

Ю. А. Малиновский /к. т. н./

Криворожский колледж НАУ,
г. Кривой Рог, Украина
e-mail: mga09@mail.ruС. С. Дубровский /к. т. н./,
С. И. Малиновская /к. т. н./ГВУЗ «Криворожский национальный
университет», г. Кривой Рог, Украина
e-mail: sergei.dubrovski@mail.ru; sofmal46@mail.ru

Деформационно-волновые эффекты при трении и изнашивании твердых тел

Yu. A. Malinovsky /Cand. Sci. (Tech.)/

Krivoy Rog College of NAU, Krivoy Rog, Ukraine
e-mail: mga09@mail.ruS. S. Dubrovsky /Cand. Sci. (Tech.)/
S. I. Malinovskaya /Cand. Sci. (Tech.)/GVUZ «Krivoy Rog National University»,
Krivoy Rog, Ukraine
e-mail: sergei.dubrovski@mail.ru; sofmal46@mail.ru

Deformation-wave effects in the friction and wear of solids

Цель. Разработка новых уточненных инженерных методов расчетов контактирующих деталей на трение и износ с учетом деформационно-волновых процессов в зоне перед движущейся деталью.

Методика. Для объяснения эффектов волнообразования на контактирующих поверхностях предложена расчетная модель, в которой наружный слой взаимодействующих полупространств схематизирован в виде двух балок на упругом основании, которые обладают конечной длиной и имеют шарнирно-неподвижное опирание в массивах взаимодействующих деталей. Приведены дифференциальные уравнения упругих линий «гипотетических» балок взаимодействующих деталей.

Рассмотрены эффективные приемы для определения количества полуволн «гипотетических» балок, а также высоты микронеровностей, появляющихся после потери продольной устойчивости «гипотетических» балок при взаимодействии контактирующих деталей.

Результаты. Представлены результаты по определению касательных усилий для растянутой и сжатой частей «гипотетической» балки. Предложены способы определения степени волнистости сжатой части «гипотетической» балки после потери ее продольной устойчивости, а также способы определения деформационных микронеровностей.

Научная новизна. Новизна работы заключается в том, что найден источник дополнительных микронеровностей, которые возникают на взаимодействующих деталях при их соприкосновении. Этот источник является деформационно-волновым и присутствует при сухом и жидкостном трении, а также трении качения. Другими словами, деформационно-волновые процессы являются дополнительными сопротивлениями при любых видах трения и изнашивания.

Практическая значимость. Состоит в достижении более высокой точности при выполнении расчетов на трение и износ с учетом волнообразных деформаций поверхностных слоев контактирующих деталей вследствие потери продольной устойчивости этих слоев. А также в прогнозировании механизма разрушения поверхностных слоев деталей в результате местного выкрашивания материала при воздействии касательных циклических нагрузок и наступления эффекта усталости материала поверхностных слоев. (Ил. 2. Библиогр.: 10 назв.)

Ключевые слова: трение, износ, контактная задача, «гипотетическая» балка, волна растяжения и сжатия, упругая устойчивость, полуволна деформации, высота полуволны.

Постановка проблемы. Исследования вопросов трения и изнашивания деталей машин, выполненные рядом авторов [1], показали, что две контактирующие детали, представленные в виде двух полупространств, независимо от используемых при исследованиях концепций трения и условий экспериментов, приводят к появлению на соприкасающихся поверхностях деформационных волн растяжения и сжатия.

Одним из вариантов описания эффекта взаимодействия этих деталей является использование контактной математической теории упругости с учетом эффектов трения и изнашивания. Однако выполнить постановку и решение такой задачи с позиции теории упругости весьма затруднительно. Поэтому в первом приближении для установления нагрузок, действующих в зоне взаимодействия двух деталей, воспользуемся

контактными нагрузками, приведёнными в задаче о плоском штампе, находящемся на упругом полупространстве с учетом нормального давления и сил трения [2]. При выборе расчетной модели задачи учитываем тот факт, что взаимодействующие детали обладают упрочненными поверхностями (накатанный наружный слой, гальваническая или химико-термическая обработка и поверхностная закалка), поэтому тонкий поверхностный слой деталей имеет более высокие физико-механические характеристики, чем глубинные слои деталей, имеющих тот же химический состав.

