

3. Механический эффект подземного взрыва / В. Н. Родионов, В. В. Адушкин и др. / Под ред. М. А. Садовского. – М.: Недра, 1971. – 220 с.

4. Физика взрыва / Ф. А. Баум, Л. П. Орленко, К. П. Станюкович и др. / Под ред. К. П. Станюковича. – М.: Наука, 1975. – 407 с.

5. Друкованный М. Ф., Комир В. М., Кузнецов В. М. Действие взрыва в горных породах. – Киев: Наукова думка, 1973. – 183 с.

6. Родионов В. Н. К вопросу о повышении эффективности взрыва в твердой среде. – М.: Изд-во ИГД АН СССР, 1962. – 29 с.

7. Кузнецов В. М. Математические модели взрывного дела. – Новосибирск: Наука, 1977. – 259 с.

8. Жуков С. А., Тищенко С. В. Физические процессы взрывных геотехнологий. – Кривий Ріг: Минерал, 2007. – 212 с.

9. Вилкул А. Ю., Федоренко П. И. Интенсификация взрывного дробления горных пород в приконтурных зонах карьеров // Разработка рудных месторождений. – Кривой Рог: изд-во КТУ, 2000. – Вып. 87. – С. 38-40.

10. Тищенко С. В., Завсегдашний В. А. Изучение особенности процесса разрушения горного массива экранированного взрывной динамической зоной // Вісник КТУ. – Кривий Ріг: КТУ, 2005. – № 10. – С. 9-11.

11. Федоренко П. И., Черконос А. И., Колесник Н. Д. Исследование механизма разрушения горных пород при контурном взрывании // Разработка рудных месторождений. – Кривой Рог: КТУ, 2002. – Вып. 78. – С. 42-47.

Поступила 10.04.2015



УДК 622.271.33:624.131.537

Наука



Ковров А. С. /к. т. н./  
ГВУЗ «Национальный горный университет»

## Анализ методов оценки устойчивости уступов и бортов карьеров

*Рассмотрены основные методы оценки устойчивости естественных и искусственных откосов. Детально проанализирован метод снижения сопротивления сдвигу для расчета коэффициента запаса устойчивости откосов. Выполнен сравнительный анализ критериев Мора-Кулона и Хоека-Брауна с определением эквивалентных физико-механических параметров. Выполнен расчет устойчивости откоса с использованием двух эквивалентных критериев разрушения. Ил. 3. Табл. 1. Библиогр.: 7 назв.*

**Ключевые слова:** устойчивость откосов, метод предельного равновесия, метод конечных элементов, метод снижения прочности на сдвиг, коэффициент запаса устойчивости, критерий разрушения Мора-Кулона, критерий разрушения Хоека-Брауна

*The fundamental methods for assessment of natural and technogenic slopes stability are considered. The method of shear strength reduction technique for calculation of the slope safety factor is in detail analyzed. A comparative analysis of the Mohr-Coulomb and Hoek-Brown criteria with the determination of equivalent physical and mechanical properties is carried out. The slope stability calculation by using two equivalent failure criteria is fulfilled.*

**Keywords:** slope stability, limit equilibrium method, finite element method, method of shear strength reduction, safety factor, Mohr-Coulomb failure criterion, Hoek-Brown failure criterion

**Актуальность работы**

Критерием оценки состояния породного склонового массива является коэффициент запаса устойчивости (КЗУ). Применительно к открытым горным выработкам величину КЗУ можно представить как отношение удерживающих и сдвигающих сил по предполагаемой поверхности скольжения. Обоснованное уменьшение КЗУ на 5 % позволяет уменьшить объем извлекаемой горной массы и площадь карьера от 1,5 до 20 % в зависимости от горно-геологических условий при сохранении объемов добычи. Известно, что на карьерах с глубиной до 300 м увеличение результирующего угла наклона борта на 3–4° позволяет сократить объем вскрыши до 10–11 млн м<sup>3</sup> на 1 км фронта работ, что повышает общую эффективность открытой системы разработки [1].

Для точной оценки устойчивости техногенных и естественных откосов, сложенных, как правило, мягкими вскрышными породами, необходимо выбрать правильный подход и методологию исследования, которые наиболее адекватно отражают реальные геомеханические процессы в массиве.

