенного вида [19]. Дискретные локальные упрочнения также рассматриваются как включения особого вида. Включения могут моделировать полосчатость ферритно-перлитной структуры, связанной с предварительным сложным упругопластическим нагружением [15]. При деформировании в материалах возможны фазовые превращения, например формирование мартенситных структур, которые также моделируются

локальными включениями [18]. При расчете конструкций считается целесообразным применение численных методов. Численные методы достаточно универсальны и применимы для объектов разной формы, различных видов нагружения и физико-механических свойств в отличие от аналитических методов решения, которые часто не могут учесть различных особенностей.

К наиболее известным численным методам относятся методы конечных элементов (МКЭ), конечных разностей, граничных элементов, локальных вариаций [1, 2, 16]. Отметим, что создание оперативных вычислительных схем на основе проекционно-итерационных схем численных методов позволяет существенно уменьшить компьютерное время расчета, что важно при проведении большого объема вычислений, когда в процессе отработки конструкций с привлечением экспериментальных данных необходимо многократно менять геометрические параметры и условия нагружения элементов конструкции [4-10, 12, 22, 23, 25].

В настоящей работе с помощью пакета прикладных программ ANSYS [21] проведен конечноэлементный анализ влияния на изменение НДС формы, параметров и взаимного расположения протяженных эллипсообразных и прямоугольных включений, которыми могут моделироваться локальные подкрепления в плоскодеформируемых элементах упругой конструкции и другие указанные выше особенности конструкций и их материалов.

Исследование проведено для двух включений, что позволило выявить основные особенности их взаимодействия. Рассмотрение большего их количества при иных видах нагружения или физико-механических свойствах материала конструкции и включений, а также их формы, не представляет принципиальных трудностей.

Постановка задачи

Рассматривается неоднородный плоский элемент Ω упругой среды с двумя упругими включениями Ω_2, Ω_3 ($\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \Omega_3$) (рис. 1, 2). Размеры элемента таковы, что граничные условия не влияют на НДС вблизи включений. При исследовании НДС

вблизи краев оболочечной конструкции следует учесть особенности деформирования, связанные с краевыми эффектами. Через L_1, L_2 обозначены длины сторон плоского элемента; a_i, b_i – размеры сторон i -того включения; s – расстояние между центрами включений; α – угол поворота одного включения относительно другого.

На границе y области Ω ($y=0, 0 \leq x \leq L_1$ и $y=L_2, 0 \leq x \leq L_1$) заданы растягивающие усилия $P(x, y) = (P_x(x, y), P_y(x, y))$ ($P_x(x, y) = 0; P_y(x, y) = \text{const}$). На остальной части границы области Ω ($x=0, 0 \leq y \leq L_2$ и $x=L_1, 0 \leq y \leq L_2$) усилия отсутствуют. (Усилия могут быть сжимающими, при этом параметры и механические характеристики должны быть такими, что потери устойчивости не происходит).

Разрушению предшествует появление пластических деформаций. Исследование их влияния на деформирование и критические состояния относится к первостепенным задачам [11, 12, 24, 27].

Необходимо определить влияние физико-механических характеристик и геометрических параметров включений на НДС элемента, определить наиболее безопасные конфигурации их взаиморасположения с точки зрения возникновения процесса разрушения.