Методики исследований. Изложение основного материала. Исходя из предварительного описания задачи, мы имеем основание полагать, что относительно твердый поверхностный слой каждого полупространства может быть уподоблен «гипотетической» балке на упругом основании (податливый внутренний массив). Возвращаясь к задаче о плоском штампе, можно считать одну деталь штампом, а другую полупространством с тонким поверхностным слоем [3]. Также, исходя из понятия о взаимодействующих полупространствах, можно обе детали представить в виде двух балок на упругом основании, нагруженных контактной нагрузкой. На основании изложенных соображений расчетную схему задачи о движении плоского (в ряде случаев упругого) штампа представим в виде балок на упругом основании, которые нагружены вертикальной нагрузкой $P(x)$ и касательной нагрузкой $\tau_{xy}(x)$ под штампом, а также касательной нагрузкой $\int_0^{l_1} \tau_{xy} dx$ в области перед штампом (рис. 1).

Фактически «гипотетическая» балка представляет собой жесткое включение (или более жесткое включение) на упругом полупространстве, которое не может свободно перемещаться относительно своего неподвижного основания, поэтому свободное или подвижное опирание не соответствует продольному перемещению концов балки при ее работе. Таким образом, наиболее достоверно можно представить опирание балки на упругом основании в виде двух шарнирно-неподвижных опор. Относительно продольных опорных реакций балка будет статически неопределимой (рис. 2). Кроме того отметим, что балка будет иметь растянутую часть длиной l_1 (так как на длине l_1 действует растягивающая нагрузка τ_{xy}) и сжатую часть длиной l_2 , которая зависит от количества полуволен этой части балки при потере её продольной устойчивости, поэтому длина l_2 подлежит определению.

Эксперименты, выполненные авторами [4; 5], в задаче о внедрении и движении сферического

