

causes of error formation during deformation, and to determine the ways of controlling the accuracy parameters.

Findings. The scientific bases of technological control of the parameters of precision of parts processed by deforming stretching are created, which consist in the determination of the features of deformation of multi-tiered billets and parts processed with small tensions, as well as in the development of scientifically grounded schemes, methods of gripping the tool and technological recommendations that provide the required precision of machining.

Originality. The scientific basis of technological control of accuracy parameters in deforming stretching is created, which consists in the development of mathematical models and experimental studies of process mechanics, which provides determination of the causes of the formation of geometric errors in the deformation cell and the

development of ways of technological control of accuracy parameters.

Practical value. Possibility of working out of technological processes on the basis of deforming dragging, namely processing of openings of various-thickness parts, restoration of geometric accuracy of worn piston fingers, processing of internal cavity of casings of internal combustion engines from gray cast iron.

Key words: deforming broaching, accuracy, deformation center, contact area, non-contact zones, deformation, different thickness, geometric error.

Рекомендована к публикации
д. т. н. Э. К. Посвятенко

Поступила 25.12.2017



УДК 621.891+539.375.6

Наука

Ю. А. Малиновский /к. т. н./,
Г. В. Данилина /к. т. н./, С. Ю. Даценко /к. т. н./
А. А. Бондарец

Криворожский колледж НАУ, г. Кривой Рог,
Украина
Криворожский национальный университет,
г. Кривой Рог, Украина

Квазистатические особенности постановки деформационно волновых задач при трении и изнашивании

Yu. A. Malinovsky /Cand. Sci. (Tech.),
G. V. Danilina /Cand. Sci. (Tech.),
S. Yu. Datsenko /Cand. Sci. (Tech.)/
A. A. Bondarets

Krivoy Rog College of NAU, Krivoy Rog, Ukraine

Krivoy Rog National University, Krivoy Rog,
Ukraine

Quasistatic features of the formation of deformation wave problems with friction and wear

Цель. Разработка инженерных методов расчета движущихся контактирующих деталей на трение и износ с учетом квазистатического протекания деформационно-волновых процессов в зоне перед движущейся деталью.

Методика. С целью объяснения эффектов волнообразования на контактирующих поверхностях предложена расчетная модель, в которой наружный слой взаимодействующих полупространств схематизирован в виде двух движущихся балок на упругом основании, которые в подвижной системе координат обладают конечной длиной и имеют шарнирно-неподвижные опирания в массивах взаимодействующих деталей. Получены дифференциальные уравнения упругих линий «гипотетических» балок. Разработаны практические приемы для определения количества полуволн и высоты микронеровностей, появляющихся после потери продольной устойчивости «гипотетических» балок при взаимодействии контактирующих деталей.

Результаты. Предложены способы определения касательных усилий в растянутой и сжатой частях «гипотетической» балки. Представлены результаты по определению степени волнистости деформаци-

онных микронеровностей сжатой балки после потери нею продольной устойчивости, которые во многом обусловлены скоростным режимом взаимодействия деталей.

Научная новизна. Выявлен механизм образования дополнительных микронеровностей в деталях при их скоростном взаимодействии. Кроме того, установлено, что разрушение деталей при трении обусловлено, прежде всего, циклическим характером нагружения поверхностных слоев при любых видах изнашивания.

Практическая значимость. Достижение значительно большей достоверности при выполнении расчетов на трение и износ с учетом высокоскоростных волнообразных деформаций поверхностных слоев (контактирующих деталей) до и после потери ими продольной устойчивости. Более точное прогнозирование механизма разрушения поверхностных слоев деталей в результате местного выкрашивания материала под воздействием касательных циклических нагрузок и наступления эффекта усталостного выкрашивания поверхностных слоев. (Ил. 2. Библиогр.: 5 назв.)

Ключевые слова: трение, износ, волна растяжения, волна сжатия, упругая устойчивость, гребень волны сжатия, квазистатическая задача, балка на упругом основании, критическая сила, критическая скорость, коэффициент динамичности.

Постановка проблема. В процессе взаимодействия двух деталей, выполненных в виде полупространств с плоскими внешними границами, на этих плоскостях часто возникают деформационные остаточные волны растяжения и сжатия, высота гребней которых соизмерима с технологическими шероховатостями, в ряде случаев [1] значительно превышает их. Зона взаимодействия деталей постоянно перемещается в процессе их движения. В качестве расчетной модели для взаимодействующей пары удобно принять две тонкие балки (пластины), подкрепленные упругими основаниями. Каждая из таких балок, судя по характеру их взаимодействия, имеет две шарнирно неподвижные опоры и подкреплена упругим основанием. Длина каждой из рассматриваемых балок обусловлена длиной участка контакта и зоной впереди подвижной детали (штампа), в которой происходят остаточные (или упругие) деформации. (Для упрощения рассматриваемой модели вторая балка условно не показана).

