## А. П. Янковский

## ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА МЕТАЛЛОКОМПОЗИТНЫХ ОБОЛОЧЕК СЛОИСТО-ВОЛОКНИСТОЙ СТРУКТУРЫ ПРИ ДЕЙСТВИИ НАГРУЗОК ВЗРЫВНОГО ТИПА. II. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ

Исследовано влияние структур армирования на динамическое поведение вязкопластических металлокомпозитных одно- и трехслойных цилиндрических оболочек разной длины при фронтальных нагрузках взрывного типа. Показано, что для определенных композиций армирование оболочек приводит к резкому увеличению их динамической сопротивляемости. Обнаружено, что существуют композиции, при использовании которых армирование тонкостенной конструкции приводит к уменьшению ее динамической сопротивляемости. Продемонстрировано, что разнесение армированных слоев целесообразно осуществлять лишь в пологих оболочках.

Введение. В работе [13] была сформулирована задача вязкопластического динамического деформирования металлокомпозитных оболочек слоисто-волокнистой структуры и разработан численный метод интегрирования поставленной начально-краевой задачи. В настоящем исследовании представлены результаты расчетов (полученные этим методом) динамического поведения цилиндрических одно- и трехслойных металлокомпозитных оболочек, нагруженных внутренним давлением взрывного типа.

Обсуждение результатов расчетов. Исследуем осесимметричное динамическое вязкопластическое деформирование однослойных (M = 1) и трехслойных (M = 3) замкнутых круговых цилиндрических оболочек радиуса R, длиной L  $(0 \le \alpha_1 \le L)$  и толщиной  $2H = Z_M - Z_0$ ,  $Z_0 = -H$ ,  $Z_M = H$ (здесь и далее используем те же обозначения M,  $\alpha_1$ ,  $Z_0$ ,  $Z_M$ , что и в [13]). Толщина оболочек может быть постоянной  $2H(\alpha_1) = 2H_* = {\rm const}$  или переменной, определяемой по формуле

$$2H(\alpha_1) = 2H_*s + \pi(1-s)H_*\sin\left(\frac{\pi\alpha_1}{L}\right), \qquad 0 \le \alpha_1 \le L,$$
(1)

где  $\alpha_1$  – продольная (осевая) координата.

При задании толщины тонкой цилиндрической оболочки в виде (1) объем ее материала в пределах точности используемой теории Кирхгофа – Лява [13] будет таким же, как и в оболочках постоянной толщины  $2H_*$ . При значениях параметра 0 < s < 1 из (1) следует, что толщина оболочки на кромках  $\alpha_1 = 0$  и  $\alpha_1 = L$  меньше, чем в центральном сечении  $\alpha_1 = L/2$ , при s = 1 получаем оболочку постоянной толщины  $2H_*$ ; при s > 1 толщина оболочки на кромках больше, чем в центральном сечении.

Изучаем поведение цилиндрических оболочек следующих размеров:

- весьма коротких (L = 0.2 м, R = 2 м,  $2H_* = 1.5$  см),
- коротких (L = 0.5 м, R = 0.5 м,  $2H_* = 2$  см),
- средней длины (L = 3 м, R = 0.5 м,  $2H_* = 2$  см).

На кромках  $\alpha_1 = 0$  и  $\alpha_1 = L$  оболочки могут быть шарнирно оперты или жестко защемлены (в осевом направлении  $\alpha_1$  одна из кромок смещается свободно). Конструкции динамически нагружаются внутренним давлением взрывного типа:

$$q_3(t) = p_0 \exp(-\beta t), \quad t \ge t_0, \quad \beta = 2 \cdot 10^6 \,\mathrm{c}^{-1},$$
 (2)

99

ISSN 0130-9420. Мат. методи та фіз.-мех. поля. 2012. – 55, № 3. – С. 99-110.

где  $p_0$  — значение нагрузки в начальный момент времени  $t_0 = 0$ , в который оболочки находятся в покое;  $\beta$  — коэффициент затухания нагрузки (принятое значение  $\beta$  соответствует тротиловому заряду [12]). Может быть задан другой, отличный от (2), закон изменения взрывной нагрузки по времени t [1, 12, 15], в рамках метода решения рассматриваемых задач, разработанного в [13], это не принципиально.

Согласно вязкопластической модели [4, 13], напряжение σ при одноосном напряженном состоянии материала зависит от его скорости деформации έ. Аппроксимируя зависимость σ ~ έ двухзвенной ломаной (могут быть использованы и другие соотношения, например для многозвенной ломаной [10]), получим

$$\sigma(\dot{\varepsilon}) = \begin{cases} B\dot{\varepsilon}, & |\dot{\varepsilon}| \le \dot{\varepsilon}_{s} = \frac{\sigma_{s}}{B}, \\ \operatorname{sgn}(\dot{\varepsilon})\sigma_{s} + B_{s}(\dot{\varepsilon} - \operatorname{sgn}(\dot{\varepsilon})\dot{\varepsilon}_{s}), & |\dot{\varepsilon}| > \dot{\varepsilon}_{s}, \end{cases}$$
(3)

где B,  $B_{\rm s}$  — коэффициенты линейной вязкости и линейно-вязкого упрочнения материала;  $\sigma_{\rm s}$  — значение напряжения в точке перелома двухзвенной ломаной, аппроксимирующей зависимость  $\sigma \sim \dot{\epsilon}$  (в определенных случаях  $\sigma_{\rm s}$  можно трактовать как квазистатический предел текучести материала);  $\dot{\epsilon}_{\rm s}$  — скорость деформации в той же точке излома двухзвенной ломаной. При  $B \rightarrow \infty$  в (3) получаем предельный переход к жестко-вязко-пластической модели с линейным упрочнением [4], а при  $B_{\rm s} = 0$  и  $B \rightarrow \infty$  — к идеальной жесткопластической модели.