Классическим инструментом в практике оценки устойчивости естественных склонов и техногенных откосов стал метод конечных элементов (МКЭ), получивший широкое распространение в геотехнических расчетах. Его преимуществом перед традиционными методами предельного равновесия является универсальный подход применительно к различным критериям прочности горных пород и соблюдение принципов теоретической механики, что позволяет с высокой точностью моделировать разнообразные геомеханические процессы в массиве.

**Целью работы** является сравнительный анализ современных методов и подходов применительно к оценке устойчивости откосов.

**Методы расчета устойчивости откосов**

В инженерной практике оценки устойчивости откосов используется широкий спектр классических методов, таких как метод сечений, модифицированный метод Бишопа, метод равновесных сил, обобщенный метод срезов Янбу, метод Моргенштерна и Прайса, метод Спенсера и др. [2]. Несмотря на объективные преимущества каждого из приведенных подходов, основанных на методе предельного равновесия, все они построены на модели откоса, сложенного определенной породой или грунтом разделенного сечениями на вертикальные блоки. Это, в свою очередь, требует ряда допущений в отношении боковых сил между блоками и их влияния на общее равновесие в геомеханической системе рассматриваемого откоса.

Упруго-пластический анализ инженерно-геологических проблем с помощью МКЭ широко применяется в научно-исследовательской среде в течение многих лет. С помощью МКЭ осуществляют решение большинства линейных задач, таких как прогноз просадок грунта и деформаций, вычисление потоков вещества при равномерной фильтрации или изучение переходных эффектов, связанных с консолидацией и т. д. При использовании нелинейного анализа в геотехнических расчетах МКЭ стал классическим инструментом расчета, поскольку описание поведения многокомпонентного объекта со сложной геометрией и изменчивыми свойствами материала с учетом внешних воздействий возможно исключительно с помощью итерационных расчетов путем выбора определенного набора исходных данных. В практике оценки устойчивости склонов и откосов МКЭ представляет ряд преимуществ по сравнению с существующими методами, что связано с точностью и экономией времени расчета, наглядностью результатов и возможностью модификации поставленных задач.

Преимущества подхода МКЭ применительно к оценке устойчивости откосов по сравнению с традиционными методами предельного равновесия можно обобщить следующим образом:

1. Форма и местонахождение поверхности скольжения определяется в ходе расчета. Разрушение материала в откосе возникает в тех зонах грунта или породы, в которых касательные напряжения превышают значения сопротивления сдвигу.

2. Поскольку в МКЭ отсутствует концепция вертикального деления массива на блоки, то нет необходимости учитывать действие боковых сил.

3. При наличии достоверных исходных данных прочностных характеристик грунта можно получать надежные результаты о деформациях в породном массиве.

4. Метод дает возможность поэтапного мониторинга разрушения массива пород (грунта) вплоть до полного обрушения с образованием поверхности скольжения.

**Модель грунтового откоса**

Модель грунта (породы), используемая обычно в исследованиях откосов, состоит из шести параметров: сцепление  $c'$ , угол внутреннего трения  $\varphi'$ , угол дилатации (расширения)  $\psi'$ , модуль Юнга  $E'$ , коэффициент Пуассона  $\nu'$ , удельный вес  $\gamma$ .

Сцепление  $c'$  и угол внутреннего трения  $\varphi'$  являются основными параметрами для оценки прочности и разрушения мягких горных пород с использованием критерия Мора-Кулона, наи-

более широко используемого в геотехнической практике.

Модуль упругости (модуль Юнга) и коэффициент Пуассона характеризуют упругие характеристики материала по отношению к внешним напряжениям.

Обычно значение коэффициента Пуассона для необводненных грунтов лежит в диапазоне от 0,2...0,3. Значения модуля Юнга могут быть определены экспериментально в оedomетрах или по следующей формуле:

$$E' = \frac{(1 + \nu')(1 - 2\nu')}{m_\nu(1 - \nu')}, \quad (1)$$

где  $m_\nu$  – коэффициент всестороннего сжатия.

Несмотря на учет параметров упругости среды, они сильно влияют на рассчитанные деформации до разрушения в массиве, они имеют несущественное влияние на расчет прогнозируемого коэффициента запаса устойчивости откоса. Таким образом, при отсутствии данных для этих характеристик могут быть приняты номинальные значения, например  $E' = 10^5$  кН/м<sup>2</sup> и  $\nu' = 0,3$  [2].

Удельный вес почвогрунта  $\gamma$  присваивается для каждой литологической разности массива пород и является пропорциональным нагрузкам в узлах конечно-элементной сетки в соответствии с гравитационными силами.