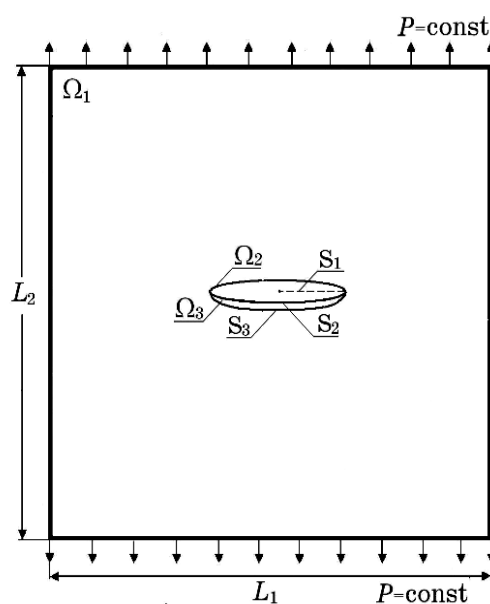


Рис. 1. Геометрия пластины с двумя сопряженными эллиптическими включениями

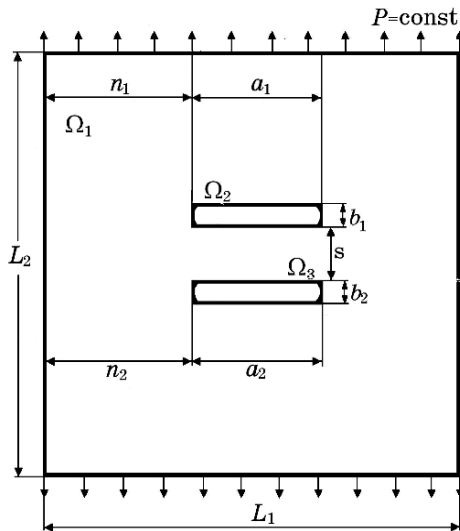
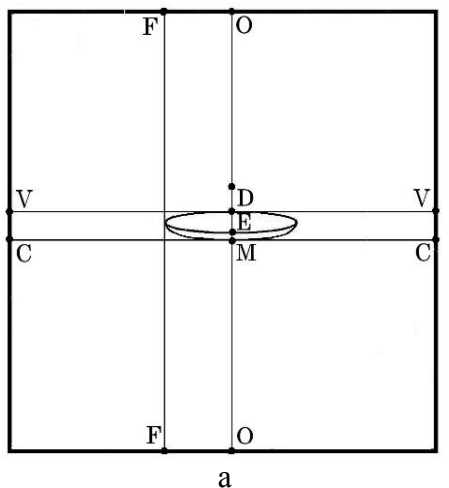
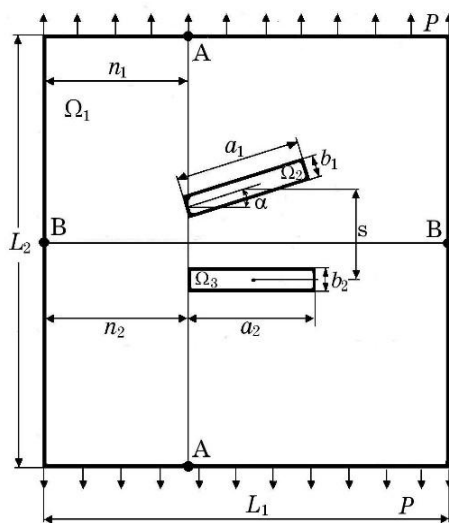


Рис. 2. Геометрия пластины с двумя прямоугольными и скругленными включениями

На рис. 3 приведены линии характерных сечений рассмотренных геометрий (рис. 1, 2).



а



б

Рис. 3. Характерные сечения

Поставленная задача решалась с помощью МКЭ в составе стандартного пакета прикладных программ ANSYS [21].

Известно, что основная идея МКЭ состоит в дискретизации области непрерывного изменения аргументов искомой функции (в физической интерпретации – перемещение, температура, давление и др.) совокупностью конечного числа подобластей конечных элементов и аппроксимации непрерывной функции в пределах каждого конечного элемента некоторым полиномом. Исходная вариационная задача при этом заменяется дискретной моделью – системой линейных или нелинейных алгебраических уравнений относительно неизвестных значений искомой функции в узлах конечноэлементной сетки [4, 16].

Результаты численного анализа

Расчеты проведены с помощью стандартного пакета прикладных программ ANSYS [21] на ПК HP Z440 Workstation с тактовой частотой Intel® Xeon® CPU E5-1620 V3 3.500 GHz, оперативной памятью 32 Гб и разрядностью системы $\times 64$. Количество конечных элементов – 55484, количество узлов – 111129. Время расчета в среднем – 0,3 мин.

Для геометрии, приведенной на рис. 1, был исследован пластинчатый элемент (ПЭ) размерами $L_1 \times L_2 = 0,4 \times 0,4$ м с вытянутым эллиптическим включением Ω_2 с большой полуосью $S_1 = 0,07$ м, малой полуосью $S_2 = 0,005$ м и прилегающим к нему полуэллиптическим включением Ω_3 с большой полуосью, равной S_1 , частью вертикальной оси составного включения $S_3 = 0,01$ м. Введение такой модели позволяет изучить процесс образования трещины у основания основного (эллиптического) включения при стремлении жесткости полуэллиптического к нулю. Исследования проведены для ПЭ с относительной жесткостью включений $k = G_{\Omega_3} / G_{\Omega_2} < 1$; взяты материалы со следующими модулями упругости E и коэффициентами Пуассона ν :

– ПЭ – $E_{\Omega_1} = 220$ ГПа; $\nu_{\Omega_1} = 0,33$;

– включение – $E_{\Omega_2} = 70$ ГПа; $\nu_{\Omega_2} = 0,3$.

Внешняя нагрузка $P=10$ МПа, $G=E/2(1+\nu)$; L – безразмерная величина, выражающая расстояние по характерному сечению, приведенному на рис. 3.

Рассмотрены несколько вариантов $k=0,8$; $0,6$; $0,4$; $0,2$ и отдельно случай $k=0$, когда в ПЭ образовалась трещина.

