УДК 621.3.019.3

А.В. ФЕДУХИН*, В.Н. ЯРОШЕНКО*, Ар.А. МУХА*

К ВОПРОСУ О ВЗАИМОСВЯЗИ ВЕЛИЧИН МЕТРИК И ИХ ВЕСОВ

*Институт проблем математических машин и систем НАН Украины, Киев, Украина

Анотація. *Шляхом введення нових змінних розглянуто питання аналітичної оцінки ваг метрик атрибутів гарантоздатності систем. Розроблено базовий підхід до комплексної кількісної оцінки рівня гарантоздатності комп'ютерної системи.*
Ключові слова: *атрибутивна модель гарантоздатності, атрибути метрики, нормовані оцінки, ваги, змінні.*

Аннотация. *Путем введения новых переменных рассмотрены вопросы аналитической оценки весов метрик атрибутов гарантоспособности систем. Развивается базовый подход к комплексной количественной оценке уровня гарантоспособности компьютерной системы.*
Ключевые слова: *атрибутивная модель гарантоспособности, атрибуты, метрики, нормированные оценки, веса, переменные.*

Abstract. *By means of introducing the new variables the questions of analytical evaluation of metric weights of attributes of systems dependability were considered. A basic approach to complex numerical estimation of the degree of computer dependability of systems was developed.*
Keywords: *attributive model of dependability, metrics attributes, normalized estimations, weights, variables.*

1. Введение

В качестве так называемого обобщенного показателя в работе [1] предлагается представить линейный функционал, составляющими которого были бы нормированные значения атрибутов и метрик с соответствующими весовыми коэффициентами. Разумеется, что выбор величин весовых коэффициентов зависит от особенностей конкретной гарантоспособной системы. В случае, когда метрики не представляются аналитическими оценками, их измерение предлагалось осуществлять экспертными методами. Здесь же в статье [1] предложено, основываясь на количественных оценках метрик, получать количественные оценки атрибутов, а далее через них вычислять оценки достигнутого уровня гарантоспособности исследуемой системы для различных вариантов ее исполнения.

Ниже рассмотрен возможный подход к анализу упомянутого выше линейного функционала, представляющего атрибут как функцию составляющих его трех метрик. Полагаем, что с целью минимизации объема аналитических выкладок общность существенно не пострадает, если ограничиться рассмотрением только трех метрик.

Следует отметить, что определение весов показателей различных уровней, включая введенных в [1] понятий атрибутов и метрик, является, очевидно, всегда актуальной задачей как при анализе функционирования гарантоспособных систем, так и при получении сравнительной оценки двух гарантоспособных систем [2].

Определение весов метрик, характеризующих некоторый атрибут, является результатом анализа определенной модели, анализирующей взаимосвязи метрик и их весов. При этом численные значения метрик, как правило, будут отличаться от предлагаемых моделей. Но необходимым требованием к любой такой модели является логическая правдоподобность аналитически описываемого взаимодействия метрики с ее весом.

© Федухин А.В., Ярошенко В.Н., Муха Ар.А., 2015

2. О взаимосвязи метрик и их весов

Пусть дана система с конечным числом атрибутов, и некоторый ее атрибут описывается тремя метриками с именами B_1, B_2, B_3 и числовыми оценками A_1, A_2, A_3. Необходимо отметить, что далее обозначения A_1, A_2, A_3 будут использоваться в тексте как для имен метрик, так и их численных значений. Различать их нетрудно в контексте изложения.

Предполагается, что система, по аналогии с предложением из [1], представима некоторым показателем в виде линейного функционала $\beta_1 A_1 + \beta_2 A_2 + \beta_3 A_3$, где $A_i (i = 1, 2, 3)$ – численные оценки метрик с соответствующими неизвестными весами β_i, которые предстоит определить.

Утверждение 1. Веса $\beta_i (i = 1, 2, 3)$ представляют собой функции аргументов A_1, A_2, A_3.

Утверждение 2. Метрики $A_i (i = 1, 2, 3)$ представляются своими нормированными значениями относительно значений, установленных в спецификации (или в соответствующих нормативных документах).

Утверждение 3. Веса $\beta_i (i = 1, 2, 3)$ являются численным отражением результата взаимодействия процессов функционирования системы, связанных с метриками $A_i (i = 1, 2, 3)$.