Угол расширения  $\psi'$  влияет на изменение объема грунта при его пластической деформации. Хорошо известно, что фактическое изменение объема грунта в процессе деформирования довольно изменчиво.

Согласно некоторым исследованиям,  $\psi'$  более приемлем для геомеханического анализа поведения сыпучих материалов и полускальных горных пород и составляет: для уплотненных песков – 15°, рыхлых песков – < 15°, среднеуплотненных глин – 0°, гранулированного или цельного мрамора – 12-20°, бетонов – 12°.

Согласно Гриффитсу, учет угла расширения при анализе устойчивости откосов является менее существенным. Поэтому расчет коэффициента запаса устойчивости откоса, сложенного мягкими горными породами, выполняется обычно при  $\psi' = 0$ . Таким образом, наиболее важными параметрами в МКЭ для анализа устойчивости откосов, как и в традиционных методах предельного равновесия, являются удельный вес  $\gamma$ , характеристики сопротивления сдвигу  $c'$  и  $\phi'$ , и геометрические параметры объекта исследования.

**Метод снижения сопротивления сдвигу (МССС) при расчете коэффициента запаса устойчивости (КЗУ) откоса**

Коэффициент запаса устойчивости (КЗУ) откоса представляет собой величину, на которую необходимо разделить исходные параметры сопротивления мягких горных пород сдвигу, чтобы произошло явление обрушения откоса. Подобное определение КЗУ является аналогичным и для традиционных методов предельного равновесия, характеризующееся отношением моментов удерживающих сил к моментам сдвигающих сил в откосе

$$F = \frac{\text{Сопротивление материала (породы, почвы) сдвигу}}{\text{Сопротивление сдвигу, требуемое для равновесия}} = \frac{t}{t^*}, \quad (2)$$

аналогично как и для традиционного анализа предельного равновесия [3].

Прочностные характеристики сопротивления сдвигу  $c'_f$  и  $\phi'_f$  будут выглядеть следующим образом:

$$c'_f = \frac{c'}{FOS}, \quad (3)$$

$$\phi'_f = \arctan\left(\frac{\tan \phi'}{FOS}\right). \quad (4)$$

Этот метод был назван как «метод снижения сопротивления сдвигу» (e.g. Matsui & San, 1992) и предлагает возможность расчета различных значений КЗУ в зависимости от  $c'_f$  и  $\phi'_f$  [4].

Метод снижения сопротивления сдвигу (МССС), применительно к оценке устойчивости откосов с использованием МКЭ, заключается в поэтапном расчете коэффициента снижения сопротивления сдвигу (КССУ), который равен КЗУ при заданных прочностных характеристиках грунта.

МССС предполагает применение критерия Мора-Кулона для анализа устойчивости откосов. Уникальной особенностью этой линейной модели является то, что она может быть просто и явно выражена как в единицах главных напряжений ( $\sigma_1 - \sigma_3$ ), так и в виде взаимной зависимости касательных и нормальных напряжений ( $\tau - \sigma_n$ ). Простота представления напряженно-деформированного состояния материала, адекватное описание поведения прочности для широкого спектра материалов и простота получения исходных параметров критерия Мора-Кулона обусловило его популярность в геотехнических расчетах. Факторизованные значения прочностных характеристик грунта с учетом снижения сопротивления сдвигу для критерия Мора-Кулона могут быть выражены как

$$\frac{\tau}{F} = \frac{c'}{F} + \frac{\tan \phi'}{F}. \quad (5)$$

Это уравнение может быть преобразовано как

$$\frac{\tau}{F} = c^* + \tan \varphi^*, \quad (6)$$

где  $c^* = \frac{c'}{F}$  и  $\varphi^* = \arctan\left(\frac{\tan \varphi'}{F}\right)$  являются факторизованными параметрами сопротивления сдвигу Мора-Кулона [3].

Этапы расчета КССУ или КЗУ, которые соответствуют стадиям перехода откаса от устойчивого состояния до обрушения, заключаются в следующем:

1. В расчетах принимается конечно-элементная модель откаса с заданными геометрическими параметрами и физико-механическими характеристиками. Рассчитываются факторизованные значения  $c^*$  и  $\varphi^*$  при заданных значениях  $F$ . При этом оцениваются максимальные деформации, ведущие к обрушению откаса.