Рассматриваются изотропные (металлические) и металлокомпозитные оболочки следующих структур: 1) однослойные (M = 1) оболочки с регулярной и квазиоднородной по толщине структурой; 2) трехслойные (M = 3) оболочки, внутренний слой которых является изотропным (неармированным), а внешние слои армированы, причем материал связующей матрицы в них такой же, как в среднем слое. Изотропные конструкции изготовлены из магниевого сплава ВМ65 и алюминиевого сплава АМцН. Эти же материалы используются в качестве связующего в металлокомпозитных оболочках, армирование которых и несущих слоев в них (в случае M = 3) осуществляется осесимметрично двумя семействами стальной проволоки У8А. Физикомеханические характеристики фазовых материалов, согласно (3), приведены в табл. 1, где  $\rho$  — объемная плотность материала.

Материал	ρ, кг/м <sup>3</sup>	$σ_s$ , ΜΠα	$B_{\rm s}$ , MПa·c
Сплав ВМ65	1800	262	57.9
Сплав АМцН	2730	180	_
Стальная проволока У8А	7800	2500	-

Таблица 1. Физико-механические характеристики фазовых материалов [3, 5].

Коэффициент вязкого упрочнения  $B_{\rm s}$ для сплава ВМ65 получен по табличным данным из [3] с использованием метода наименьших квадратов. Динамические пределы текучести алюминиевых сплавов и сталей с высоким квазистатическим пределом текучести (как, например, у стальной проволоки У8А) практически не зависят от скорости деформирования [6, 11], поэтому для сплава АМцН и стальной проволоки У8А будем принимать  $B_{\rm s}=0$ . Во всех приведенных ниже расчетах принимаем  $B=10^{16}\,{\rm Ia}\cdot{\rm c}$ 

(см. (3)), что соответствует вязкопластической модели, приближенной к модели жестко-вязко-пластического тела, при этом, как уже отмечалось, σ<sub>s</sub> можно трактовать как квазистатический предел текучести соответствующего фазового материала.

На рис. 1 изображены зависимости максимального остаточного прогиба  $w_{\max} = \max_{0 \le \alpha_1 \le L} |u_3(\alpha_1)|$  в цилиндрических оболочках постоянной толщины

 $2H_*$  от угла спирального армирования  $\psi$ . Предполагается, что однослойные оболочки спирально армированы двумя семействами проволоки У8А с одинаковой плотностью  $\omega_1^{(m)}(\alpha_1) = \omega_2^{(m)}(\alpha_1) = 0.2$  по меридионально-симметричным направлениям  $\psi_1^{(m)}(\alpha_1) = -\psi_2^{(m)}(\alpha_1) = \psi = \text{const}$ , m = M = 1. Несущие слои трехслойных конструкций армированы по тем же траекториям, но с интенсивностями  $\omega_1^{(m)}(\alpha_1) = \omega_2^{(m)}(\alpha_1) = 0.35$ , т.е.  $\omega^{(m)} \equiv \omega_1^{(m)} + \omega_2^{(m)} = 0.7$ , m = 1,3, что на практике соответствует суммарной плотности армирования в цилиндрических оболочках, слои которых имеют постоянную толщину, условия постоянства поперечных сечений волокон каждого семейства (см. (7) в [13]) выполняются тождественно. В качестве критерия сопоставимости металлокомпозитных оболочек с разными структурами армирования используем условие равенства в них общего расхода арматуры:

$$\Omega = 2\pi R \sum_{m=1}^{M} (Z_m - Z_{m-1}) \sum_{k=1}^{K^{(m)}} \int_{0}^{L} \omega_k^{(m)}(\alpha_1) \, d\alpha_1 \,, \tag{4}$$

где  $K^{(m)} = 2$ , а M = 1 или M = 3.

Чтобы общий расход арматуры (4) в трехслойных цилиндрических оболочках (при одинаковых направлениях армирования) был такой же, как в однослойных оболочках тех же размеров, толщину внутреннего (неармированного) слоя  $2h = Z_2 - Z_1$  в трехслойных конструкциях при указанных выше значениях плотностей армирования нужно задать так:

$$2h = 4(0.35 - 0.2)H/0.7 = 6H/7.$$
(5)

При таких структурах армирования общий расход арматуры в оболочках фиксированных размеров остается постоянным, не зависящим от угла спирального армирования  $\psi$ .



Рис. 1. Зависимости максимумов остаточных прогибов цилиндрических оболочек от угла спирального армирования слоев для различных композиций: *a*) – АМцН–У8А-композиции; *б*) – ВМ65–У8А-композиции.