Утверждение 4. Каждая из метрик $A_i (i = 1, 2, 3)$ подвержена влиянию остальных метрик, а степень этого влияния зависит от количественных оценок, представляющих метрики.

3. Гипотетические равенства, представляющие сущность подхода

$$\frac{\beta_2}{\beta_1} = \left(\frac{A_2}{A_2 + A_1} + \frac{A_2}{A_2 + A_3}\right) \Big/ \left(\frac{A_1}{A_1 + A_2} + \frac{A_1}{A_1 + A_3}\right), \tag{1}$$

$$\frac{\beta_3}{\beta_1} = \left(\frac{A_3}{A_3 + A_1} + \frac{A_3}{A_3 + A_2}\right) \Big/ \left(\frac{A_1}{A_1 + A_2} + \frac{A_1}{A_1 + A_3}\right), \tag{2}$$

$$\frac{\beta_3}{\beta_2} = \left(\frac{A_3}{A_3 + A_1} + \frac{A_3}{A_3 + A_2}\right) \Big/ \left(\frac{A_2}{A_2 + A_1} + \frac{A_2}{A_2 + A_3}\right). \tag{3}$$

Рассмотрим равенство (1). В нем β_2/β_1 – отношение весов β_2 и β_1, $A_2/(A_2 + A_1)$ – доля (вес) численного значения величины A_2 относительно суммы $A_2 + A_1$, $A_2/(A_2 + A_3)$ – относительный вес A_2 в сумме $A_2 + A_3$. Сумму этих отношений можно условно называть весом метрики A_2. В полной аналогии с этим величину, стоящую в правой круглой скобке в (2), можно называть весом метрики A_1, а величину выражения в левых скобках равенств (2) или (3) – весом метрики A_3.

4. О ранжировании величин метрик $A_i (i = 1, 2, 3)$

Пусть имеется набор из трех метрик с именами B_1, B_2, B_3, которым могут быть некоторым образом присвоены численные значения. После такого присвоения упомянутые значения располагаются так, что A_1 – это максимальное из присвоенных значений, A_2 – следующее по убыванию и, наконец, A_3 – минимальное из таких значений. Итак, величины $A_i\,(i=1,2,3)$ образуют цепочку неравенств

$$A_1 \geq A_2 \geq A_3, \tag{4}$$

которую можно назвать условием ранжирования (УР). Подразумевается, что не обязательно значение A_1 присвоено метрике B_1, а значение A_3 – метрике B_3, то есть условие ранжирования в различных случаях может соответствовать любой перестановке имен B_1, B_2, B_3. Разумеется, что при каждом присвоении именам B_1, B_2, B_3 численных значений можно фиксировать, какой именно перестановке имен соответствуют значения, подчиненные УР.

Следует сделать замечание, касающееся дальнейших рассуждений. Цепочка (4), в которой будут фигурировать знаки только строгого неравенства, также является УР, и именно оно будет использовано далее.

Отсутствие знаков равенства в цепочке (4) в некоторой степени оправдывается не только желанием избежать излишней громоздкости в дальнейшем изложении, но и тем фактом, что полное равенство (например, $A_2 = A_3$) практически заменимо неравенством при численных расчетах с использованием достаточно большого числа десятичных знаков. Принятое допущение, на наш взгляд, не коснется сути представленной здесь модели.

5. Преобразование вида гипотетических равенств

Эти преобразования очевидным образом получаются посредством деления числителей и знаменателей дробей – слагаемых, стоящих в скобках равенств (1), (2) и (3), на соответствующие величины $A_i\,(i=1,2,3)$. Итак, теперь равенства (1), (2) и (3) примут следующий вид:

$$\frac{\beta_2}{\beta_1} = \left(\frac{1}{1+A_1/A_2} + \frac{1}{1+A_3/A_2}\right) \Bigg/ \left(\frac{1}{1+A_2/A_1} + \frac{1}{1+A_3/A_1}\right), \tag{5}$$

$$\frac{\beta_3}{\beta_1} = \left(\frac{1}{1+A_1/A_3} + \frac{1}{1+A_2/A_3}\right) \Bigg/ \left(\frac{1}{1+A_2/A_1} + \frac{1}{1+A_3/A_1}\right), \tag{6}$$

$$\frac{\beta_3}{\beta_2} = \left(\frac{1}{1+A_1/A_3} + \frac{1}{1+A_2/A_3}\right) \Bigg/ \left(\frac{1}{1+A_1/A_2} + \frac{1}{1+A_3/A_2}\right). \tag{7}$$