2. Увеличивая значение  $F$  и получая ряд значений факторизованных параметров  $c^*$  и  $\varphi^*$ , расчет производится до тех пор, пока не произойдет обрушение откаса.

Минимальное критическое значение  $F$ , при котором возникает обрушение, представляет собой коэффициент запаса устойчивости откаса.

**Критерий Хоека-Брауна для оценки устойчивости откасов**

Обобщенный критерий Хоека-Брауна является наиболее подходящей моделью для прогнозирования разрушения горных пород. Два наиболее значимых преимущества этого критерия заключаются в связи между аналитическими параметрами и экспериментальными данными геологических исследований и наблюдений, а также и хорошим соответствием между прогнозируемой оценкой напряженно-деформированного состояния и реальными процессами в массиве горных пород.

Обобщенный критерий Хоека-Брауна [5] выражает прочность массива через главные напряжения

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 + \sigma_{ci} \left( m_b \frac{\sigma'_3}{\sigma_{ci}} + s \right)^a, \quad (7)$$

где  $\sigma'_1$  и  $\sigma'_3$  – максимальные и минимальные напряжения в массиве;  $m_b$  – константа Хоека-Брауна для породного массива;  $s$  и  $a$  – постоянные величины, учитывающие генезис и состояние (качество) породного массива;  $\sigma_{ci}$  – предел прочности на одноосное сжатие массива горных пород в неповрежденном состоянии.

Характеристики породного массива рассчитываются по формулам:

$$m_b = m_i \exp\left(\frac{GSI - 100}{28 - 14D}\right), \quad (8)$$

$$s = \exp\left(\frac{GSI - 100}{9 - 3D}\right), \quad (9)$$

$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \left( e^{-GSI/15} - e^{-20/3} \right), \quad (10)$$

где  $GSI$  (Geological Strength Index) – коэффициент геологической прочности, учитывающий геологические особенности породного массива, в частности его структуру и наличие трещин ( $5 \leq GSI \leq 100$ );  $D$  – параметр, зависящий от степени нарушенности массива вследствие взрывных работ и эффекта релаксации напряжений, варьирует от 0 (для интактного) до 1 (для сильно нарушенного) породного массива.

Нормальные и сдвигающие напряжения относятся к главным напряжениям согласно уравнениям, опубликованными Г. Балмером [6]:

$$\tau = (\sigma'_1 - \sigma'_3) \frac{k}{k^2 + 1}, \quad (11)$$

$$\sigma'_n = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2} - \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2} \cdot \frac{k^2 - 1}{k^2 + 1}, \quad (12)$$

где

$$k^2 = \frac{d\sigma'_1}{d\sigma'_3} = 1 + am_b \left( \frac{m_b \sigma'_3}{\sigma_{ci}} + s \right)^{a-1}. \quad (13)$$

Чтобы использовать МССС применительно к критерию Хоека-Брауна необходимо определить факторизованные значения прочностных параметров по аналогии с критерием Мора-Кулона. Используя уравнение для касательных напряжений (5), можно рассчитать факторизованные прочностные параметры следующим образом:

$$\frac{\tau'}{F} = (\sigma'_1 - \sigma'_3) \frac{\sqrt{1 + am_b \left( m_b \frac{\sigma'_3}{\sigma_{ci}} + s \right)^{a-1}}}{2 + am_b \left( m_b \frac{\sigma'_3}{\sigma_{ci}} + s \right)^{a-1}} \times \frac{1}{F} =$$

$$= (\sigma'_1 - \sigma'_3) \frac{\sqrt{1 + am_b^* \left( m_b^* \frac{\sigma'_3}{\sigma_{ci}^*} + s^* \right)^{a-1}}}{2 + am_b^* \left( m_b^* \frac{\sigma'_3}{\sigma_{ci}^*} + s^* \right)^{a-1}}. \quad (14)$$

Поиск уравнений закрытого типа для факторизованных параметров Хоека-Брауна  $\sigma_{ci}^*$ ,  $m_b^*$ ,  $s^*$  и  $a^*$  является затруднительным, поскольку опре-

деление даже исходных значений этих величин основано на полуэмпирическом подходе [3].

**Эквивалентные параметры критериев Мора-Кулона и Хоека-Брауна**

Каждый из проанализированных выше критериев разрушения имеет как недостатки, так и преимущества. Выбор критерия разрушения грунта для конечно-элементного анализа устойчивости откосов должен базироваться на следующих принципах: простота и практичность использования, точность оценки напряженно-деформированного состояния массива и соответствие реальному объекту исследования.