На рис. 1а приведены результаты расчетов оболочек на основе алюминиевого сплава АМцН, а на рис. 16 – на основе магниевого сплава ВМ65. Кривые 1, 1', 2, 2', 3, 3', 4, 4' построены для металлокомпозитных оболочек, горизонтальные прямые 1", 2", 3" приведены для сравнения и соответствуют изотропным оболочкам из материалов связующей матрицы металлокомпозитных конструкций: из сплава АМцН (прямые 2", 3" на рис. 1а) и из сплава ВМ65 (прямые 1", 2", 3" на рис. 1б). Линии 1, 1', 1", 4, 4' на рис. 1 получены для весьма коротких оболочек (L = 0.2 м, R = 2 м), линии 2, 2', 2" – для коротких оболочек (L = 0.5 м, R = 0.5 м), а 3, 3', 3" – для оболочек средней длины (L = 3 м, R = 0.5 м). Горизонтальные прямые 2", 3" на рис. 1а визуально не различаются, однако линия 3" все же лежит несколько ниже прямой 2" (подобно тому, как это имеет место на рис. 1б).

Сплошные кривые 1–4 на рис. 1 соответствуют трехслойным, а штриховые 1'-4' – однослойным металлокомпозитным оболочкам тех же размеров соответственно. Кривые 4, 4' на рис. 4а получены для оболочек, обе кромки которых защемлены, остальные линии на рис. 1 рассчитаны для оболочек, шарнирно опертых на обеих кромках. Все линии на рис. 1а получены при начальной величине давления  $p_0 = 10$  ГПа (см. (2)), а на рис. 1б линии 1, 1', 1" – при  $p_0 = 30$  ГПа, остальные же – при  $p_0 = 200$  ГПа.

Поведение кривых на рис. 1а показывает, что для определенных композиций варьирование структуры армирования (в данном случае - направлений армирования  $\psi$ ) при фиксированном расходе арматуры позволяет изменять величину остаточных прогибов металлокомпозитных оболочек в широком диапазоне. Это обстоятельство приводит к целесообразности управления структурами армирования в задачах динамического нагружения оболочек. Если целью такого управления является уменьшение величины остаточных прогибов (увеличение динамической сопротивляемости конструкции), то, согласно поведению кривых 2, 2', 3, 3' на их правых участках, рациональными структурами армирования в коротких оболочках и оболочках средней длины являются структуры с окружной укладкой проволоки У8А ( $\psi = \pi/2$ ), а поведение кривых 1, 1', 4, 4' (см. их левые участки) указывает на то, что для весьма коротких оболочек (которые можно рассматривать как пологие) рациональным является продольное армирование (ψ = 0). Следовательно, для пологих оболочек и оболочек большой или средней кривизны рациональными могут быть разные структуры армирования, причем при рациональном армировании величина остаточных прогибов может быть в разы (и даже на порядок) меньше, чем при других

структурах (например, при ортогональном армировании под углами  $\psi_k^{(m)} = \pm \pi/4$ , см. центральные участки указанных кривых). Однако не для всех металлокомпозиций варьирование структуры приводит к столь существенному изменению динамической сопротивляемости композитной конструкции. Кривые 1', 2', 3', 2, 3 на рис. 16 показывают, что при армировании оболочки из магниевого сплава BM65 (имеющем значительное вязкое упрочнение, см. табл. 1) проволокой У8А (в предположении отсутствия у нее вязкого упрочнения) при значительном изменении на-

правления армирования ( $0 \le \psi \le \pi/2$ ) величина максимальных остаточных

прогибов изменяется незначительно (вариации этих кривых малы). Участки всех кривых на рис. 1*a*, примыкающие к точкам, соответствующим рациональным структурам, лежат ниже горизонтальных прямых 2", 3", соответствующих изотропным оболочкам из алюминиевого сплава АМцН. Следовательно, в случае использования АМцН-У8А-композиции рациональное армирование алюминиевой оболочки приводит к существенному увеличению ее динамической сопротивляемости. В случае весьма коротких изотропных алюминиевых оболочек  $w_{\rm max} = 92.6$  мм при шарнирном опирании кромок и  $w_{\rm max} = 63.5$  мм при защемлении обеих кромок, т.е. ординаты всех точек кривых 1, 1' и 4, 4' имеют значения, существенно меньше указанных, а, значит, армирование весьма коротких алюминиевых оболочек при любых структурах армирования (из рассматриваемого класса) приводит к повышению динамической сопротивляемости тонкостенных конструкций.

Однако не всегда армирование конструкций приводит к увеличению их динамической сопротивляемости, даже если арматура имеет высокие пределы текучести, почти на порядок превышающие квазистатический предел текучести материала связующей матрицы. Так, кривые 1, 1', 2, 2', 3, 3' на рис. 16 всюду лежат значительно выше горизонтальных прямых 1", 2", 3", соответствующих изотропным оболочкам из магниевого сплава BM65. Следовательно, армирование магниевых оболочек, обладающих вязким динамическим упрочнением, проволокой У8А (в предположении отсутствия у нее вязкого упрочнения) приводит к существенному (в 1.5 и более раза) увеличению остаточных прогибов в соответствующих конструкциях. Некоторые участки кривых 2, 3 на рис. 1а также лежат выше горизонтальных прямых 2", 3" соответственно, т.е. при определенных структурах армирования алюминиевой оболочки также может снизиться ее динамическая сопротивляемость.