6. Введение новых переменных a, b, c

Для слагаемых, находящихся в скобках равенств (5), (6) и (7), введем следующие обозначения:

$$\frac{1}{1+A_1/A_2} = a\,, \tag{8}$$

$$\frac{1}{1+A_1/A_3} = b\,, \tag{9}$$

$$\frac{1}{1+A_2/A_3} = c\,. \tag{10}$$

Это равносильно введению в рассмотрение новых переменных a, b, c, зависящих от соответствующих отношений метрик $A_i (i = 1, 2, 3)$. Теперь из трех равенств (8)–(10) нетрудно получить выражения для соответствующих отношений метрик $A_i (i = 1, 2, 3)$.

Так, из ссылки (8) вытекает цепочка следствий $a\dfrac{A_1}{A_2} + a = 1$, откуда

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{1-a}{a}, \quad \frac{1}{1 + A_2/A_1} = 1 - a. \tag{11}$$

Далее

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{a}{1-a} < 1 \text{ и, как следствие, } a < 0{,}5. \tag{12}$$

Здесь использовано положение $A_2 < A_1$ согласно с условием ранжирования (4).

Из ссылки (9) имеем $\dfrac{bA_1}{A_3} + b = 1$, откуда $\dfrac{A_1}{A_3} = \dfrac{1-b}{b}$.

В итоге получаем

$$\frac{1}{1 + A_1/A_3} = b, \tag{13}$$

$$\frac{A_1}{A_3} = \frac{1-b}{b}, \tag{14}$$

и, как следствие,

$$\frac{1}{1 + A_3/A_1} = 1 - b. \tag{15}$$

По аналогии, из (10) вытекает

$$c\frac{A_2}{A_3} + c = 1, \text{ откуда } \frac{A_2}{A_3} = \frac{1-c}{c}, \text{ и далее } \frac{1}{1 + A_3/A_2} = \frac{1}{1 + \dfrac{c}{1-c}} = 1 - c.$$

Итак, имеем:

$$\frac{1}{1 + A_2/A_3} = c, \tag{16}$$

$$\frac{A_2}{A_3} = \frac{1-c}{c}, \tag{17}$$

$$\frac{1}{1 + A_3/A_2} = 1 - c. \tag{18}$$

Из равенств (14) и (17) и условия ранжирования (4) получаются верхние оценки для переменных b и c:

$$\frac{A_1}{A_3} = \frac{1-b}{b} > 1, \text{ откуда } b < 0{,}5; \text{ аналогично, } \frac{A_2}{A_3} = \frac{1-c}{c} > 1, \text{ то есть } c < 0{,}5.$$

В итоге получается, что верхняя оценка для всех трех переменных a, b, c равна 0,5.

7. Определение двухсторонних оценок для переменных a, b, c

Но сначала получим важное равенство, связывающее эти переменные. С этой целью используем тождество $\frac{A_1}{A_2} \cdot \frac{A_2}{A_3} = \frac{A_1}{A_3}$. Заменяя отношения метрик их выражениями (11), (14), (17) через переменные a, b, c, вместо упомянутого выше тождества получим выражение

$$\frac{1-a}{a} \cdot \frac{1-c}{c} = \frac{1-b}{b}. \tag{19}$$

Это равенство назовем равенством связи переменных (РСП). Далее приступим к получению нижних оценок для переменных b и c. Воспользуемся неравенством, вытекающим из условия ранжирования (4). Тогда справедлива цепочка

$$\frac{A_3}{\sum\limits_{i=1}^{3} A_i} < \frac{A_3}{3A_3} = \frac{1}{3} \Rightarrow A_3 < A_1 + A_2 + A_3 \Rightarrow \frac{2}{3} A_3 < \frac{1}{3}(A_1 + A_2) \Rightarrow A_3 < \frac{A_1 + A_2}{2}. \tag{20}$$

Далее

$$A_3 < \frac{A_1 + A_2}{2} \Rightarrow A_3 < \frac{1-b}{2b} A_3 + \frac{A_2}{2} \Rightarrow A_3 \left(\frac{2b - 1 + b}{2b} \right) < \frac{A_2}{2} \Rightarrow A_3 < \frac{bA_2}{3b - 1},$$

откуда следует необходимое ограничение на величину b: $b > \frac{1}{3}$, в противном случае положительная величина A_3 оказывалась бы меньше отрицательной, что невозможно.