При перемещении меньшей детали в зоне взаимодействия (на большей детали) фактически происходит перемещение условно представленной балки вместе с шарнирно-неподвижными опорами, упругим основанием и подвижной вертикальной и касательной нагрузками. Такая задача может быть поставлена и решена как квазистатическая. То есть статическая задача о нагружении движущейся балки на упругом основа-

нии с вертикальной и касательной нагрузками в подвижной системе координат, которая движется совместно с балкой со скоростью движения подвижного полупространства (штампа) v .

На схеме (рис. 1) выражение $z - vt = x$ представляет собой абсциссу текущего сечения балки, отсчитываемую от начала подвижной системы координат (w^0x) т. О, совместной с грузом, z – абсцисса текущего сечения балки относительно неподвижной системы координат (w^1z).

Методика исследований. Изложение основного материала. Для данной расчетной схемы (рис. 1) можно записать дифференциальное уравнение, описывающее деформационно-волновые процессы, происходящие в нижней детали при прохождении по ней верхней детали в виде так называемой стоячей волны. Стоячая волна может быть определена в результате решения квазистатического уравнения, описывающего деформационно-волновые процессы в области перед штампом (участок балки длиной l_2), при этом пока детально не учитываем состояние «гипотетической» балки в области под штампом (участок балки длиной l_1).

Так как наша «гипотетическая» балка шарнирно оперта в конечных точках в зоне взаимодействия с упругим полупространством и не имеет возможности для продольных смещений опор, то такая балка, лежащая на упругом полупространстве, является статически неопределимой балкой

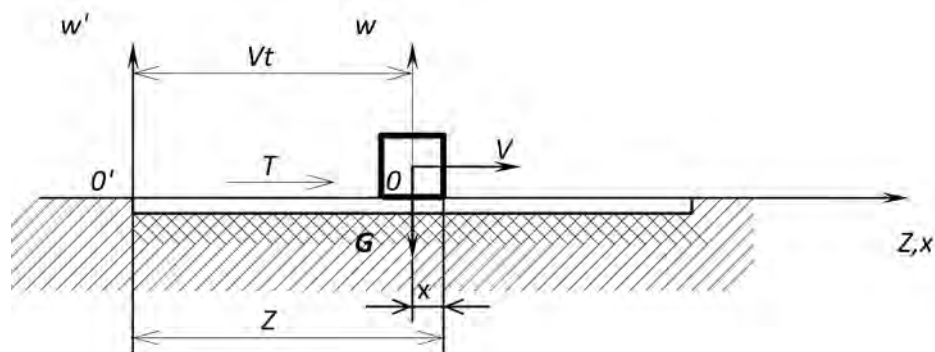


Рис. 1. К обоснованию механизма взаимодействия двух движущихся деталей в подвижной и неподвижной системах координат

(в продольном направлении) относительно продольных опорных реакций. Поэтому касательное усилие T , действующее в зоне контакта, может быть разделено на усилие T_1 , растягивающее участок балки l_1 , и усилие T_2 , сжимающее участок балки l_2 . Вместе с тем касательное усилие T представляет собой «нестационарную» силу трения, действующую на участке контакта деталей, вид и характер которого, по необходимости, может быть детализирован [2].

Отметим, что статическая неопределимость «гипотетической» балки может быть легко преодолена за счет составления уравнения совместности продольных деформаций, в результате раскрытия статической неопределенности задачи получим:

$$T_1 = \frac{Tl_2}{(l_1 + l_2)}, \tag{1}$$

$$T_2 = \frac{Tl_1}{(l_1 + l_2)}. \tag{2}$$

В дальнейшем будем полагать, что «гипотетическая» балка на участках l_1, l_2 обладает свойством неразрывности упругой линии, поэтому удлинение Δl_1 участка балки длиной l будет равняться её укорочению на участке l_2 .

Тогда абсолютное удлинение балки на участке l_1 можно определить таким образом:

$$\Delta l_1 = \frac{T_1 l_1}{E_c F} = \frac{T_1 l_1}{E_c h}, \tag{3}$$

где $F = h$ – площадь поперечного сечения балки единичной ширины $b = 1$.