Левые участи кривых 1, 4 на рис. 1а лежат ниже штриховых кривых 1', 4', т.е. в весьма коротких оболочках (близких по своей геометрии к пологим) разнесение армированных слоев с сохранением общего расхода арматуры (4) при рациональных и близких к ним структурах (в данном случае – продольном армировании) приводит к повышению динамической сопротивляемости металлокомпозитной конструкции. Кроме того, в весьма коротких цилиндрических оболочках замена шарнирного опирания кромок на защемление приводит к уменьшению остаточных прогибов при структурах армирования, близких к рациональным. (Действительно, левые участки кривых 4, 4' на рис. 1а лежат соответственно ниже линий 1, 1'.)

Иначе дело обстоит с короткими и длинными оболочками и оболочками средней длины, которые уже нельзя рассматривать как пологие. Так, правые участки кривых 2, 2', 3, 3' на рис. 1*а* визуально почти не различаются, т. е. при рациональных структурах армирования (в данном случае – окружных) изменение длины оболочки (причем существенное: от L = 0.5 м до L = 3 м) практически не влияет на величину остаточных прогибов. Кроме того, из поведения этих же кривых видно, что при рациональных направлениях армирования разнесение несущих слоев в оболочках большой кривизны практически не приводит к повышению их динамической сопротивляемости. Дополнительные расчеты показали, что в таких оболочках при рациональных структурах армирования ( $\psi = \pi/2$ ) замена шарнирного опирания кромок на их защемление также почти не влияет на величину остаточных прогибов. (Результаты этих расчетов на рис. 1*а* не изображены, чтобы его не загромождать.)

Изменение структуры армирования приводит не только к количественному, но и качественному изменению поведения функции  $u_3(\alpha_1)$ . Так, на рис. 2 изображены эпюры остаточных прогибов  $u_3$  для трехслойных, весьма коротких (рис. 2a), коротких (рис. 26) оболочек и оболочек средней длины (рис. 2a), выполненных из АМцН-У8А-композиции, в зависимости от безразмерной осевой координаты  $x = \alpha_1/L$  при следующих направлениях армирования:  $\psi_1^{(m)} = -\psi_2^{(m)} = \psi = \pi(n-1)/8$ , где m = 1,3, а n – номер кривой на рис. 2, т.е. линии 1 получены при продольном армировании, кривые 5 – при окружном армировании, остальные линии – при спиральном арми-

103

ровании под разными углами (например, кривые 3 – при ортогональном армировании под углами  $\psi_k^{(m)} = \pm \pi/4$ ). Ординаты максимумов на кривых рис. 2*a*-рис. 2*s* совпадают с ординатами точек на кривых 1, 2, 3 рис. 1*a* соответственно при  $\psi = \pi(n-1)/8$ . Сравнение кривых на рис. 2*a*-рис. 2*s* позволяет проследить за качественным и количественным изменением эпюр остаточных прогибов в оболочках разных размеров в зависимости от угла спирального армирования  $\psi$ .

Поведение кривых 1-3 на рис. 2а (см. их центральные участки) свидетельствует о том, что при углах армирования  $0 \le \psi \le \pi/4$  в окрестности центральных сечений весьма коротких оболочек образуется вязкопластический шарнир. При больших углах армирования ( $\pi/4 < \psi \le \pi/2$ , см. кривые 4, 5) пластические шарниры не образуются. Поведение же линий 4, 5 на рис. 26 показывает, что при рациональной (или близкой к ней:  $\psi \approx \pi/2$ ) структуре армирования даже в короткой цилиндрической оболочке доминирует основное безмоментное напряженное состояние (об этом свидетельствуют протяженные горизонтальные центральные участки на кривых 4, 5), поэтому рациональным в этом случае является именно окружное армирование. Зоны краевых эффектов, в которых доминирует моментное состояние, при этом малы (см. левые и правые участки кривых 4, 5 на рис. 2б). В случае же весьма коротких оболочек, являющихся пологими, согласно рис. 2а, доминирует всюду моментное (изгибное) состояние, поэтому в них рациональными являются другие, а именно продольные ( $\psi = 0$ ) структуры армирования.



Рис. 2. Зависимости остаточных прогибов цилиндрических оболочек от безразмерной продольной координаты при пяти структурах армирования трехслойных цилиндрических оболочек разных размеров из АМЦН–У8А-композиции: *a*) – для весьма коротких, *б*) – коротких, *в*) – оболочек средней длины.

Как видно из рис. 2*в*, в оболочках средней длины (а тем более в длинных цилиндрических оболочках) при всех рассматриваемых структурах армирования доминирующим является безмоментное состояние (см. центральные участки кривых на рис. 2*в*). При этом с увеличением угла спирального армирования  $\psi$  протяженность области безмоментного состояния увеличивается, а зоны краевых эффектов уменьшаются (при рациональном – окружном – армировании зоны краевых эффектов минимальны, см. кривую 5 на рис. 2*в*).