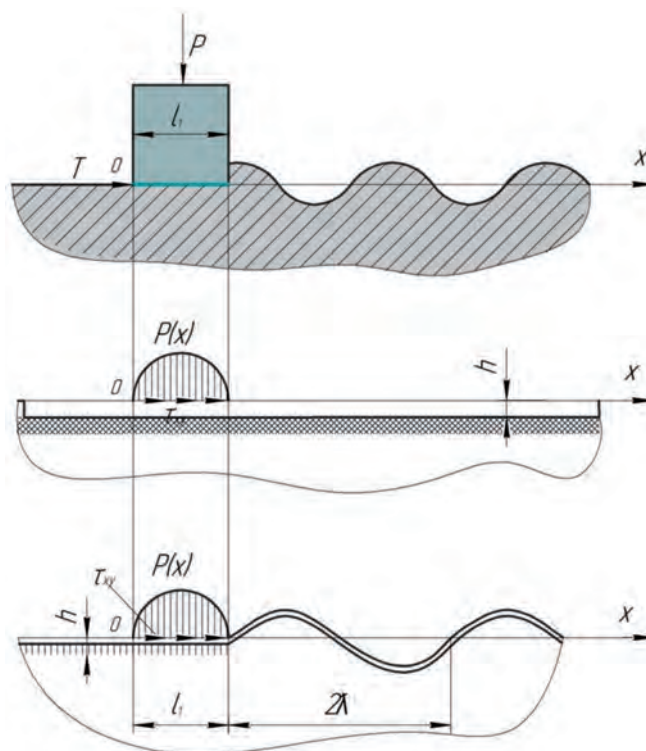


Рис. 1. Взаимодействие штампа с полупространством

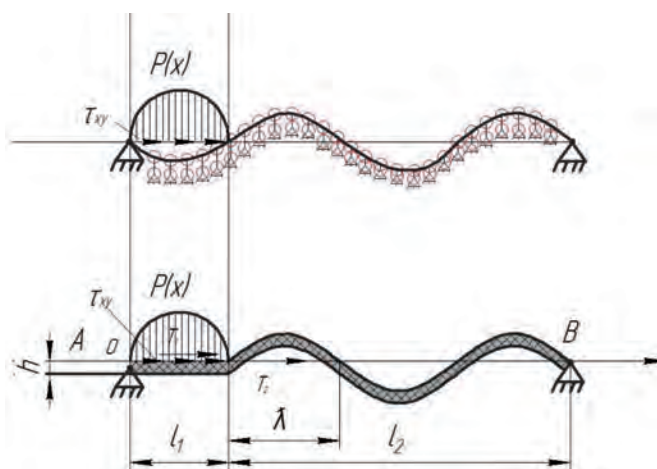


Рис. 2. Потеря устойчивости «гипотетической» балки от касательной силы

индентора по упругому (упруго-пластическому) полупространству подтверждают правомерность такого предположения, при этом зона позади индентора является растянутой, а впереди индентора – сжатой [6]. Тогда суммарное касательное усилие T на участке l_1 , вызывает растяжение участка, а на участке l_2 – сжатие. Раскрывая продольную статическую неопределимость «гипотетической» балки, вычислим на участке l_1 растягивающее усилие T_1 , а участке l_2 – сжимающее усилие T_2

$$T_1 = \frac{Tl_2}{(l_1 + l_2)} \quad (1)$$

$$T_2 = \frac{Tl_1}{(l_1 + l_2)}, \quad (2)$$

где l_1 – длина участка балки, расположенного под штампом (принята исходя из характера нагружения участка балки); l_2 – длина сжатого участка балки (потерявшей устойчивость), под-лежит определению.

Далее рассмотрим вопрос о продольной устойчивости балки на участке l_2 .

Для этого составим дифференциальные уравнения изогнутой оси балки на упругом основании, нагруженной контактными нагрузками от штампа (вертикальной нагрузкой $P(x)$ и касательными распределёнными усилиями τ_{xy}), по аналогии с работами [2; 7], в следующем виде:

$$y^{IV} + \frac{T}{E_c I} y'' + \frac{k}{E_c I} y = P(x) \quad (3)$$

где $y = y(x)$ – прогиб «гипотетической» балки (для различных точек по длине балки); T – касательное продольное усилие ($T = -T_1$, если $0 \leq x \leq l_1$, и $T = T_2$, если $x \geq l_1$); E_c – модуль продольной упругости материала «гипотетической» балки; $I = \frac{h^3}{12}$ – момент инерции «гипотетической» балки, толщиной h , при ширине $b = 1$ см (балка единичной ширины);

$P(x) = P \frac{\sin \pi \theta}{\pi} \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} \left(\frac{a+x}{a-x} \right)^{1/2-\theta}$ – закон распределения контактного давления на «подошве» штампа ($a = \frac{l_1}{2}$), по результатам исследования Л. А. Галина [2]; $\theta = \frac{1}{\pi} \arctg \frac{2-2\mu}{f(1-2\mu)}$ – угол (коэффициент), учитывающий значение коэффициента Пуассона μ для полупространства и коэффициента трения f контактирующей пары; P – внешняя вертикальная нагрузка (величина постоянная).

На основании изложенного «гипотетическую» балку необходимо рассматривать отдельно для участка длиной l_1 , расположенного под штампом, и участка l_2 , расположенного перед штампом, поэтому дифференциальное уравнение (3) распадается на два уравнения:

при $0 \leq x \leq l_1$

$$y^{IV} - \frac{T_1}{E_c I} y'' + \frac{ky}{E_c I} = P(x); \quad (4)$$

при $l_1 \leq x \leq l_2$

$$y^{IV} + \frac{T_2}{E_c I} y'' + \frac{ky}{E_c I} = 0. \quad (5)$$

Решение дифференциального уравнения (4) позволяет получить прогибы, относительные деформации, нормальные и касательные

напряжения участка (длиной l_1) под штампом, эти результаты отражены в работах [3; 7]. Вместе с тем участок балки длиной l_1 получит еще и продольные растягивающие перемещения Δl_1 (на участке со штампом, так как там действуют распределенные контактные касательные напряжения τ_{xy}). Фактически на участке l_1 балка на упругом основании находится под действием изгибающих и растягивающих нагрузок. Абстрагируясь от поперечных деформаций балки, будем полагать, что если участок длиной в l_1 получил удлинение Δl_1 , то участок балки длиной l_2 получит укорочение Δl_1 , то есть участок балки длиной l_2 может потерять упругую устойчивость в пределах перемещения Δl_1 , в общем случае на участке l_2 разовьется волнообразная деформация с числом полуволн m и пока неопределенной длиной l_2 .