В силу принятия допущения о неразрывности упругой линии балки длина оси балки на l_1 увеличится на Δl_1 в результате деформации растяжения, а длина оси балки на участке l_2 уменьшится на ту же величину в результате деформирования участка l_2 по синусоидальной кривой с числом полуволн (n) и амплитудами синусоиды A_n . При этом амплитуды синусоиды (A_n) и число полуволн (n) характеризуют деформационные микронеровности после потери «гипотетической» балкой продольной устойчивости. Отметим, что до потери продольной устойчивости деформационные микронеровности тоже возникают, но они носят упругий характер и после снятия нагрузки исчезают (то есть носят обратимый характер).

Для описания напряженно деформированного состояния «гипотетической» балки (рис. 2) обратимся к дифференциальному уравнению, описывающему поведение балки на упругом основании под действием вертикальной и горизонтальной нагрузки (вертикальная сила будет учтена при определении коэффициента динамичности):

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{T_2}{E_c I} \frac{d^2 w}{dx^2} + \frac{C}{E_c I} w = 0. \tag{4}$$

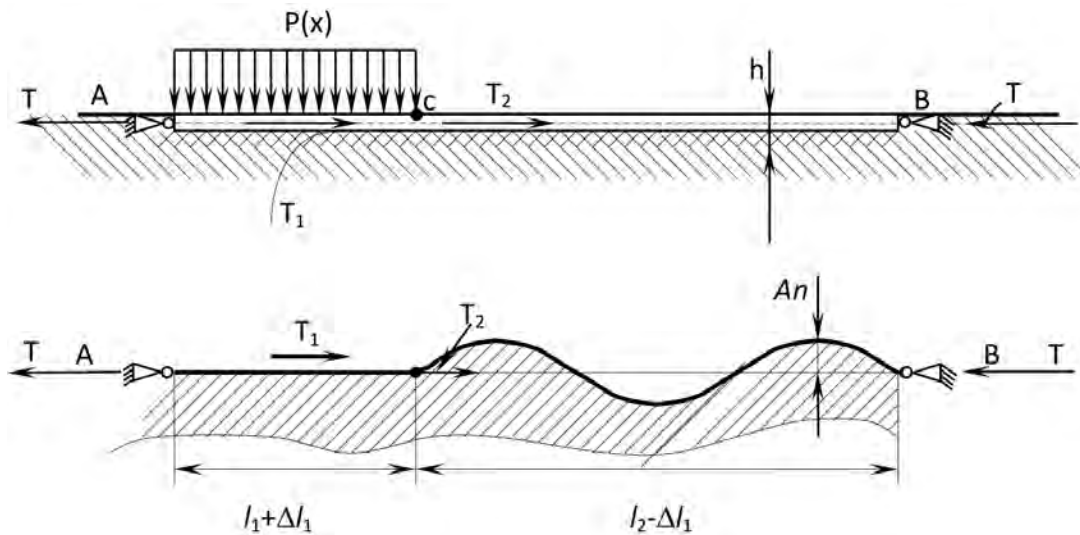


Рис. 2. «Гипотетическая» балка на упругом основании относительно подвижной системы координат:

а) схематизация двух взаимодействующих деталей в виде штампа и балки на упругом основании (участки l_1, l_2); б) деформации балки перед штампом после потери ею упругой устойчивости (участок l_2)

Принятые обозначения:

h – толщина балки;

A_n – амплитуды деформационных микронеровностей;

l_1, l_2 – длины участков балки;

Δl_1 – продольная деформация участка l_1 ;

$P(x), T, T_1, T_2$ – действующие усилия.

Введя обозначения $\frac{T_2}{E_c I} = k^2; \frac{C}{E_c I} = r$, получим:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + k^2 \frac{d^2 w}{dx^2} + r w = 0, \quad (5)$$

где w – прогиб балки на упругом основании в сжатой зоне; x – продольная координата движущегося штампа (груза) относительно подвижной системы координат ($x = z - vt$); T – суммарное касательное усилие, действующее в зоне контакта двух тел; $C = \frac{E\alpha}{2}$ – жесткость упругого основания ($C = \frac{E}{2} \sqrt[3]{\frac{E}{4E_c I}}$) [3]; E_c – модуль продольной упругости балки полоски, лежащей на упругом основании; I – момент инерции балки полоски ($I = \frac{bh^3}{12}$ или для балки-полоски единичной ширины $I = \frac{h^3}{12}$); E – модуль упругости глубинных слоев полупространства; $\alpha = \sqrt[3]{\frac{E}{4E_c I}}$ – число полувольт балки, потерявшей устойчивость на участке длиной l .