На рис. 4 приведено распределение относительной интенсивности напряжений σ_i/P по сечению С–С, $L \in [0; 0,5]$ (при $L \in [0,5; 1]$ – результаты аналогичные). Для $k=0,2$ и $k=0,8$ разница между значениями σ_i/P составила $\sim 15\%$, для $k=0,2$ и $k=0$ – $\sim 67\%$.

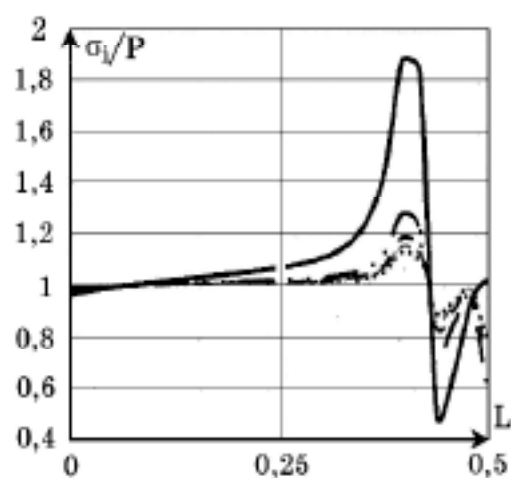


Рис. 4. Распределение относительной интенсивности напряжений σ_i/P по сечению С–С:
 $k=0,8$; - - - - $k=0,6$; - · - · $k=0,4$;
 — — — $k=0,2$; ————— $k=0$

В точке контура при $L=0,5$ в случае размягчения прилегающего включения (изменение жесткости от $k=0,8$ до $k=0,2$) характер распределения σ_i/P сохраняется в отличие от случая $k=0$ – образовавшейся трещины. Разница между значениями σ_i/P при $k=0,2$ и $k=0,8$ составила $\sim 32\%$, при $k=0,2$ и $k=0$ – $\sim 70\%$.

На рис. 5 дано распределение σ_i/P вдоль сечения F–F.

При $k=0,2$ (рис. 5, а) и образовавшейся трещине $k=0$ (рис. 5, б) значения σ_i/P в точке контура при $L=0,5$ зеркальны относительно $k=0,2$. Разница между пиками σ_i/P для $L \in [0; 0,5]$ и $L \in [0,5; 1]$ при $k=0,8$ – $\sim 3\%$; $k=0,6$ – $\sim 8\%$; $k=0,4$ – $\sim 5\%$; $k=0,2$ – $\sim 7\%$.

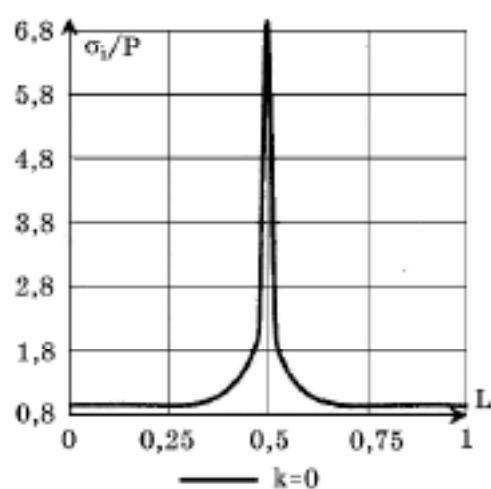
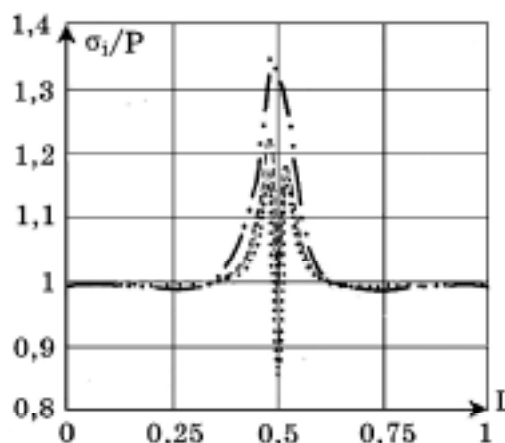


Рис. 5. Распределение σ_i/P по сечению F–F DE=0:

..... $k=0,8$; - - - - $k=0,6$; - · - · $k=0,4$;
 — — — $k=0,2$; ————— $k=0$

На рис. 6 приведено распределение σ_i/P вдоль сечения V–V для $L \in [0; 0,5]$. При $k=0,2$ и $k=0,8$ разница σ_i/P в зонах концентрации составила $\sim 15\%$, при $k=0,2$ и $k=0$ – $\sim 53\%$. Разница между σ_i/P для $k=0,2$ и $k=0,8$ в точке при $L=0,5$ составила $\sim 22\%$, при $k=0$ – в ~ 2 раза больше, чем при $k=0,2$.