Для определения поперечных перемещений гипотетической балки, то есть высоты гофров балки, потерявшей упругую устойчивость на участке длиной l_2 , можно получить дифференциальное уравнение (5) по методу начальных перемещений [8], если известны величины T_1 , T_2 .

Решение уравнения (5) в нормальных фундаментальных функциях для наших условий нагружения гипотетической балки имеет вид:

$$y(x) = y_0 Y_0(x) + y'_0 Y_1(x) + \frac{d^2 y(0)}{dx^2} Y_2(x), \quad (6)$$

где y_0 – начальный прогиб гипотетической балки под действием жесткого штампа, его можно определить из решения задачи о плоском штампе при наличии трения в виде:

$$\tilde{y} = -\frac{T_2}{\sqrt{(a-x)}} \left(\frac{a+x}{a-x} \right), \text{ при } a = \frac{l_1}{2}, x = \frac{l_1}{2} + \varepsilon; y'_0 -$$

начальный угол поворота левого конца участка балки длиной l_2 ; $\frac{d^2 y(0)}{dx^2} = y''(0)$ – величина пропорциональная изгибающему моменту на левой опоре; $Y_0(x), Y_1(x), Y_2(x)$ – фундаментальные функции А. Н. Крылова [8].

Начальные условия $y(0), y'(0), y''(0)$ на левой опоре весьма сложно задать без проведения серии экспериментов, а также определить T_1 и T_2 . Для того чтобы уйти от этих трудностей, можно решение задачи (5) найти при помощи рядов Фурье. В качестве функции, удовлетворяющей уравнению (5), согласно С. П. Тимошенко [9], можно использовать выражение:

$$y = a_m \sin \frac{m\pi x}{C_2}, \quad (7)$$

где a_m – амплитуда волны деформации, которая возникает под действием усилия T_2 , а m неиз-

вестное число полуволн. Поэтому вид решения (5) и форма «упругой» линии балки будет зависеть от числа полуволн при потере устойчивости балки, в этом случае амплитудное значение высоты волны синусоиды будет связано с продольной деформацией Δl_1 и, соответственно, укорочением балки по оси ox на участке длиной l_2 . Амплитудное значение a_m можно получить как высоту гребня волны деформации, исходя из неизменной длины упругой линии балки на участке l_2 после потери её устойчивости. Для определения геометрических параметров (длины l_1, l_2) и силовых факторов (продольные усилия на участках балки T_1, T_2), воспользуемся методом С. П. Тимошенко [9] при этом число полуволн для балки на упругом основании длиной l_2 и коэффициентом жесткости постели β в случае потери балкой упругой устойчивости находим из соотношения:

$$\frac{\beta l_2^4}{\pi^2 E_c I} = m^2 (m+1)^2, \quad (8)$$

где $\beta = \frac{E\alpha}{2}$ - коэффициент жесткости упругого основания (полупространства); E - модуль упругости внутренних слоев полупространства; $l_2 = \lambda m$ длина сжатой «гипотетической балки», которая может потерять упругую устойчивость; λ - длина полуволны синусоиды (косинусоиды) балки при потере упругой устойчивости (или при получении балкой упругих волнообразных деформаций)

$$\lambda = \frac{\pi}{\alpha} = \pi \sqrt[3]{\frac{E_c I}{E}},$$

где E_c - модуль упругости материала «гипотетической» балки (или упрочненного поверхностного слоя полупространства); α - неизвестное число полуволн балки, потерявшей устойчивость, на участке длиной в π .

С учетом принятых обозначений выражение (8) преобразуем к виду:

$$\left(1 - \frac{\beta \lambda^4}{\pi^4 E_c I}\right) m^2 + 2m + 1 = 0. \quad (9)$$

Тогда квадратное уравнение для определения неизвестного числа полуволн при продольном изгибе балки на упругом основании, потерявшей устойчивость (или перед потерей упругой устойчивости), будет иметь вид:

$$m^2 + \frac{2m}{\left(1 - \frac{\beta \lambda^4}{\pi^4 E_c I}\right)} + \frac{1}{\left(1 - \frac{\beta \lambda^4}{\pi^4 E_c I}\right)} = 0. \quad (10)$$