С целью определения нагрузок на «гипотетическую» балку в области перед штампом (T_2) и числа полувольт балки, потерявшей устойчивость, (n) будем исходить из следующих соображений: параметр балки $k^2 = \frac{T_2}{E_c I}$, согласно [4], связан с числом полувольт балки, образовавшихся в результате деформации, следующим соотношением:

$$k^2 = \frac{\pi^2}{l^2} [n^2 + (n+1)^2], \quad (6)$$

в котором фигурируют две неизвестные величины n и l_2 . Перепишем (6) в виде:

$$\frac{T_2}{E_c I} = \frac{\pi^2}{l_2^2} (2n^2 + 2n + 1). \quad (7)$$

При известной величине T_2 из уравнения (7) можно определить количество полувольт в зоне перед движущимся штампом (n) или длину деформированной «гипотетической» балки (l_2). Однако (n) и (l_2) являются неизвестными величинами. Чтобы разрешить это противоречие, воспользуемся следующими соображениями. Длина балки, потерявшей устойчивость, или перед её потерей, равна произведению числа полувольт деформаций этой балки на длину одной полуволны:

$$l_2 = n\lambda, \quad (8)$$

где λ – длина одной такой полуволны.

Подставим (8) в (7), получим:

$$\frac{T_2}{E_c I} = \frac{\pi^2}{n^2 \lambda^2} (2n^2 + 2n + 1) \quad (9)$$

или

$$\left(2 - \frac{T_2 \lambda^2}{E_c I \pi^2} \right) n^2 + 2n + 1 = 0. \quad (10)$$

Считая сжимающую силу T_2 произвольной величиной, получим квадратное уравнение для определения числа полувольт в зоне перед движущимся штампом в виде:

$$n^2 + \frac{2}{2 - \frac{T_2 \lambda^2}{E_c I \pi^2}} n + \frac{1}{2 - \frac{T_2 \lambda^2}{E_c I \pi^2}} = 0. \quad (11)$$

Решение уравнения (11) ищем в виде:

$$n_{1,2} = -\frac{1}{2 - \frac{T_2 \lambda^2}{E_c I \pi^2}} \pm \sqrt{\frac{1}{\left(2 - \frac{T_2 \lambda^2}{E_c I \pi^2} \right)^2} - \frac{1}{2 - \frac{T_2 \lambda^2}{E_c I \pi^2}}}. \quad (12)$$

В качестве решения (11) принимаем только действительное и положительное значение (12).

Задаваясь величиной T_2 , получаем, что каждому значению сжимающей силы соответствует единственное значение величины (n) и величины (l_2). Теперь свяжем длину полуволны балки, потерявшей устойчивость (или перед потерей устойчивости), λ с жесткостью упругого основания балки C , которая зависит не только от упругих свойств среды E , но и от формы потери устойчивости, определяемой параметром α [3]. При этом величины C , E и α связаны соотношением $C = \frac{E\alpha}{2}$.

Остановимся на величине коэффициента α (неизвестное число полувольт на участке длиной l), который, согласно [3], находим из выражения:

$$\alpha = \sqrt[3]{\frac{E}{4E_c I}}. \quad (13)$$

Тогда длину полувольт стержня, потерявшего устойчивость, можно определить из равенства $\pi = \lambda \cdot \alpha$.

$$\lambda = \frac{\pi}{\alpha} = \pi \sqrt[3]{\frac{4E_c I}{E}}. \quad (14)$$

Как следует из [3], критическая сила для «гипотетической» балки на упругом основании определяется из выражения, которое является аналогом формулы Эйлера:

$$T_{кр} = \frac{3\pi^2 E_c I}{\lambda^2}. \quad (15)$$

Подставим значение $T_{кр}$ в квадратное уравнение и после преобразования получим уравнение для определения числа полувольт, возникших в зоне перед штампом, от действия критической силы:

$$n^2 - 2n - 1 = 0. \quad (16)$$

Решая (16), получим:

$$n_1 = 1 \pm \sqrt{1+1} = 2,41. \quad (17)$$

Таким образом, в зоне перед штампом при его движении непрерывно образуется передвигающийся волновой фронт, состоящий примерно из 2,5 полуволн. В этом случае длина «гипотетической» балки в зоне перед штампом при его движении будет равна:

$$l = 2,41\pi^3 \sqrt{\frac{4E_c I}{E}}. \quad (18)$$

Выражение для критической силы «гипотетической» балки (15) преобразуем с помощью зависимости (14) к виду:

$$T_{кр} = \frac{3\pi^2 E_c I}{\lambda^2} = 3E_c I^3 \sqrt{\left(\frac{E}{4E_c I}\right)^2}. \quad (19)$$

Из полученного выражения (19) следует, что критическая сила прямо пропорциональна толщине «гипотетической» балки h , модулю упругости балки E_c в степени 1/3 и модулю упругости глубинных слоев полупространства в степени 2/3.