На рис. 7 – распределение σ_i/P вдоль сечения O–O: для $L \in [0; 0,5]$ – по ПЭ Ω_1 , полуэллиптическому Ω_3 и эллиптическому включению Ω_2 (ODEM), для $L \in [0,5; 1]$ – по эллиптическому включению Ω_2 и по ПЭ Ω_1 (MO).

Включение является сплошным при DE=0.

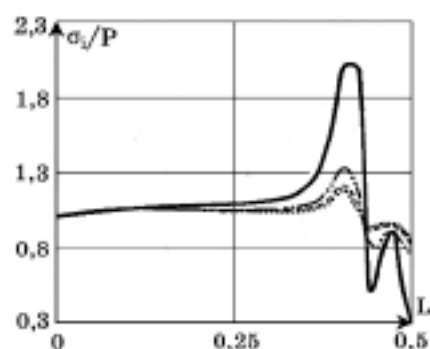


Рис. 6. Распределение σ_i/P по сечению V-V:

..... $k=0,8$; - - - - $k=0,6$; - - - $k=0,4$;
 - - - $k=0,2$; — $k=0$

Разница между σ_i/P для $L \in [0; 0,5]$ при $k=0,8$ и $k=0,2$ составляет $\sim 26\%$, при $k=0$ σ_i/P — в 2-3 раза больше, чем при $k=0,2$. Для $L \in [0,5; 1]$ разница между распределением σ_i/P при $k=0,8$ и $k=0,2$ составляет $\sim 17\%$, при $k=0$ в 2 раза больше, чем при $k=0,2$.

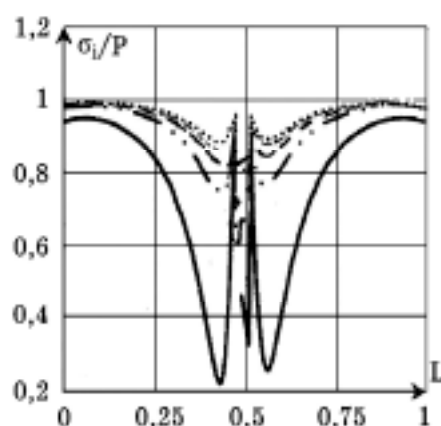


Рис. 7. Распределение σ_i/P по сечению O-O:

..... $k=0,8$; - - - - $k=0,6$; - - - $k=0,4$;
 - - - $k=0,2$; — $k=0$

Для включений, показанных на рис. 2, исследован ПЭ размерами $L_1 \times L_2 = 0,4 \times 0,4$ м с двумя протяженными прямоугольными и скругленными включениями $a_1 \times b_1$ и $a_2 \times b_2$. Исследования проведены для ПЭ с жесткостью включений $k = G_{\Omega_1} / G_{\Omega_2} < 1$ или > 1 . Расстояние между включениями s , $P=10$ МПа, L — безразмерная величина для рис. 3. Взяты материалы с характеристиками: $E=220$ ГПа, $\nu=0,33$; $E=70$ ГПа, $\nu=0,3$.

На рис. 8, 9 приведено распределение σ_i/P сечений А-А и В-В. Размеры включений: $a_1=0,03$ м, $b_1=0,01$ м, $a_2=0,01$ м, $b_2=0,005$ м, $n_1=0,0185$ м, $n_2=0,0185$ м, $s=0,02$ м, $G_{\Omega_1} = G_{\Omega_2}$.

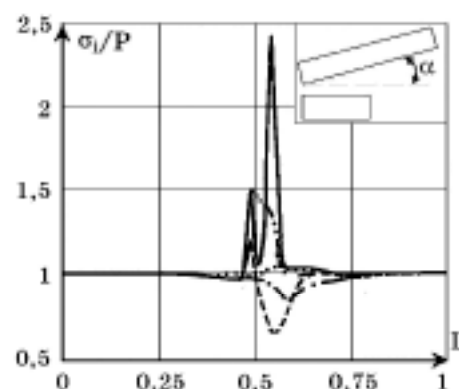


Рис. 8. Распределение σ_i/P по сечению А-А ($k=3,1$):

..... $\alpha=0$; - - - $\alpha=45$; - - - $\alpha=90$;
 — $\alpha=135$; — $\alpha=180$

На рис. 8 приведено распределение σ_i/P вдоль сечений А-А. Максимальные напряжения достигаются при угле поворота включения $\alpha=135^\circ$, при этом первый скачок соответствует включению Ω_3 , меньше второго для Ω_2 на $\sim 67\%$. При $\alpha=45^\circ$ разница σ_i/P в зонах концентрации составила в ~ 3 раза больше, чем при $\alpha=135^\circ$. При $\alpha=0^\circ$ и $\alpha=180^\circ$ — $\sim 8\%$, при $\alpha=0^\circ$ и $\alpha=90^\circ$ — $\sim 6\%$.