Решая (10) с учетом выражений для β и λ , получим:

$$m_{1,2} = -\frac{1}{\left(1 - \frac{E}{2E_c} \cdot \frac{\lambda^3}{\pi^3 I}\right)} \pm \sqrt{\frac{1}{\left(1 - \frac{E}{2E_c} \cdot \frac{\lambda^3}{\pi^3 I}\right)^2} - \frac{1}{\left(1 - \frac{E}{2E_c} \cdot \frac{\lambda^3}{\pi^3 I}\right)}}, \quad (11)$$

где $m_{1,2}$ - число полуволн стержня (длиной l_2) при потере им продольной устойчивости (принимая в качестве m положительный корень (11), либо его меньшее положительное значение).

Из баланса энергии деформации изгиба стержня, деформации упругой среды (полупространства) и работы, выполненной сжимающей силой $T_{кр}$ которые для данного соотношения параметров балки и полупространства обеспечивают минимальное значение $T_{кр}$. Тогда выражение для критической силы имеет вид:

$$T_{кр} = \frac{\pi^2 E_c I}{l_2^2} \left(m^2 + \frac{\beta l_2^4}{m^2 \pi^2 E_c I} \right) = \frac{E_c I}{\sqrt[3]{\left(\frac{E_c I}{E}\right)^2}} \left(\frac{1+E}{E} \right). \quad (12)$$

После определения $l_2 = \lambda m$ (критическое значение l_2), можно вычислить усилие T_1 по формуле (1), которая, собственно, растягивает участок балки длиной l_1 , и усилие T_2 , которое сжимает участок балки длиной l_2 . Усилие T_1 после подстановки его в уравнение (4) позволяет вычислить перемещение $y(x)$ и напряжения σ_x, τ_{xy} на участке балки (l_1), то есть под штампом, при этом для оценки условий потери продольной устойчивости участка l_2 балки перед штампом необходимо знать приращение Δl_1 длины участка l_1 в результате действия частичного продольного усилия T_1 . Участок балки длиной в l_1 будет растянут усилием T_1 , при этом:

$$\Delta l_1 = \frac{T_1 l_1}{EF} = \frac{T_1 l_1}{Eh}, \quad (13)$$

то есть длина участка l_1 составит:

$$l_1' = l_1 + \Delta l_1. \quad (14)$$

Отметим, что при вычислении приращения Δl_1 не учтено влияние просадки балки под штампом. Так эта доля перемещения ($\Delta l_1'$) будет величиной более высокого порядка малости по сравнению с Δl_1 . С учетом того, что концы «гипотетической» балки жестко закреплены в продольном направлении, то длина участка балки (l_2) по оси после потери ею устойчивости и деформирование балки составит:

$$l_2' = l_2 - \Delta l_1. \quad (15)$$

Таким образом, мы видим что «гипотетическая» балка не может получить продольное укорочение больше Δl_1 , в результате воздействия усилия T_2 , при этом число горфов балки на участке балки l_2 , согласно выражению (11), составит m . Другими словами, мы исходим из условия неразрывности балки l_2 . Если продольное смещение участка l_2 будет больше Δl_1 , при этом может произойти разрыв элементов растянутой части балки l_1 . То есть произойдет разрушение и износ балки под штампом до потери устойчивости участка балки (l_2). Не прибегая к решению дифференциального уравнения (5), можно качественно (и количественно) определить параметры волн деформации «гипотетической» балки (в первом приближении) до и после потери ею устойчивости. Отметим далее, что для балок на упругом основании стрела прогиба при выпучивании упругого полупространства не может быть произвольной, этот прогиб ограничен числом полуволн балки m , жесткостью постели β и перемещением точки приложения усилия T_2 (Δl_1). Считаем, что балка на упругом основании теряет устойчивость по синусоиде (или косинусоиде) с числом полуволн m , длиной полуволн λ . Вследствие деформации участка балки l_2 его длина по продольной оси уменьшится на величину Δl_1 , то есть:

$$l'_2 = l_2 - \Delta l_1 \tag{16}$$

при неизменной величине длины деформированной упругой линии балки.