Для наиболее часто используемых в инженерной практике критериев Хоека-Брауна и Мора-Кулона можно провести параллель с помощью построения огибающих разрушения пород для каждого из критериев. Такой подход позволяет получать эквивалентные значения входящих параметров и, таким образом, осуществлять взаимный переход между критериями.

Так, по огибающей кругов Мора можно определить не только сцепление и угол внутреннего трения, а также эквивалентные параметры критерия Хоека-Брауна. Также метод приближает прямолинейную огибающую Мора-Кулона к криволинейной огибающей Хоека-Брауна. Геометрически это выражается в равенстве сумм положительных областей (над линией Мора-Кулона) и отрицательных областей (ниже линии), что показано на рис. 1.

Итоговые формулы для расчета эквивалентных параметров Мора-Кулона имеют вид:

$$f' = \sin^{-1} \left( \frac{6am_b (s + m_b \sigma'_{3n})^{a-1}}{2(1+a)(2+a) + 6am_b (s + m_b \sigma'_{3n})^{a-1}} \right), \quad (15)$$

и

$$c' = \frac{\sigma_{ci} (1+2a)s + (1-a)m_b \sigma'_{3n} (s + m_b \sigma'_{3n})^{a-1}}{(1+a)(2+a) \sqrt{1 + \frac{6am_b (s + m_b \sigma'_{3n})^{a-1}}{(1+a)(2+a)}}}, \quad (16)$$

где

$$\sigma'_{3n} = \frac{\sigma'_{3\max}}{\sigma_{ci}}$$

Процедура соответствия происходит через диапазон напряжений от значений сопротивления растяжению  $\sigma_t$  до максимальных сжимающих напряжений  $\sigma'_{3\max}$  в откосе.

Максимальное сопротивление сжатию рассчитывается из уравнения

$$\sigma'_{3\max} = 0.72 \sigma_{cm}' \left( \frac{\sigma_{cm}'}{\gamma H} \right)^{0.91}, \quad (17)$$

где  $\gamma$  – удельный вес породы;  $H$  – высота откоса;  $\sigma'_{cm}$  – коэффициент прочности породы. Этот коэффициент рассчитывается по формуле