Отметим, что критическая сила $T_{кр}$ может быть определена на основании [4], с учетом значения жесткости балки C в виде:

$$T_{кр} = 2\sqrt{E_c I C} = 2\sqrt{\frac{E E_c}{2} I^3 \sqrt{\frac{E}{4E_c I}}}. \quad (20)$$

Если действующая продольная сила T достигает своего критического значения, то синусоидальные волны на изогнутой поверхности балки являются остаточными. Если же сжимающая сила удовлетворяет неравенству:

$$T < T_{кр} \quad (21)$$

то деформации разовьются, но будут носить упругий характер, и после снятия нагрузки деформационные неровности просто исчезнут.

Для балки полоски единичной ширины ($b = 1$) можно получить выражение для определения величины критической силы, которая зависит только от толщины поверхностного слоя (h) и модулей продольной упругости поверхностного слоя и внутренних слоев материала детали. Если (21) не выполняется и $T < T_{кр}$ то деформации балки являются пластическими (остаточными) и принятая упругая модель (закон Гука) может давать недостоверные результаты.

После определения длины сжатого участка «гипотетической» балки (l_2) числа полуволн (n) на сжатом участке, потерявшем продольную устойчивость, возникает вопрос определения высоты деформационных микронеровностей. Как было отмечено ранее, на первом этапе рассмотрим случай, когда участок балки под штампом (длиной l_1) находится в зоне растяжения, а участок балки

(длиной l_2) находится в зоне сжатия. При использовании неподвижных опор балки в продольном направлении, с учетом статической неопределенности балки и неразрывности упругой линии, участок балки (l_1) получает упругое (пластическое) удлинение Δl_1 , формула (3), а тогда участок балки (l_2) получит упругое (пластическое) укорочение Δl_1 , то есть проекция деформированного участка балки (l_2) на продольную ось получает укорочение на величину Δl_1 , поэтому на самой упругой линии образуются микронеровности (гофры) с амплитудами A_n , которые согласно [4] изменяются по закону:

$$W = A_n \sin \frac{\pi n}{l}, \quad (22)$$

где A_n – амплитуда (n)-гармоники синусоиды или высота деформационной микронеровности; n – простые целые числа, значения которых зависят от количества полуволн, образовавшихся на изогнутой линии балки в результате потери балкой продольной устойчивости (или непосредственно перед потерей устойчивости; l – длина сжатого участка «гипотетической» балки ($l = l_2$)).

С целью определения высоты деформационных микронеровностей балки исходим из того, что при движении плоского штампа по неподвижной полуплоскости (полупространству), промежуточная опора C «гипотетической» балки под действием парциальной касательной силы T_1 , совершает некоторую работу на перемещении Δl_1 . Определим приращение длины балки l в пределах участка (l_2). Исходим из разницы длин дуги изогнутой балки и проекции этой дуги на продольную ось (для случая малых деформаций). Тогда представим эти геометрические соображения в интегральной форме

$$\Delta l_1 = \int_0^{l_2} ds - dx = \int_0^{l_2} \left(dx \sqrt{1 + \left(\frac{dw}{dx}\right)^2} - dx \right) \approx \frac{1}{2} \int_0^{l_2} \left(\frac{dw}{dx}\right)^2 dx. \quad (23)$$

Для упрощения подинтегральной функции применим бином Ньютона. В качестве формы потери устойчивости балки на упругом основании применим синусоиду (22):

$$W = A_n \sin \frac{\pi n}{l}.$$

Тогда выражение для Δl_1 (23) запишем в виде:

$$\begin{aligned} \Delta l_1 &= \frac{1}{2} \int_0^{l_2} A_n^2 \frac{\pi^2 n^2}{l^2} \cos^2 \frac{\pi n}{l} dx = A_n^2 \frac{\pi^2 n^2}{l^2} \int_0^{l_2} \cos^2 \frac{\pi n}{l} dx = \\ &= A_n^2 \frac{\pi^2 n^2}{l^2} \left(\frac{l_2}{2} + \frac{l_2}{4\pi^2 n^2} \sin 2\pi n \right). \end{aligned} \quad (24)$$

Далее имеем:

$$\Delta l_1 = A_n^2 \frac{\pi^2 n^2}{l_2^2} \left(\frac{l_2}{2} + \frac{l_2}{4\pi^2 n^2} \sin 2\pi n \right),$$

если n – простое целое число, то $\sin 2\pi n = 0$, то:

$$\Delta l_1 = \frac{A_n^2 \pi^2 n^2}{2 l_2^2} \cdot \frac{l_2}{2} = \frac{\pi^2 n^2}{4 l_2} A_n^2. \quad (25)$$

Таким образом, из выражения (25), при известном Δl_1 , можно найти A_n .