Если обратиться к одной полуволне синусоиды, то ее длина по продольной оси будет равна:

$$\lambda' = \lambda - \frac{\Delta l_1}{m} \tag{17}$$

Считая величину λ' хордой некоторой дуги длиной λ , то высота сегмента этой дуги может быть приближено определена исходя из соотношения:

$$\frac{\Delta l_1}{m} \left(2\lambda - \frac{\Delta l_1}{m} \right) = \frac{16}{3} h^3 \tag{18}$$

Откуда

$$h = \sqrt[3]{\frac{3}{16} \frac{\Delta l_1}{m} \left(2\lambda - \frac{\Delta l_1}{m} \right)}, \tag{19}$$

таким образом, на основании формулы (19) можно рассчитать стрелу прогиба на участке l_2 «гипотетической» балки. Если потеря устойчивости «гипотетической» балки произошла либо за пределами упругости материала, либо в пластической зоне, то деформации балки являются необратимыми, и величина h определяет высоту волн на поверхности балки (или полупространства), то есть возникают деформационные микронеровности, которые могут быть соизме-

римы с изначальными геометрическими микронеровностями на поверхности балки. Поэтому указанные микронеровности должны быть обязательно учтены при расчете фактически площадей касания и определения наибольших выступов на соприкасающихся поверхностях. Если же «гипотетическая» балка работает в области упругой деформации и касательная сила не достигает своего критического значения

$$T_2 < T_2 \text{ ,} \tag{20}$$

то волны деформации развиваются на полуплоскости перед движущимся штампом. Когда штамп проходит зону волнообразования, то плоская поверхность полупространства восстанавливает свою первоначальную форму, и балка продольной устойчивости не потеряет, но разрушение поверхностного слоя все равно произойдет из-за накопления усталостных деформаций поверхностным слоем балки, даже в случае, когда нормальные напряжения в слое не превысят предела усталости

$$\max \sigma = \frac{\max T_2}{F} + \frac{\max T_2 \left(A + \frac{h}{2} \right)}{W} \leq \sigma_{-1} \tag{21}$$

Тогда при выполнении условия (21), число циклов нагружения деталей должно превышать свое базовое значение. В выражении (21) $\max T_2$ наибольшее значение касательного усилия, которое достигает своего критического значения.

$F = h$, $W = \frac{h^2}{6}$ – соответственно площадь поперечного сечения и момент сопротивления балки при $b = 1$; A – высота деформационной полуволны; σ_{-1} – предел выносливости материала балки.

Выводы и перспективы развития направления. На основании выполненных исследований установлены зависимости для определения значения критической силы, при которой происходит потеря продольной устойчивости поверхностных слоев контактирующих деталей с учетом определения числа полуволн и высоты гребней полуволн деформированной балки. Полученные результаты позволяют рассчитывать площади контакта и высоту дополнительных деформационно-складчатых микронеровностей, возникающих при потере продольной устойчивости верхних слоев взаимодействующих деталей. Кроме того, имеется возможность прогнозировать возникновение механизма разрушения поверхностных слоев материала до наступления потери продольной устойчивости в слое с воздействием циклических касательных нагрузок с последующим эффектом развития усталости поверхностных слоев.

Библиографический список / References

1. Крагельский И. В. Трение и износ / И. В. Крагельский. – Изд. 2-е. – М.: Машиностроение, 1968. – 480 с.

Kragel'skiy I. V. *Trenie i iznos*. Moscow, Mashinostroenie 1968, 480 p.

2. Галин Л. А. Контактные задачи теории упругости и вязкоупругость / Л. А. Галин. – М.: Наука. – 1980. – 394 с.

Galín L. A. *Kontaktnye zadachi teorii uprugosti i vyzkouprugost'*. Moscow, Nauka, 1980, 394 p.

3. Александров В. М. Контактные задачи для тел с тонкими покрытиями и прослойками / В. М. Александров, С. М. Мхитарян. – М.: Наука, 1983. – 488 с.

Aleksandrov V. M., Mkhitaryan S. M. *Kontaktnye zadachi dlya tel s tonkimi pokrytiyami i prosloykami*. Moscow, Nauka, 1983, 488 p.

4. Крагельский И. В. Расчетные зависимости и методы экспериментального определения износа при трении / И. В. Крагельский, М. Н. Добыгин. – М.: Машиностроение, 1968. – 52 с.