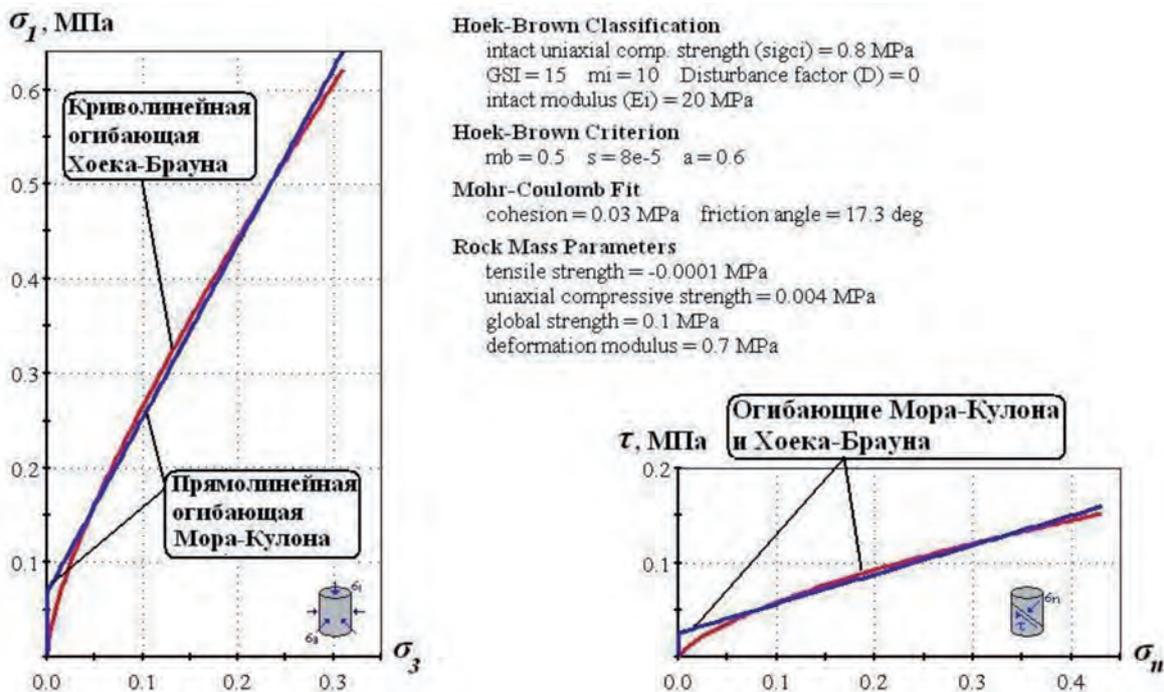


Рис. 1. Определение прочностных характеристик по прямолинейной огибающей Мора-Кулона и эквивалентной огибающей Хоека-Брауна (интерфейс программы RocLab компании Rocscience Inc.)

$$\sigma_{cm} = \sigma_{ci} \frac{(m_b + 4s - a(m_b - 8s)) \left(\frac{m_b}{4} + s\right)^{a-1}}{2(1+a)(2+a)} \quad (18)$$

Далее рассчитанные эквивалентные параметры критерия Мора-Кулона могут быть использованы в качестве исходных данных в МССС [5].

**Пример расчета откоса по эквивалентным параметрам**

Рассмотрим применение вышеописанного подхода с использованием двух эквивалентных критериев разрушения применительно к оценке устойчивости откосов. Рассмотрим откос, сложенный однородной породой, и следующими геометрическими характеристиками: высота  $H = 30$  м, угол наклона  $\alpha = 37^\circ$ . Для соблюдения граничных условий задаем следующие расстояния: 60 м от нижней бровки и 60 м от верхней бровки до горизонтальных границ модели; расстояние от верхней бровки до нижней границы модели – 80 м [7].

На откос действует сила гравитации. Исходные физико-механические характеристики породного массива, а также рассчитанные и эквивалентные параметры приведены в таблице.

Для этого использована инженерная программа RocLab (компании Rocscience Inc.), в ко-

торый реализована возможность пересчета параметров критерия Хоека-Брауна в эквивалентные параметры критерия Мора-Кулона. В результате получаем эквивалентные значения сцепления  $c = 0,011$  МПа и угла внутреннего трения  $\varphi = 9,45^\circ$ . Далее согласно полученным эквивалентным прочностным характеристикам Мора-Кулона рассчитываем КЗУ в программе конечно-элементного анализа Phase2, которая использует алгоритм решения МССС.

На рис. 2. представлены графические результаты расчета устойчивости откоса при поэтапном снижении прочности массива на сдвиг. При значении КССС = 1,08 деформации значительно возрастают, что свидетельствует об инициации явления обрушения откоса. Последнее значение КССС = 1,06, при котором откос находится в устойчивом состоянии, считается коэффициентом запаса устойчивости (КЗУ).

На рис. 3 представлена графическая картина смещений в откосе.

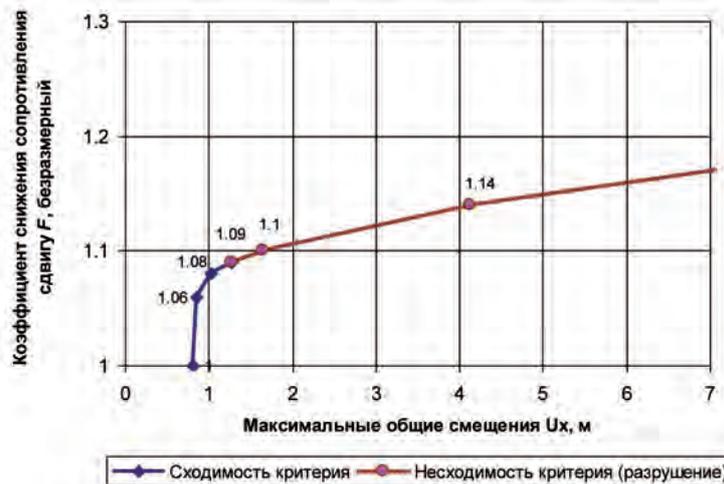
**Выводы**

Метод конечных элементов применительно к упруго-пластичным моделям с использованием критерия разрушения Кулона-Мора показывает достоверные результаты расчета КЗУ для откосов различного генезиса.