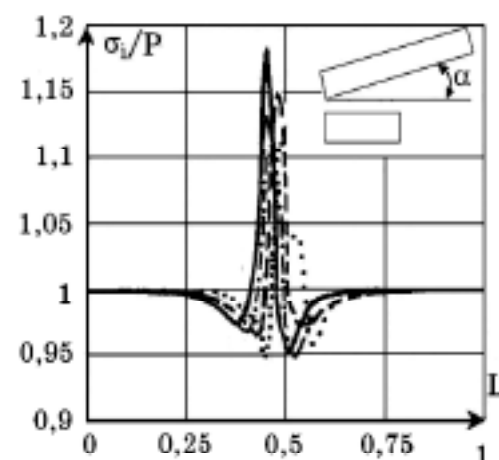


Рис. 9. Распределение σ_i/P по сечению В-В ($k=3,1$):

..... $\alpha=0$; - - - $\alpha=45$; - - - $\alpha=90$;
 — $\alpha=135$; — $\alpha=180$

На рис. 9 показано распределение σ_i/P вдоль сечения В-В. Максимальные напряжения при угле поворота включения $\alpha=45^\circ$. Разница интенсивности напряжений при различных углах α составляет не более $\sim 10\%$.

На рис. 10, 11 размеры включений: $a_1=0,07$ м, $b_1=0,03$ м, $a_2=0,02$ м, $b_2=0,023$ м, $n_1=0,0165$ м, $n_2=0,019$ м, $s=0,02$ м, $G_{\Omega_1} = G_{\Omega_2}$.

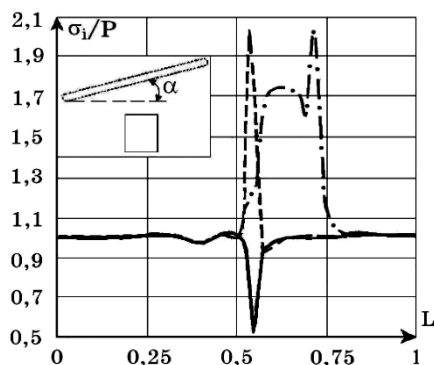


Рис. 10. Распределение σ_i/P по сечению А–А ($k=0,31$):

..... $\alpha=0$; --- $\alpha=45$; -.- $\alpha=90$;
 — $\alpha=135$; —.. $\alpha=180$

На рис. 10 приведено распределение σ_i/P вдоль сечения А–А. Максимальные напряжения достигаются при углах ориентации включений $\alpha=45^\circ; 90^\circ$. При этом разница составила в ~ 2 раза больше, чем при другой из рассмотренных ориентаций углов α . Разница по интенсивности напряжений при углах $\alpha=0^\circ; 60^\circ; 90^\circ; 180^\circ$ составляет не более $\sim 8\%$.

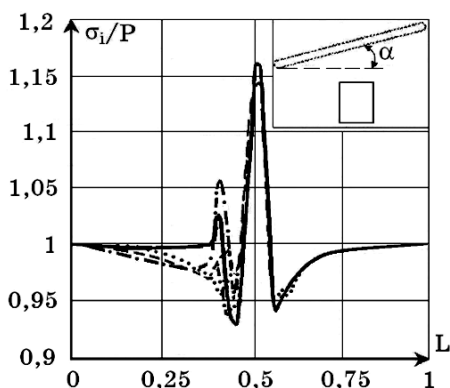


Рис. 11. Распределение σ_i/P по сечению В–В ($k=0,31$):

..... $\alpha=0$; --- $\alpha=45$; -.- $\alpha=90$;
 — $\alpha=135$; —.. $\alpha=180$

На рис. 11 показано распределение σ_i/P вдоль сечения В–В. Максимальные напряжения достигаются при углах поворота включения $\alpha=0^\circ; 45^\circ; 90^\circ; 135^\circ; 180^\circ$.

На рис. 12, 13 размеры включений: $a_1=0,07$ м, $b_1=0,03$ м, $a_2=0,02$ м, $b_2=0,023$ м, $n_1=0,0165$ м, $n_2=0,019$ м; $s=0,02$ м, $G_{\Omega_3} = G_{\Omega_2}$.