Kragel'skiy I. V., Dobygin M. N. *Raschetnye zavisimosti i metody eksperimental'nogo opredeleniya iznosa pri trenii*. Moscow, Mashinostroenie, 1968, 52 p.

5. Боуден Ф. П., Тейбор Д. Трение и смазка твердых тел: перевод с англ. / Ф. П. Боуден, Д. Тейбор. – М.: Машиностроение, 1968, 543 с.

Bouden F. P., Teybor D. *Trenie i smazka tverdykh tel*. Moscow, Mashinostroenie, 1968, 543 p.

6. Крагельский И. В. Основы расчетов на трение и износ / И. В. Крагельский, М. Н. Добыгин, В. С. Камбалов. – М.: Машиностроение, 1977, 526 с.

Kragel'skiy I. V., Dobygin M. N., Kambalov V. S. *Osnovy raschetov na trenie i iznos*. Moscow, Mashinostroenie, 1977, 526 p.

7. Эрлих Л. Б. Волнообразование на обкатываемых поверхностях / Л. Б. Эрлих, В. А. Кособудский. – М.: Наука, 1973. – 52 с.

Erlikh L. B., Kosobudskiy V. A., *Volnoobrazovanie na obkatyvaemykh poverkhnostyakh*. Moscow, Nauka, 1973, 52 p.

8. Прочность. Устойчивость. Колебания. Справочник в трех томах. Т. I / под редакцией И. А. Биргера, Я. Г. Пановко. – М.: Машиностроение, 1968. – 831 с.

Birgera I. A., Panovko Ya. G. (eds.). *Prochnost'. Ustoychivost'. Kolebaniya*. Vol. I. Moscow, Mashinostroenie, 1968, 831 p.

9. Тимошенко С. П. Устойчивость упругих систем / С. П. Тимошенко. – М., ГИТТЛ, 1955. – 567 с.

Timoshenko S. P. *Ustoychivost' uprugikh sistem*. Moscow, GITTL, 1955, 567 p.

10. Нудельман Я. Г. Волнообразование на поверхностях некоторых деталей машин: Доклад АН СССР / Я. Г. Нудельман, Л. Б. Эрлих. – 1952. – Т. 85, № 5.

Nudel'man Ya. G., Erlikh L. B. *Volnoobrazovanie na poverkhnostyakh nekotorykh detaley mashin*. Doklad AN SSSR, 1952, vol. 85, no. 5.

Purpose. Development of new refined engineering methods for calculating contact parts for friction and wear, taking into account deformation-wave processes in the zone in front of the moving part.

Methodology. To explain the effects of wave formation on contacting surfaces, a computational model is proposed in which the outer layer of interacting half-spaces is schematized in the form of two beams on an elastic base that have a finite length and have a hinged support in the arrays of interacting parts. Differential equations of elastic lines of "hypothetical" beams of interacting parts are given.

Effective methods for determining the number of half-waves of "hypothetical" beams, as well as the height of microroughness appearing after loss of longitudinal stability of "hypothetical" beams in the interaction

Findings. Results are presented for the determination of tangential forces for an elongated and compressed part of a "hypothetical" beam. Methods are proposed for determining the degree of undulation of the compressed part of the "hypothetical" beam after the loss of its longitudinal stability, as well as methods for determining the deformation microroughness.

Originality. The novelty of the work lies in the fact that a source of additional microroughness has been found, which arise on the interacting parts when they come into contact. This source is deformation-wave and is present for dry and liquid friction, as well as friction of rolling. In other words, the deformation-wave processes are additional resistances for any kinds of friction and wear.

Practical value. It consists in achieving a higher accuracy in the calculation of friction and wear, taking into account the wave-like deformation of the surface layers of the contacting parts, due to the loss of longitudinal stability of these layers. And also, in predicting the mechanism of destruction of the surface layers of parts, as a result of local dying of the material under the influence of tangential cyclic loads and the onset of fatigue effect of the material of the surface layers.

Key words: friction, wear, contact problem, "hypothetical" beam, stretching and compression wave, elastic stability, half-wave deformation, height of half-wave.

**Рекомендована к публикации
д. т. н. А. Д. Учителем**

Поступила 20.02.2017