Приравниваем выражения (3) и (25):

$$\frac{T_1 l_1}{E_c h} = \frac{\pi^2 n^2}{4 l_2} A_n^2, \quad (26)$$

откуда находим:

$$A_n^2 = \frac{4 T_1 l_1 l_2}{\pi^2 n^2 E_c h}, \quad (27)$$

или

$$A_n = \frac{2}{\pi n} \sqrt{\frac{T_1 l_1 l_2}{E_c h}}. \quad (28)$$

Следовательно, высота наибольшей деформационной микронеровности прямо пропорциональна среднему геометрическому значению длин участков l_1 и l_2 и прямо пропорциональна корню квадратному из отношения парциального усилия T_1 к толщине балки h .

Возможен случай, когда условие неразрывности «гипотетической» балки не выполняется, то есть при внедрении движущегося штампа в массив происходит разрыв балки в зоне перед штампом (на участке l_2). Тогда в качестве Δl_1 принимаем величину, равную длине разрыва на участке балки (в месте её примыкания к полупространству), с учетом удлинения участка балки l_1 под действием T_1 . А в качестве усилия, сжимающего балку, принимаем полное усилие T (или в предельном случае $T_{кр}$).

Запишем критерий работоспособности балки-полоски под действием сжимающей нагрузки:

$$T < T_{кр}, \quad (29)$$

или с учетом геометрических и физических характеристик запишем в виде:

$$T < 2 \sqrt{\frac{E_c E}{2} I} \sqrt[3]{\frac{E}{4 E_c I}}. \quad (30)$$

Для нормальной работы взаимодействующей пары деталей касательное усилие (полное) не должно превышать критическую силу для верхнего слоя полупространства. Для определения критической силы необходимо выполнить замеры твердости полупространства на разной глубине, слои с повышенной твердостью характеризуют «гипотетическую» балку, на основании этого экспериментально можно определить толщину «гипотетической» балки и вычислить момент

инерции поперечного сечения. Затем известными методами вычислить модули упругости для «гипотетической» балки и внутренних слоев полупространства.

В ряде случаев при определении работоспособности деталей, подверженных износу, целесообразно определить нормальные напряжения в балке-полоске, которые не должны превышать своих критических значений. Если действующие напряжения существенно меньше критических и не превышают предела выносливости материала «гипотетической» балки-полоски, то будут выполнены следующие неравенства:

$$\sigma \ll \sigma_{кр} = 2 \sqrt{\frac{E E_c}{2} \frac{I}{F^2}} \sqrt[3]{\frac{E}{4 E_c I}} \quad (31)$$

и

$$\sigma < \sigma_{кр} \approx 0,28 \sigma_B \ll \sigma_{кр} \quad (32)$$

Выражение (31) для балки-полоски запишем с учетом $F = h; I = \frac{h^3}{12}$.

Тогда выражение (31) запишем в виде:

$$\sigma \ll \sigma_{кр} = \sqrt{\frac{E E_c}{6}} \sqrt[3]{\frac{3 E}{E_c}} \quad (33)$$

Рассмотренные результаты были получены при квазистатической постановке, при этом взаимное перемещение деталей может происходить с разными линейными скоростями, что существенно влияет на прогиб «гипотетической» балки на упругом основании под действием веса штампа G . В источнике [5] приведено выражение прогиба «подвижной» балки на упругом основании, перемещающейся относительно полупространства со скоростью v . Для определенности ограничимся точкой, которая находится в центре тяжести штампа, при его движении (совместно с подвижной балкой) по полуплоскости, в этом случае прогиб балки под центром тяжести штампа имеет вид:

$$y(0) = - \frac{G}{E_c I d \sqrt{2(d - av^2)}}, \quad (34)$$

где $d^2 = \frac{C}{E_c I}$; $a = \frac{m}{E_c I}$ – принятые обозначения констант системы; C – коэффициент жесткости основания (постели) для балки $\left(C = \frac{E_c}{2} \sqrt[3]{\frac{E}{4 E_c I}} \right)$; m – масса единицы длины балки (тонкого поверхностного слоя); v – скорость перемещения штампа.