Таблица

**Физико-механические характеристики пород**

Свойства	Значение	Свойства	Значение
Модуль Юнга $E$ , МПа	20	Параметр $m_b$	0,5
Коэффициент Пуассона $\nu$ , безразм.	0,3	Параметр $s$	$8e^{-5}$
Удельный вес $\gamma$ , МН/м <sup>3</sup>	0,01764	Параметр $a$	0,6
Предел прочности на одноосное сжатие $\sigma_{ci}$ МПа	0,8	Угол дилатации $\psi$ , градусы	0
Коэффициент геологической прочности, $GSI$	15	Сцепление $c$ , МПа	0,03
Параметр интактной породы $m_i$	10	Угол внутреннего трения $\varphi$ , градусы	17,3
Фактор нарушенности массива	0		



**Рис. 2. Диаграмма снижения сопротивления сдвигу**

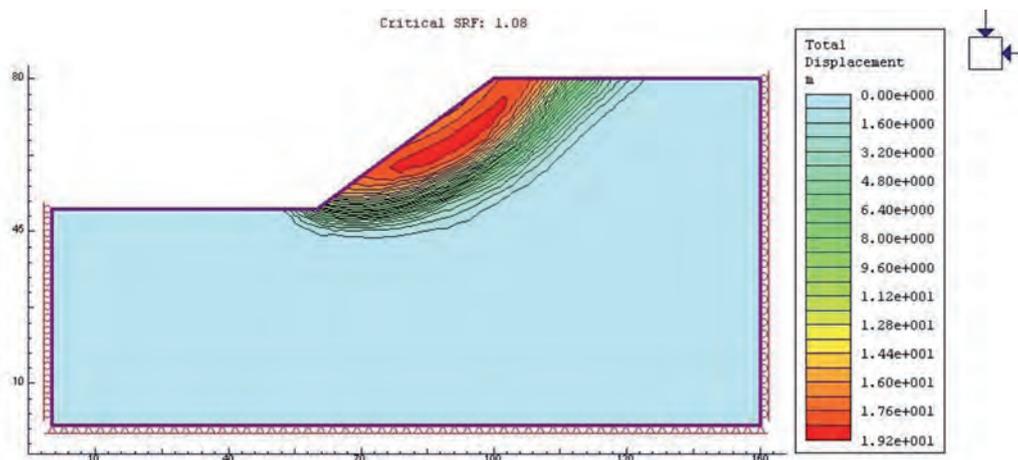


Рис. 3. Графическая картина смещений в откосе (SRF = 1,08)

Одним из основных преимуществ МКЭ является определение КЗУ в процессе геотехнического анализа без задания определенного участка разрушения или поверхности скольжения *a priori*. Данный факт обусловил широкую интеграцию метода в многочисленных современных программах для геотехнического анализа.

Для мягких пород наиболее существенным фактором, влияющим на физико-механические характеристики и расчет КЗУ откосов, является влагонасыщение массива, направления потоков подземных вод, что для их учета требует дальнейших исследований.

#### Библиографический список

1. Ковров А. С., Рудаков Д. В. Гидрогеомеханическое моделирование устойчивости бортов карьеров / А. С. Ковров, Д. В. Рудаков // *Металлург. и горноруд. пром-сть.* - 2011. - № 4. - С. 75-80.
2. Griffiths, D. V. & Lane, P. A. (1999). Slope stability analysis by finite elements. *Geotechnique* 49, No. 3, 387-403.
3. Hammah, R.E., Curran, J.H., Yacoub, T., Corkum, B. (2004). *Stability Analysis of Rock Slopes*

using the Finite Element Method. EUROCK 2004 & 53rd Geomechanics Colloquium. Schubert (ed.) VGE.

4. Matsui, T. & San, K.-C. (1992). Finite element slope stability analysis by shear strength reduction technique. *Soils Found.* 32, No. 1, 59-70.

5. Hoek E., Carranza-Torres, C. and Corkum B., Hoek-Brown criterion - 2002 edition, *Proceedings of the 5th North American Rock Mechanics Symposium and the 17th Tunnelling Association of Canada: NARMS-TAC 2002, Toronto, Canada, Vol. 1, pp. 267-273. 2002.*

6. Balmer G., A general analytical solution for Mohr's envelope, *American Society for Testing and Materials*, vol. 52, pp. 1260-1271. 1952.

7. Ковров А. С. Моделирование устойчивости борта карьера методом конечных элементов / *Матеріали міжнародної конференції «Форум гірників - 2010»*: Том 4. - Дніпропетровськ: Національний гірничий університет, 2010. - С. 94-102.

Поступила 20.04.2015