На рис. 12 дано распределение σ_i/P вдоль сечения А–А. Максимальные напряжения σ_i/P достигаются при $\alpha=135^\circ$, при $\alpha=45^\circ$ величина минимальна, разница составила $\sim 1,1$ раза. Отличие σ_i/P в зонах концентрации при $\alpha=45^\circ$ и $\alpha=90^\circ$ составило $\sim 18\%$. При $\alpha=0^\circ$ и $\alpha=135^\circ$ – $\sim 20\%$.

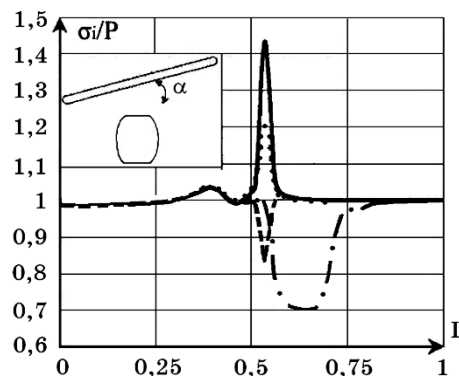


Рис. 12. Распределение σ_i/P по сечению А–А ($k=3,1$):

..... $\alpha=0$; --- $\alpha=45$; -.- $\alpha=90$;
 — $\alpha=135$; —.. $\alpha=180$

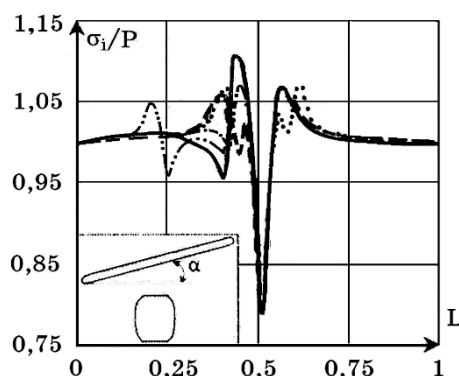


Рис. 13. Распределение σ_i/P по сечению В–В ($k=3,1$):

..... $\alpha=0$; --- $\alpha=45$; -.- $\alpha=90$;
 — $\alpha=135$; —.. $\alpha=180$

На рис. 13 показано распределение σ_i/P вдоль сечения В–В. Минимальные напряжения достигаются при углах поворота $\alpha=0^\circ; 45^\circ; 90^\circ; 135^\circ; 180^\circ$, разница составила менее 1%. Максимальные напряжения при $\alpha=135^\circ; 180^\circ$, разница между $\alpha=180^\circ$ и $\alpha=0^\circ$ составила $\sim 5\%$. В случае $k=3,1$ и $k=0,31$ (рис. 10-13) характер распределения напряжений в ПЭ с прямоугольными включениями такой же, как и в ПЭ со скругленными включениями, но имеют место различия в амплитудах скачков.

На рис. 14, 15 размеры включений: $a_1=0,06$ м, $b_1=0,02$ м, $a_2=0,023$ м, $b_2=0,007$ м, $n_1=0,017$ м, $n_2=0,01885$ м. Включение Ω_2 – с прямоугольными краями, Ω_3 – скругленное. Включения Ω_2 , и Ω_3 рассматриваются при различных углах поворота α, β . Расстояние между ними $s=0,02$ м, $G_{\Omega_3} = G_{\Omega_2}$.

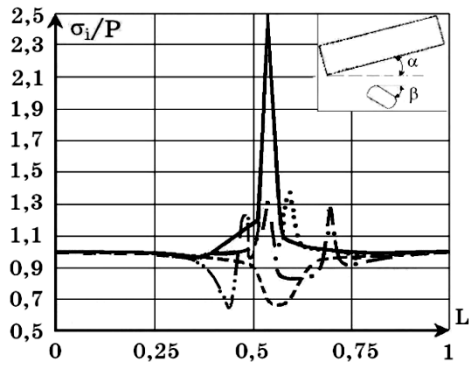


Рис. 14. Распределение σ_i/P по сечению А–А ($k=3,2$):

..... $\alpha=0, \beta=0$; - - - $\alpha=45, \beta=0$;
 - · - $\alpha=90, \beta=60$; — $\alpha=135, \beta=90$;
 — · — $\alpha=180, \beta=120$

На рис. 14 приведено распределение σ_i/P вдоль сечения А–А. Максимальные напряжения достигаются при углах $\alpha=135^\circ$ и $\beta=90^\circ$. Разница напряжений σ_i/P при $\alpha=135^\circ$ и $\beta=90^\circ$ в 2,2 раза больше, чем при $\alpha=0^\circ$ и $\beta=0^\circ$, а при $\alpha=180^\circ$ и $\beta=120^\circ$ – на $\sim 75\%$.

На рис. 15 показано распределение σ_i/P вдоль сечения В–В. Максимальные напряжения достигаются при углах $\alpha=135^\circ$ и $\beta=90^\circ$. Разница напряжений σ_i/P при $\alpha=135^\circ$ и $\beta=90^\circ$, а также при $\alpha=0^\circ$ и $\beta=0^\circ$ составила $\sim 5\%$.