Итак, для переменной b получена уже двухсторонняя оценка:

$$\frac{1}{3} < b < \frac{1}{2}. \tag{21}$$

Следует напомнить, что в цепочке неравенств, из которой получена оценка (21), использована формула (14). Аналогичные действия необходимы и при получении нижней оценки для переменной c:

$$A_3 < \frac{A_1 + A_2}{2} \Rightarrow A_3 < \frac{A_1}{2} + \frac{1-c}{2c} A_3 \Rightarrow A_3 \left(1 - \frac{1-c}{2c} \right) < \frac{A_1}{2} \Rightarrow A_3 \frac{3c-1}{2c} < \frac{A_1}{2} \Rightarrow A_3 < \frac{cA_1}{3c-1}.$$

Из последнего неравенства этой цепочки следует ограничение на величину c: $c > \frac{1}{3}$. Значит, и для переменной c получена двухсторонняя оценка:

$$\frac{1}{3} < c < \frac{1}{2}. \tag{22}$$

При получении оценки (22) в цепочке неравенств использована формула (17).

Осталось получить двухстороннюю оценку для переменной a. Но сначала найдем для a нижнюю оценку. Здесь существенно используется РСП.

Покажем, что нижняя оценка переменной a равна $\frac{1}{3}$. Доказательство проведем от противного, предположив, что $a < \frac{1}{3}$. Из равенства (19) найдем выражение для a. Итак,

$$\frac{1-a}{a}=\frac{c(1-b)}{b(1-c)}\Rightarrow a=\frac{1}{1+\dfrac{c(1-b)}{b(1-c)}}.$$

Согласно с предположением, имеем

$$1+\frac{c(1-b)}{b(1-c)}>3\Rightarrow c-bc>2b-2bc\Rightarrow 2b-bc<c\Rightarrow b<\frac{c}{2-c}<\frac{0{,}5}{2-0{,}5}=\frac{1}{3}\Rightarrow b<\frac{1}{3}.$$

Пришли к противоречию, так как, согласно (21), $\frac{1}{3}<b$. В цепочке использована верхняя оценка для c, а именно c <0,5. Показано, что предположение оказалось ложным, следовательно, получили нижнюю оценку для a и ее двухстороннюю оценку:

$$\frac{1}{3}<a<\frac{1}{2}. \qquad (23)$$

Таким образом, получены двухсторонние оценки для всех трех переменных a, b, c. Но важно также получить неравенства, связывающие эти переменные как результат того, что они обозначают некоторые выражения – функции от метрик $A_i\,(i=1,2,3)$, а также от введения в рассмотрение условия ранжирования (4).

8. Неравенства, связывающие переменные a,b,c

Из обозначений $\frac{1}{1+A_1/A_2}=a$ и $\frac{1}{1+A_1/A_3}=b$ следует, что $a>b$, так как $\frac{A_1}{A_2}<\frac{A_1}{A_3}$, ибо $A_2>A_3$ согласно условию ранжирования (4). Аналогично из обозначений $\frac{1}{1+A_2/A_3}=c$ и $\frac{1}{1+A_1/A_3}=b$ выходит, что $c>b$, поскольку $\frac{A_2}{A_3}<\frac{A_1}{A_3}$ из-за действия УР.

Итак, известно, что $a>b$ и $c>b$. Сравнение величин a и c приводит к следующему.