Выше рассматривались особенности поведения металлокомпозитных цилиндрических оболочек в зависимости от углов спирального армирования  $\psi$  и разнесения несущих слоев при фиксированном расходе арматуры  $\Omega$  в оболочках заданных размеров. Исследуем теперь влияние изменения количества арматуры в оболочках на их динамическую сопротивляемость при фиксированных траекториях армирования (при заданных углах  $\psi_k^{(m)}$ ). На рис. З изображены зависимости максимальных остаточных прогибов  $w_{\max}$  в шарнирно опертых оболочках прежней постоянной толщины 2H<sub>\*</sub> из АМцН-У8А-композиции (рис. 3а) и из ВМ65-У8А-композиции (рис. 3б) от суммарной плотности армирования  $\omega^{(m)} = \omega_1^{(m)} + \omega_2^{(m)} m$ -го слоя оболочки, причем  $\omega_1^{(m)}(\alpha_1) = \omega_2^{(m)}(\alpha_1) = \text{const}$ , поэтому и  $\omega^{(m)}(\alpha_1) = \omega^{(m)} = \text{const}$  (m == 1 при M = 1 и m = 1, 3 при M = 3). Пунктирные линии на рис. 3 соответствуют однослойным металлокомпозитным оболочкам, а сплошные кривые – трехслойным, причем толщина среднего неармированного слоя попрежнему определяется соотношением (5), где  $H = H_* = \text{const.}$  Линии 1, 1', 2, 2' рассчитаны для весьма коротких оболочек, а кривые 3, 3', 4, 4' - для коротких оболочек. Линии 1, 1' получены при продольной (рациональной) укладке арматуры ( $\psi_1^{(m)} = \psi_2^{(m)} = 0$ ) в весьма коротких оболочках, кривые 3, 3' — при окружной (рациональной) намотке арматуры ( $\psi_1^{(m)} = -\psi_2^{(m)} =$ =  $\pi/2$ ) в коротких оболочках, а остальные линии – при продольно-окружной структуре армирования (  $\psi_1^{(m)}=0$  ,  $\psi_2^{(m)}=\pi/2$  ). Все эти структуры соответствуют армированию по направлениям главных напряжений и деформаций, которые традиционно принято считать рациональными и оптимальными [2], так как при этом исключается нежелательный взаимный сдвиг арматуры разных семейств. Начальные значения давлений  $p_0$  (см. (2)) такие же, как и в предыдущих расчетах, поэтому при  $\omega^{(m)} = 0$  (отсутствие армирования) значения  $w_{\rm max}$  на рис. 3 получаются такими же, как и для соответствующих горизонтальных прямых на рис. 1. При значении же  $\omega^{(m)} = 0.4$  ординаты точек на кривых 1', 3' рис. 3 совпадают со значениями  $w_{\rm max}$ левых и правых точек на кривых 1', 3' рис. 1 соответственно (т.е. при рациональном направлении армирования однослойных конструкций). Максимальное значение абсциссы  $\omega^{(m)} = 0.7$  на рис. 3 соответствует предельно допустимому значению суммарной плотности армирования, которое на практике, как уже отмечалось, примерно равно 0.7 [2]. При  $\omega^{(m)} = 0.7$  ординаты точек на кривых 1, 3 рис. 3 совпадают со значениями  $w_{
m max}$  левых

(для линии 1) и правых (для линии 3) точек на кривых 1, 3 рис. 1 соответственно (трехслойные оболочки). Расчеты оболочек средней длины (L = 3 м) показали, что аналогичные

зависимости  $w_{\max}(\omega^{(m)})$  при тех же структурах армирования визуально почти не отличаются от кривых 3, 3', 4, 4' на рис. 3, поэтому, чтобы не загромождать этот рисунок, соответствующие кривые на нем не изображены. Все кривые на рис. За монотонно убывают, т.е. увеличение содержания арматуры из проволоки У8А в алюминиевых оболочках приводит к существенному (на порядок и более) уменьшению остаточных прогибов в таких металлокомпозитных конструкциях. Поведение кривых на рис. За показывает, что резкое увеличение динамической сопротивляемости оболочек из АМцН–У8А-композиции наблюдается при малых плотностях армирования (до значения  $\omega^{(m)} \approx 0.2$ ). При  $\omega^{(m)} > 0.5$  зависимости  $w_{\rm max}$  от  $\omega^{(m)}$  являются слабыми. Следовательно, не всегда целесообразно армировать оболочки так, чтобы содержание арматуры в них было наибольшим. С одной стороны, в случае АМцН–У8А-композиции это приводит к существенному увеличению расхода высокопрочной и дорогостоящей арматуры из проволоки У8А и к существенному увеличению массы оболочки (см. табл. 1), а с другой стороны, дает незначительное увеличение динамической сопротивляемости вляемости соответствующих композитных конструкций даже при рациональных направлениях армирования.

В отличие от рис. За, на рис. Зб все кривые монотонно возрастают, т.е. в металлокомпозитных оболочках на основе магниевого сплава ВМ65 увеличение содержания арматуры  $\omega^{(m)}$  приводит к увеличению значений остаточных прогибов. Это еще раз подтверждает тот факт, что не для всех композиций увеличение содержания арматуры (и вообще армирование) несущих слоев приводит к увеличению динамической сопротивляемости металлокомпозитной оболочки, т.е. к улучшению ее качеств.



Рис. 3. Зависимости максимумов остаточных прогибов цилиндрических оболочек от суммарной плотности армирования слоев в продольном, окружном и продольно-окружном направлениях для различных композиций: *a*) – АМцН–У8А-композиции; б) – ВМ65–У8А-композиции.