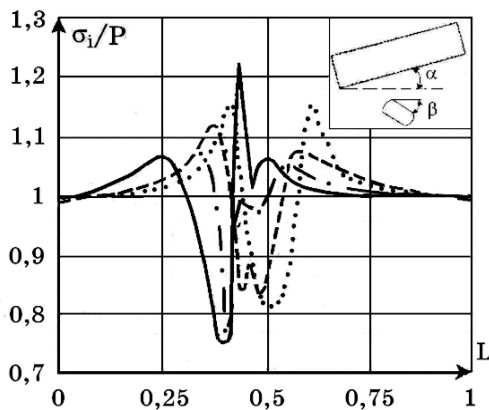


Рис. 15. Распределение σ_i/P по сечению В–В ($k=3,2$):

..... $\alpha=0, \beta=0$; - - - $\alpha=45, \beta=30$;
 - · - $\alpha=90, \beta=60$; — $\alpha=135, \beta=90$;
 — · — $\alpha=180, \beta=120$

Исследования, анализ которых приведен выше, отражены в [4-10, 12, 22-26] и могут быть использованы при анализе эффектов, рассмотренных в [3, 12, 15, 20, 28].

Выводы

Исследовано НДС упругой неоднородной конструкции, построены графики распределения относительной интенсивности напряжений в характерных сечениях пластинчатого элемента при различной жесткости включений, моделирующих локальные подкрепления, для разных углов ориентации включений относительно друг друга и для случая отсутствия включения (образование трещин, разрывов, характеризующих разрушение элементов конструкции).

Изменение относительной жесткости включений приводит к уменьшению напряжений в области «размягченного» включения. Например, при уменьшении жесткости в 4 раза напряжения уменьшаются на $\sim 26\%$.

Изменение угла поворота включений существенно влияет на распределение напряжений в ПЭ. Так, в случае $k=3,1$ при угле ориентации включений относительно друг друга $\alpha=45^\circ$ разница σ_i/P в зонах концентрации НДС составила в ~ 3 раза больше, чем при $\alpha=135^\circ$. В случае $k=0,31$ напряжения достигают максимума при углах ориентации включений $\alpha=45^\circ, 90^\circ$, распределение относительной интенсивности напряжений в ~ 2 раза больше, чем при другой ориентации углов α .

При росте жесткости включения коэффициент концентрации напряжений увеличивается, что может привести к появлению пластических деформаций конструкции и началу разрушения.

Использование МКЭ в составе пакета прикладных программ позволяет рассмотреть НДС конструкции при варьировании в широком диапазоне физико-механических и геометрических характеристик подкрепляющих элементов, которые моделируются включениями, при различных видах нагружения.

Список использованной литературы

1. Бреббиа К., Теллес Ж., Вроубел Л. Методы граничных элементов / пер. с англ. М., 1987. 524 с.

2. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности / пер. с англ. М., 1987. 544 с.

3. Вильчевская Е. Н., Королев И. К., Фрейдин А. Б. О фазовых превращениях в области неоднородности материала. Ч. 2: Взаимодействие трещины с включением, претерпевающим фазовое превращение. *Изв. РАН. Механика твердого тела*. 2011. № 5. С. 32–42.

4. Гарт Э. Л. Конечноэлементный анализ плоскодеформируемых сред с включениями. *Вісн. Дніпропетр. ун-ту. Сер.: Механіка*. 2011. Вип. 15, т. 2. С. 39–47.

5. Гарт Э. Л., Гудрамович В. С. Численное моделирование поведения плоскодеформируемых структурированных сред на основе проекционно-итерационных схем МКЭ. Математ. моделирование в мех. деформ. тел и конструкций: материалы 24-й Междунар. конф. (СПб., Россия, 2011 г.). СПб., 2011. Т. 11. С. 37–39.

6. Гарт Э. Л., Гудрамович В. С. Численное моделирование структурированных сред. *Доповіді НАН України*. 2012. № 5. С. 49–56.

7. Гарт Э. Л., Гудрамович В. С. Проекционно-итерационная модификация метода локальных вариаций для задач с квадратичным функционалом. *Прикл. математика и механика*. 2016. Т. 80, № 2. С. 218–230.

8. Гудрамович В. С. Особенности неупругого поведения неоднородных оболочечных элементов конструкций. *Актуальные проблемы механики: монография* / за ред. М. В. Полякова. Дніпро, 2018. С. 195–207.