Из обозначений $\frac{1}{1+A_1/A_2}=a$ и $\frac{1}{1+A_2/A_3}=c$ следует, что $a<c$ в случае, когда $\frac{A_1}{A_2}>\frac{A_2}{A_3}$, и $a>c$, если $\frac{A_1}{A_2}<\frac{A_2}{A_3}$. Следовательно, наличие УР приводит к цепочкам неравенств:

$$c>a>b \text{ при условии, что } \frac{A_1}{A_2}>\frac{A_2}{A_3}, \qquad (24)$$

$$a>c>b \text{ при условии, что } \frac{A_1}{A_2}<\frac{A_2}{A_3}. \qquad (25)$$

9. Получение выражений для весов $\beta_i\,(i=1,2,3)$ – функций переменных a, b, c

После введения в рассмотрение переменных a,b,c – обозначений выражений, зависящих от отношений метрик $A_i\,(i=1,2,3)$, преобразованные гипотетические равенства приобретают другой вид, где фигурируют введенные переменные. Так, равенство (5) преобразуется к виду

$$\frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{a+1-c}{1-a+1-b} = \frac{a+1-c}{2-a-b}. \tag{26}$$

При переходе от равенства (5) к (26) произведены замены в правой части равенства (5), обозначенные ссылками (8), (11), (15) и (18). Аналогично равенство (6) приобретет такой вид:

$$\frac{\beta_3}{\beta_1} = \frac{b+c}{2-a-b}. \tag{27}$$

Здесь при переходе от равенства (6) к (27) необходимы ссылки на (9), (10), (11), (15). И, наконец, равенство (7) преобразится так:

$$\frac{\beta_3}{\beta_2} = \frac{b+c}{a+1-c}. \frac{\beta_3}{\beta_2} = \frac{b+c}{a+1-c} \quad \frac{\beta_3}{\beta_2} = \frac{b+c}{a+1-c}. \tag{28}$$

Переход от равенства (7) к (28) сделан с использованием ссылок (9), (10), (11), (18). Необходимо также отметить, что равенство (28) является очевидным следствием равенств (26) и (27).

Далее веса β_2 и β_3 определяются в зависимости от веса β_1. Так, из (26) следует

$$\beta_2 = \frac{a+1-c}{2-a-b}\beta_1, \tag{29}$$

$$\beta_3 = \frac{b+c}{2-a-b}. \tag{30}$$

Определяемые веса $\beta_i (i=1,2,3)$, по предположению, связаны также нормирующим условием

$$\sum_{i=1}^{3} \beta_i = 1. \tag{31}$$

Теперь легко находятся выражения для весов $\beta_i (i=1, 2, 3)$. Для веса β_1, с учетом условия (31), получаем

$$\beta_1 = \frac{2-a-b}{2-a-b+(a+1-c)+(b+c)} = \frac{2-a-c}{3}. \tag{32}$$

Подставляя в выражения (29–30) полученную формулу (32) для β_1, получаем формулы для весов β_2 и β_3:

$$\beta_2 = \frac{a+1-c}{3}, \tag{33}$$

$$\beta_3 = \frac{b+c}{3}. \tag{34}$$

Любопытен тот факт, что дроби – выражения для весов $\beta_i (i=1, 2, 3)$, имеют общий знаменатель, представляющий целое число 3. Возможно, это связано с тем, что в предлагаемой модели рассматривается случай именно трех метрик.

Отметим, что полученные выражения (32) и (33–34) позволяют численно рассчитывать искомые веса $\beta_i (i = 1, 2, 3)$ соответствующих метрик $A_i (i = 1, 2, 3)$, подчиненных условию ранжирования (4).

10. Области возможных значений переменных a, b, c

Необходимо также определить области возможных значений аргументов функций $\beta_i (i = 1, 2, 3)$. Описание таких областей стало возможным после получения двухсторонних оценок для переменных a, b, c согласно ссылкам (21–23), а также цепочек неравенств (24) и (25), связывающих эти переменные. Объединяя два упомянутых результата, можно описать области возможных значений аргументов a, b, c посредством следующих цепочек неравенств:

$$\frac{1}{2} > c > a > b > \frac{1}{3}, \text{ если } \frac{A_1}{A_2} > \frac{A_2}{A_3}, \tag{35}$$

$$\frac{1}{2} > a > c > b > \frac{1}{3}, \text{ если } \frac{A_1}{A_2} < \frac{A_2}{A_3}. \tag{36}$$