С учетом значений коэффициентов d, a запишем выражение для прогиба под грузом при движении:

$$y(0) = - \frac{G}{E_c I \sqrt{\frac{C}{E_c I} \sqrt{2 \left(\sqrt{\frac{C}{E_c I} - \frac{m}{2E_c I} v^2} \right)}}} \quad (35)$$

Учитывая значение жесткости упругого основания для балки запишем выражение прогиба под грузом при его движении:

$$y(0) = - \frac{G}{E_c I} \sqrt{\frac{E}{2} \sqrt[3]{\frac{E}{4E_c I}}} \sqrt{2 \sqrt{\frac{E}{E_c I} \sqrt[3]{\frac{E}{4E_c I}} - \frac{m}{E_c I} v^2}} \quad (36)$$

Если скорость перемещения штампа $v = 0$, то прогиб $y_{ст}(0)$ балки называется статическим, если же $v \neq 0$ то прогиб балки будет динамическим.

Отношение прогиба балки $y(0) / y_{ст}(0) = \mu$ называется коэффициентом динамичности, просто показать, что коэффициент динамичности можно вычислить по формуле [5]:

$$\mu = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{mv^2}{2\sqrt{CE_c I}}}} \quad (37)$$

или

$$\mu = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{mv^2}{2\sqrt{\frac{E_c EI}{2} \sqrt[3]{\frac{E}{4E_c I}}}}}} \quad (38)$$

Как видно из формул (37), (38), с увеличением скорости перемещения штампа коэффициент динамичности возрастает, и при достижении скоростью значения $v = v_{кр}$, коэффициент динамичности достигает бесконечно большого значения, при этом критическая скорость $v_{кр}$, исходя из знаменателя (37), определяется из выражения:

$$v_{кр} = \sqrt{\frac{2\sqrt{CE_c I}}{m}} \quad (39)$$

или с учетом значения жесткости основания C будем иметь:

$$v_{кр} = \sqrt{\frac{2\sqrt{\frac{E}{2} E_c I \sqrt[3]{\frac{E}{4E_c I}}}}{m}} \quad (40)$$

Выводы и перспективы развития направления. В результате выполненных исследований приходим к выводам, что при квазистатической постановке задачи действующее усилие (вес штампа, сила трения), напряжение и деформация в гипотетической балке, а также деформационные микронеровности зависят от скорости

взаимного перемещения деталей (или скорости движения штампа v).

Поэтому предварительно, перед расчетом деталей на трение и износ, необходимо вычислить коэффициент динамичности μ и действующие усилия G, T , с учетом коэффициента μ , затем произвести вычисления параметров балки l_2, n, A_n , а также прогиб балки $y_{ст}(0)$ под действием веса штампа G (на длине l).

После выполнения требуемых вычислений может иметь место один из трех расчетных случаев:

1. Действующие усилия G, T таковы, что $T = T_{кр}$, и тонкий поверхностный слой полупространства перед штампом получает неупругие деформации, и этот слой теряет продольную устойчивость, при этом деформации слоя являются необратимыми. Гребни полученных деформационных волн и частота их образования могут быть измерены. После повторного прохождения штампа по деформационным выступам их вершины могут быть частично или полностью срезаны – имеет место пластическое разрушение материала детали.

2. Действующее усилие T не достигает своего критического значения ($T < T_{кр}$) поэтому тонкий поверхностный слой получает упругие обратимые деформации, которые исчезают после прекращения действия нагрузок G и T . Разрушение тонкого поверхностного слоя полупространства наступает только в результате усталостного (чаще хрупкого) разрушения наружных слоев полупространства. При этом количество циклов нагружения должно быть значительным (например, 10^8 циклов и более).

3. Действующее усилие T при получении качественной смазки в комбинации с антифрикционными материалами таково, что деформации от действия продольного усилия T будут значительно меньше, чем прогибы балки под действием веса штампа G . Поэтому ощутимые деформации (прогибы) будут происходить под действием силы G . Эти деформации имеют вид бегущей волны, которые при взаимодействии деталей имеют циклический характер, и после прохождения деталями базового числа циклов, например 10^8 циклов и более, происходит усталостное разрушение поверхностных слоев под воздействием веса штампа G .

Библиографический список / References

1. Крагельский И. В. Основы расчетов на трение и износ / И. В. Крагельский, М. Н. Добычин, В. С. Камбалов. – М.: Машиностроение, 1977. – 526 с.
 Kragel'skiy I. V., Dobychin M. N., Kambalov V. S. *Osnovy raschetov na trenie i iznos*. Moscow, Mashinostroenie, 1977, 526 p.

2. Крагельский И. В. Трение и износ. Изд. 2-е / И. В. Крагельский. – М.: Машиностроение, 1968. – 480 с.

Kragel'skiy I. V. *Trenie i iznos*. Moscow, Mashinostroenie, 1968, 480 p.

3. Эрлих Л. Б. Волнообразование на обкатываемых поверхностях / Л. Б. Эрлих, В. А. Кособудский. – М.: Наука, 1973.