Кривые 1, 1', 3, 3' на рис. 3 лежат всюду ниже линий 2, 2', 4, 4' соответственно, следовательно, ранее определенные как рациональные структуры (продольное армирование весьма коротких оболочек (кривые 1, 1') и окружное армирование коротких оболочек (линии 3, 3') и оболочек средней длины) являются лучшими и по сравнению с продольно-окружными структурами армирования несущих слоев тех же оболочек (кривые 2, 2', 4, 4').

Выше исследовалась динамика цилиндрических оболочек постоянной толщины  $2H(\alpha_1) = 2H_*$  ( $2H_* = 2$  см для коротких оболочек и оболочек средней длины;  $2H_* = 1.5$  см для весьма коротких оболочек). Варьируя же длину оболочки (сравнить кривые 2, 3 и 2', 3' на рис. 1) и распределение толщины  $2H(\alpha_1)$  в осевом направлении, можно дополнительно управлять остаточными прогибами, величины которых в рамках вязкопластической модели могут рассматриваться как мера, характеризующая степень поврежденности конструкции. На рис. 4 изображены кривые, определяющие зависимость

максимального остаточного прогиба  $w_{\max}(s) = \max_{0 \le \alpha_1 \le L} |u_3(\alpha_1;s)|$  шарнирно

опертых оболочек разной длины от значения параметра толщины *s* в (1) при прежних характерных значениях толщин 2H<sub>\*</sub>. На рис. 4*a* изображены результаты расчетов оболочек, изготовленных на основе алюминиевого сплава АМцН, а на рис. 46 - на основе магниевого сплава ВМ65. Кривые с одинаковыми номерами на рис. 4 и рис. 1 рассчитаны для оболочек одинаковых характерных размеров при одинаковых начальных уровнях  $p_0$  динамического нагружения оболочек. Кривые 1, 2, 3 на рис. 4 относятся к трехслойным оболочкам, штриховые линии 1', 2', 3' - к однослойным металлокомпозитным конструкциям, кривые 1", 2", 3" - к изотропным оболочкам из материала связующей матрицы, например кривая 1" на рис. 4а получена для весьма коротких оболочек (L = 0.2 м, R = 2 м) из алюминиевого сплава АМцН. Кривые 1, 1' на рис. 4 рассчитаны при продольном армировании  $(\psi = 0)$  несущих слоев и оболочек, а линии 2, 2', 3, 3' – при окружном армировании ( $\psi = \pi/2$ ); в случаях однослойных оболочек (штриховые линии) плотности армирования по-прежнему принимались равными  $\omega^{(1)} = 0.4$ , а в случаях трехслойных конструкций (сплошные кривые 1, 2, 3) несущие слои армировались с интенсивностью  $\omega^{(m)} = 0.7$  (m = 1, 3), причем переменная толщина  $2h(\alpha_1)$  среднего неармированного слоя (m=2) по-прежнему определялась соотношением (5).

Ординаты точек на кривых 1, 1' рис. 4 при s = 1 равны ординатам точек на соответствующих кривых рис. 1 при  $\psi = 0$ ; ординаты же точек на кривых 2, 2', 3, 3' рис. 4 при s = 1 совпадают с ординатами точек на аналогичных кривых рис. 1 при  $\psi = \pi/2$ .

Все кривые на рис. 4 имеют локальные минимумы, которым соответствуют рациональные распределения (1) толщин оболочек, обеспечивающие наименышие остаточные прогибы. Из особенностей поведения кривых на рис. 4 можно заключить, что за счет рационального распределения толщины слоев остаточные прогибы оболочки в некоторых случаях можно уменьшить на несколько десятков процентов, повышая, тем самым, сопротивляемость конструкции нагрузкам взрывного типа. Так, на кривой 1 рис. 4a (весьма короткая (пологая) трехслойная АМцН-У8А-оболочка с продольным армированием несущих слоев) локальный минимум реализуется при  $s \approx 0.5$ , и максимальный остаточный прогиб  $w_{\rm max}(s)$  при этом на 45.8% меньше, чем у соответствующей оболочки постоянной толщины (при s = 1); аналогично, на кривой 1 рис. 4б минимум имеет место при  $s \approx 0.3$ , и значение  $w_{\rm max}(s)$  в этой точке на 34.9% меньше, чем у соответствующей трехслойной ВМ65-У8А-оболочки постоянной толщины.

Кривые 2, 2', 3" на рис. 4a и линии 3, 3', 3" на рис. 4б имеют локальные минимумы в точках 1 < s < 1.05, поэтому длинные оболочки и оболочки средней длины (как изотропные – линии 3", так и композитные – кривые 3, 3'), а также короткие металлокомпозитные оболочки (рассматриваемых размеров: L = 0.5 м, R = 0.5 м) из АМцН–У8А-композиции, имеющие постоянную толщину, могут рассматриваться как рациональные (по профилю) или близкие к рациональным. Это объясняется тем, что в длинных оболочках постоянной толщины большая часть диссипации энергии в процессе их движения осуществляется основным напряженным состоянием, которое близко к безмоментному и однородному (см. кривые на рис. 2e); моментное же напряженное состояние в краевых эффектах вносит не столь значительный вклад в диссипацию. Этот вклад для указанных кривых сказался в том, что их минимум реализуется при 1 < s < 1.05, а не строго при s = 1,

т.е. в зонах краевых эффектов требуется некоторое утолщение оболочки, чтобы обеспечить наименьшую величину остаточных прогибов.