9. Гудрамович В. С., Гарт Э. Л. Конечноэлементный анализ процесса рассеянного разрушения плоскодеформируемых упругопластических сред с локальными концентраторами напряжений. *Упругость и неупругость: Материалы Междунар. науч. симп. по проблемам механики деформируемых тел, посвященного 105-летию со дня рождения А. А. Ильюшина (Москва, 2016 г.)*. М., 2016. С. 158–161.

10. Гудрамович В. С., Гарт Э. Л., Струнин К. А. Моделирование процесса деформирования пластины с упругими протя-

женными включениями на основе метода конечных элементов. *Техн. механика*. 2014. № 2. С. 12–24.

11. Гудрамович В. С., Деменков А. Ф., Коныхов С. Н. Несущая способность неидеальных цилиндрических оболочек с учетом пластических деформаций. *Прочность и надежность элементов конструкций: сб. науч. тр.* К., 1982. С. 45–48.

12. Гудрамович В. С., Клименко Д. В., Гарт Э. Л. Влияние вырезов на прочность цилиндрических отсеков ракет-носителей при неупругом деформировании материала. *Космічна наука і технологія*. 2017. Т. 23, № 6. С. 12–20.

13. Гудрамович В. С., Левин В. М., Гарт Э. Л. и др. Моделирование процесса деформирования пластинчатых элементов железобетонных конструкций теплоэнергетики с использованием МКЭ. *Техн. механика*. 2015. № 2. С. 59–70.

14. Гудрамович В. С., Репринцев А. В., Рябоконе С. А., Самарская Е. В. Оценка ресурса конструкций ракетно-космической техники при учете влияния концентраторов напряжений в виде отверстий. *Техническая диагностика и неразрушающий контроль*. 2016. № 2. С. 28–36.

15. Гулятьев В. И., Зубчанинов В. Г., Зубчанинов Д. В. Структурные изменения стали 45 в процессе ее деформирования. *Изв. Тульского гос. ун-та*. 2005. Вып. 8. С. 26–29.

16. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация / пер. с англ. М., 1986. 318 с.

17. Кашанов А. Э. Перспективы сотрудничества НАН Украины, НАН Беларуси и ГКБ «Южное» для решения проблемных вопросов космической отрасли. *Ракетная техника. Новые возможности: науч.-техн. сб.* / под ред. А. В. Дегтярева. Днепр, 2019. С. 281–294.

18. Коваль Ю. Н., Лободюк В. А. Деформационные и релаксационные явления при превращениях мартенситного типа. К., 2010. 288 с.

19. Ляшенко Б. А., Кузема Ю. А., Дигам М. С. Упрочнение поверхности металлов покрытиями дискретной структуры с повышенной адгезионной и когезионной стойкостью. К., 1984. 57 с.
20. Штерн М. Б., Рудь В. Д. Механічні та комп'ютерні моделі консолідації гранульованих середовищ на основі порошків металів і кераміки при деформуванні та спіканні / за ред. В. В. Скорохода. Луцьк, РВВ ЛНТУ, 2010. 232 с.
21. ANSYS release 18.1 Documentation for ANSYS WORKBENCH: ANSYS Inc.
22. Hart E., Hudramovich V. Applications of the projective-iterative versions of FEM in damage problems for engineering structures. *Maintenance-2012: Proc. of Int. Conf. (Zenica, Bosnia and Herzegovina, 2012)*. P. 157–164.
23. Hart E., Hudramovich V. Projection-iterative schemes for the realization of the finite-element method in problems of deformation of plates with holes and inclusions. *J. Math. Sci.* 2014. Vol. 203. № 1. P. 55–69.
24. Hudramovich V. S. Features of nonlinear deformation and critical states shell structures with geometrical imperfections. *Int. Appl. Mech.* 2006. Vol. 42, № 12. P. 1323–1355.
25. Hudramovich V. S., Hart E. L., Ryabokon' S. A. Elastoplastic deformation of nonhomogeneous plates. *J. Eng. Math.* 2013. Vol. 78, № 1. P. 181–197.
26. Hudramovich V. S., Hart E. L., Strunin K. A. Modeling of the behavior plane-deformable elastic media with elongated elliptic and rectangular inclusions. *Materials Science.* 2017. Vol. 52, № 6. P. 768–774.
27. Hudramovich V. S., Lebedev A. A., Mossakovsky V. I. Plastic deformation and limit states of metal shell structures with initial shape imperfections. *Light-weight steel and aluminium structures: Proceedings Int. Conf. (Helsinki, Finland, 1999)*. Amsterdam / New York / Tokyo, 1999. P. 257–263.
28. Olevsky E. A., Maximenko A. and Van Der Biest O. On-line sintering strength of ceramic composites. *Int. J. Mech. Sci.* 2002. Vol. 44. P. 755–771.

Статья поступила 31.05.2019