Erlikh L. B., Kosobudskiy V. A. *Volnoobrazovanie na obkatyvaemykh poverkhnostyakh*. Moscow, Nauka, 1973.

4. Вольмир А. С. Устойчивость упругих систем / А. С. Вольмир. – М.: Физмат, 1988. – 86 с.

Vol'mir A. S. *Ustoychivost' uprugikh sistem*. Moscow, Fizmat, 1988, 86 p.

5. Пановко Я. Г. Устойчивость и колебания упругих систем / Я. Г. Пановко, И. И. Губанова. – М., 1967. – 420 с.

Panovko Ya. G., Gubanova I. I. *Ustoychivost' i kolebaniya uprugikh sistem*. Moscow, 1967, 420 p.

Мета. Розробка інженерних методів розрахунку рухомих контактуючих деталей на тертя і знос з урахуванням квазістатичного перебігу деформаційно-хвильових процесів у зоні перед рухомою деталлю.

Методика. З метою пояснення ефектів хвилеподібності на контактуючих поверхнях запропоновано розрахункову модель, в якій зовнішній шар взаємодіючих напівпросторів схематизовано у вигляді двох рухомих балок на пружній основі, які в рухомій системі координат мають кінцеву довжину і шарнірно-нерухомі опори в масивах взаємодіючих деталей. Отримано диференціальні рівняння пружних ліній «гіпотетичних» балок. Розроблено практичні прийоми для визначення кількості півхвиль і висоти мікронерівностей, що з'являються після втрати поздовжньої стійкості «гіпотетичних» балок при взаємодії контактуючих деталей.

Результати. Запропоновано способи визначення дотичних зусиль у розтягнутій і стиснутій частинах «гіпотетичної» балки. Наведено результати з визначення ступеня хвилястості деформаційних мікронерівностей стислої балки після втрати нею поздовжньої стійкості, які багато в чому обумовлені швидкісним режимом взаємодії деталей.

Наукова новизна. Виявлено механізм утворення додаткових мікронерівностей у деталях при їх швидкісній взаємодії. Крім того, встановлено, що руйнування деталей при терті обумовлено перш за все циклічним характером навантаження поверхневих шарів за будь-яких видів зношування.

Практична значущість. Досягнуто значно більшої достовірності при виконанні розрахунків на тертя і знос з урахуванням високошвидкісних хвилеподібних деформацій поверхневих шарів (контактуючих деталей) до і після втрати ними поздовжньої стійкості. Більш точне прогнозування механізму руйнування поверхневих шарів деталей у результаті місцевого

викришування матеріалу під впливом дотичних циклічних навантажень і настання ефекту утомного викришування поверхневих шарів.

Ключові слова: тертя, зношування, хвиля розтягування, хвиля стиснення, пружна стійкість, гребінь хвилі стиснення, квазістатичне завдання, балка на пружній основі, критична сила, критична швидкість, коефіцієнт динамічності.

Purpose. Development of engineering methods for calculating moving contacting parts for friction and wear, taking into account the quasi-static flow of deformation-wave processes in the zone in front of the moving part.

Methodology. To explain the effects of wave formation on contacting surfaces, a computational model is proposed in which the outer layer of interacting half-spaces is schematized in the form of two moving beams on an elastic base that have a finite length in the moving coordinate system and have hinge-fixed supports in the arrays of interacting parts. Differential equations of elastic lines of "hypothetical" beams are obtained. Practical methods for determining the number of half-waves and the height of microroughness appearing after the loss of longitudinal stability of "hypothetical" beams in the interaction of contacting parts have been developed.

Findings. Methods for determining the tangential forces in the stretched and compressed parts of the "hypothetical" beam are proposed. The results are presented to determine the degree of undulation of the deformation microroughness of a compressed beam after losing its longitudinal stability, which are largely due to the high-speed mode of interaction of the parts.

Originality of the work lies in the fact that the mechanism of formation of additional microroughnesses in details is revealed in their high-speed interaction. In addition, it has been established that the destruction of parts in friction is due primarily to the cyclic nature of the loading of the surface layers for all types of wear.

The practical value consists in achieving much greater reliability in performing calculations for friction and wear, taking into account the high-speed wave-like deformations of the surface layers (contacting parts) before and after losing their longitudinal stability. And also in more accurate prediction of the mechanism of destruction of surface layers of parts as a result of local dying of the material under the influence of tangential cyclic loads and the onset of the effect of fatigue dyeing of surface layers.

Key words: friction, wear, stretch wave, compression wave, elastic stability, compression wave crest, quasistatic problem, elastic beam, critical force, critical speed, dynamic coefficient.

Рекомендована к публикации
д. т. н. А. Д. Учителем

Поступила 20.05.2018