Для коротких же оболочек заданных размеров из АМцН-У8А-композиции, армированных в окружном – рациональном – направлении ( $\psi = \pi/2$ ), как уже отмечалось выше, характерны такие же особенности динамического вязкопластического деформирования (о чем свидетельствует, например, поведение кривых 4, 5 на рис. 26), поэтому-то кривые 2, 2' на рис. 4*a* также имеют локальные минимумы при 1 < s < 1.05.

Дополнительные расчеты показали, что замена шарнирного опирания кромок на заделку в оболочках средней длины, а тем более – в длинных цилиндрических оболочках, практически не сказывается на величине остаточных прогибов (особенно при рациональных структурах армирования). В коротких же, а особенно в весьма коротких оболочках, такая замена приводит к уменьшению величины остаточных прогибов (сравнить кривые 1, 1' и 4, 4' на рис. 1a), причем этот эффект тем значительнее, чем короче оболочка, т.е. чем ближе она по своей геометрии к пологим и весьма пологим оболочкам, которые ведут себя подобно пластинам. (Для пластин и прямолинейных стержней этот эффект был продемонстрирован в [8, 9, 14].) Результаты этих расчетов на рисунках (за исключением рис. 1a – см. там кривые 4, 4') не приведены, чтобы их не загромождать.



Рис. 4. Зависимости максимальных остаточных прогибов от параметра распределения толщины цилиндрических оболочек, изготовленных на основе сплавов: *a*) – АМцН; *б*) – BM65.

Кривые, качественно схожие с теми, что изображены на рис. 1, рис. 3, рис. 4, получаются и для зависимостей времени остановки движения оболочки  $T_f$  от параметров армирования слоев  $\psi$ ,  $\omega^{(m)}$  и их толщины *s* (см. (1), (5)). Например, зависимости  $T_f(s)$  также имеют локальные минимумы, причем при тех же значениях *s*, что и кривые на рис. 4.

Заключение. Проведенный анализ динамического деформирования металлокомпозитных одно- и трехслойных цилиндрических оболочек из вязкопластических материалов показывает, что при использовании определенных типов композиций (например, на основе алюминиевых сплавов, практически не обладающих вязким упрочнением) армирование тонкостенной конструкции при некоторых структурах армирования позволяет существенно, иногда на порядок, уменьшить по модулю величину остаточных прогибов по сравнению с изотропными конструкциями той же геометрии, выполненными из материала связующей матрицы.

Если для пологих оболочек, нагруженных динамически в поперечном направлении, замена шарнирного опирания кромок на заделку приводит к существенному уменьшению величины остаточных прогибов, то для оболочек большой кривизны эффект от этого незначителен. Рациональное профилирование и разнесение несущих армированных слоев в пологих оболочках также существенно уменьшает их динамическую податливость, в то время как профилирование и разнесение несущих слоев в оболочках большой кривизны, в силу доминирования в них безмоментного напряженного состояния, может оказаться малоэффективным.

Варьирование структуры армирования в слоях при использовании таких композиций приводит к значительному изменению динамической сопротивляемости вязкопластических оболочек, поэтому при проектировании соответствующих металлокомпозитных изделий целесообразно осуществлять оптимизацию структур армирования, например по критерию минимизации остаточных прогибов. При разных видах нагружения тонкостенных конструкций и их размерах рациональными (оптимальными), в указанном смысле, являются разные структуры армирования. Так, для весьма коротких цилиндрических оболочек (которые являются пологими), нагруженных внутренним давлением взрывного типа, рациональным будет продольное направление армирования, а для цилиндрических оболочек большой или средней длины – окружное.

Однако не для всех типов композиций армирование металлоконструкции приводит к увеличению ее динамической сопротивляемости, даже если арматура имеет на порядок больший квазистатический предел текучести, чем у материала связующей матрицы. Это относится к случаям, когда тонкостенная конструкция из материала, обладающего значительным вязким упрочнением (например такого, как магниевый сплав BM65), армируется проволокой, хоть и высокопрочной, но обладающей незначительным вязким упрочнением, что характерно, например, для сталей с высоким квазистатическим пределом текучести. При этом армирование конструкции, с точки зрения ее динамической сопротивляемости, становится малоэффективным или вообще неэффективным, хотя при статическом нагружении положительный эффект от такого армирования может быть и значительным [7].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 11-01-00121-а) и Президиума СО РАН (Постановление № 10 от 15.01.09, номер проекта 72).

- 1. Абросимов Н. А., Баженов В. Г. Нелинейные задачи динамики композитных конструкций. Нижний Новгород: Изд-во ННГУ, 2002. 400 с.
- 2. Баничук Н. В., Кобелев В. В., Рикардс Р. Б. Оптимизация элементов конструкций из композиционных материалов. – Москва: Машиностроение, 1988. – 224 с.
- Безухов Н. И., Бажанов В. Л., Гольденблат И. И., Николаенко Н. А., Синюков А. М. Расчеты на прочность, устойчивость и колебания в условиях высоких температур. – Москва: Машиностроение, 1965. – 567 с.
- Качанов Л. М. Основы теории пластичности. Москва: Наука, 1969. 420 с. То же: Kachanov L. M. Foundations of the theory of plasticity. – Amsterdam: North-Holland, 1971. – 482 p.
- 5. Композиционные материалы: Справочник / Под ред. Д. М. Карпиноса. Киев: Наук. думка, 1985. 592 с.
- 6. *Мейден (Maiden C. J.), Грин (Green S. J.)* Испытание на скоростное деформирование при сжатии для шести материалов при скоростях деформации от 10<sup>-3</sup> до
  - 10<sup>4</sup> дюйм/дюйм/с // Прикл. механика: Тр. амер. об-а инж.-мех. / Ser. E. = 1966. № 3. С. 20-30.

To ske: Maiden C. J., Green S. J. Compressive strain-rate tests on six selected materials at strain rates from  $10^{-3}$  to  $10^4$  in/in/sec // Trans. ASME. J. Appl. Mech. Ser. E. - 1966. - **33**, No. 3. - P. 496-504.

 Немировский Ю. В., Янковский А. П. Влияние структуры армирования на предельную нагрузку металлокомпозитных оболочек вращения // Вестн. Чуваш. гос. пед. ун-та им. И. Я. Яковлева. Сер. Механика предельного состояния. – 2008. – № 1 (4). – С. 108–116.

- 8. *Немировский Ю*. В., *Янковский А*. *П*. Динамический вязкопластический изгиб армированных стержней переменного поперечного сечения // Мат. методи та фіз.-мех. поля. 2006. **49**, № 1. С. 53–66.
- Немировский Ю. В., Янковский А. П. Особенности вязкопластического деформированных пластин переменной толщины при действии нагрузок взрывного типа // Прикл. механика. 2008. 44, № 2. С. 85–98. То же: Nemirovskii Yu. V., Yankovskii A. P. Viscoplastic deformation of reinforced plates with varying thickness under explosive loads // Int. Appl. Mech. –
- 10. Немировский Ю. В., Янковский А. П. Установившаяся ползучесть слоистых мета цискомнозитных пластин со спохными структурами армирования при про-
- таллокомпозитных пластин со сложными структурами армирования при продольно-поперечном изгибе // Механика композиц. материалов и конструкций. – 2009. – **15**, № 1. – С. 59–82.
- Тэйлор Дж. Испытания материалов при высоких скоростях нагружения // Механика: Сб. сокр. пер. и реф. иностр. период. лит. – Москва: Изд-во иностр. лит. – 1950. – Вып. III. – С. 64–79. То же: Taylor G. I. James Forrest Lecture 1946. The testing of materials at high
  - rates of loading // Journal of the ICE. 1946. 26, No. 8. P. 486-519.
- 12. Физика взрыва / Под ред. К. П. Станюковича. Москва: Наука, 1975. 704 с.
- Янковский А. П. Вязкопластическая динамика металлокомпозитных оболочек слоисто-волокнистой структуры при действии нагрузок взрывного типа. І. Постановка задачи и метод решения // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2012. – 55, № 2. – С. 119–130.
- 14. Янковский А. П. Численное интегрирование задачи вязкопластической динамики слоисто-волокнистых прямоугольных удлиненных пластин // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности: Тр. XIX Всерос. конф., Бийск, 28-31 авг. 2005 / Под ред. В. М. Фомина. - Новосибирск: Параллель, 2005. - С. 290-297.
- 15. Houlston R., DesRochers C. G. Nonlinear structural response of ship panels subjected to air blast loading // Comput. Struct. - 1987. - 26, No. 1/2. - P. 1-15.

## В'ЯЗКОПЛАСТИЧНА ДИНАМІКА МЕТАЛОКОМПОЗИТНИХ ОБОЛОНОК ШАРУВАТО-ВОЛОКНИСТОЇ СТРУКТУРИ ПРИ ДІЇ НАВАНТАЖЕНЬ ВИБУХОВОГО ТИПУ. II. ОБГОВОРЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ РОЗРАХУНКІВ

Досліджено вплив структур армування на динамічну поведінку в'язкопластичних металокомпозитних одно- та тришарових циліндричних оболонок різної довжини при фронтальних навантаженнях вибухового типу. Показано, що для певних композицій армування оболонок спричиняє різке збільшення їх динамічної опірності. Виявлено, що існують композиції, при використанні яких армування тонкостінної конструкції призводить до зменшення її динамічної опірності. Продемонстровано, що рознесення армованих шарів доцільно здійснювати лише у пологих оболонках.

VISCO-PLASTIC DYNAMICS OF METAL-COMPOSITE SHELLS OF LAYERED-FIBROUS STRUCTURE UNDER LOADINGS OF EXPLOSIVE TYPE II. DISCUSSION OF RESULTS OF CALCULATIONS

The effect of structures of reinforcement on dynamic behavior of viscoplastic metalcomposite one- and tree-layer cylindrical shells of different length is researched under face-to-face loadings of explosive type. It is shown, that for the certain compositions reinforcement of shells leads to sharp increase of their dynamic resistance. It is revealed, that for some compositions a reinforcement of a thin-walled construction leads to decrease of its dynamic resistance. It is shown that the separation of reinforced layers from each other is reasonable in the flat shells only.

Ин-т теорет. и прикл. механики	Получено
им. С. А. Христиановича СО РАН, Новосибирск, Россия	12.12.11