К ним должно быть присоединено равенство связи переменных (19). Если задать значения переменным a и c согласно (35) или (36), то значение переменной b определяется из равенства (19) по формуле

$$b = \frac{1}{1 + \frac{1-a}{a} \cdot \frac{1-c}{c}}. \tag{37}$$

11. Неравенства, связывающие веса $\beta_i (i = 1, 2, 3)$

Поскольку дроби – выражения для весов $\beta_i (i = 1, 2, 3)$ (32)–(34) – имеют общим знаменателем число 3, то сравнение величин этих весов сводится к сравнению числителей. Покажем, что $\beta_1 > \beta_2$, то есть, что числитель дроби (32) больше числителя (33). Итак, докажем справедливость следующей цепочки неравенств:

$$2 - a - b > a + 1 - c \Rightarrow 1 - 2a > b - c.$$

Последнее неравенство удовлетворяется, так как все переменные a, b, c меньше 0,5. Неравенство $\beta_1 > \beta_2$ доказано. Теперь покажем, что $\beta_2 > \beta_3$. Сравнивая числители (33) и (34), имеем $a + 1 - c > b + c \Rightarrow 1 + a - b > 2c$, поскольку $a > b$. В итоге справедлива цепочка

$$\beta_1 > \beta_2 > \beta_3. \tag{38}$$

Эту цепочку можно интерпретировать условно как ранжирование весов $\beta_i (i = 1, 2, 3)$ вследствие условия ранжирования (4) соответствующих метрик $A_i (i = 1, 2, 3)$. Таким образом, показано, что большей величине метрики соответствует и большее значение ее веса.

12. Примеры численных расчетов для иллюстрации предлагаемого подхода

Пример 1. Пусть заданы a =0,4; c =0,45. Тогда по формуле (37)

$$b = 1/\left(1 + \frac{1-a}{a} * \frac{1-c}{c}\right) = 1/\left(1 + \frac{1-0{,}4}{0{,}4} * \frac{1-0{,}45}{0{,}45}\right) = 0{,}3529411.$$

Теперь определяются веса $\beta_i (i = 1, 2, 3)$:

$$\beta_1 = \frac{2-a-b}{3} = \frac{2-0{,}4-0{,}45}{3} = 0{,}4156863,$$

$$\beta_2 = \frac{a+1-c}{3} = \frac{0{,}4+1-0{,}45}{3} = \frac{0{,}95}{3} = 0{,}3166666,$$

$$\beta_3 = \frac{b+c}{3} = \frac{0{,}3529411+0{,}45}{3} = 0{,}267647,$$

$$\sum_{i=1}^{3} \beta_i = 0{,}9999999 \approx 1.$$

В этом примере $a < c$. Используя формулы (11) и (17) и предполагая, что $\frac{A_1}{A_2} > \frac{A_2}{A_3}$, имеем следующую цепочку неравенств: $\frac{1-a}{a} = \frac{A_1}{A_2} > \frac{A_2}{A_3} = \frac{1-c}{c} \Rightarrow \frac{1}{a} - 1 > \frac{1}{c} - 1 \Rightarrow a < c$. Нетрудно видеть, что и обратно, из $a < c$ следует, что $\frac{A_1}{A_2} > \frac{A_2}{A_3}$, то есть эти неравенства эквивалентны.

Пример 2. Пусть теперь $a = 0{,}45; c = 0{,}4$. Согласно формуле (37) значение b останется прежним (как в примере 1) и равным 0,3529411. Рассчитаем веса $\beta_i (i = 1, 2, 3)$. Итак, получим

$$\beta_1 = \frac{2-a-b}{3} = \frac{2-0{,}45-0{,}3529411}{3} = 0{,}3990196,$$

$$\beta_2 = \frac{a+1-c}{3} = \frac{0{,}45+1-0{,}4}{3} = \frac{1{,}05}{3} = 0{,}35,$$

$$\beta_3 = \frac{b+c}{3} = \frac{0{,}3529411+0{,}4}{3} = 0{,}2509803.$$

Проверка значений весов $\beta_i (i = 1,2,3)$ дала $\sum_{i=1}^{3} \beta_i = 0{,}9999999 \approx 1.$

В отличие от первого примера, здесь $a > c$. Легко проверить, что, соответственно, имеем $\frac{A_1}{A_2} < \frac{A_2}{A_3}$, которое по аналогии со случаем в примере 1, эквивалентно неравенству $a > c$.

Общим для рассмотренных примеров является то, что в обоих численные результаты, полученные для весов $\beta_i (i = 1, 2, 3)$, подтверждают справедливость цепочки $\beta_1 > \beta_2 > \beta_3$.

13. О взаимосвязи условия ранжирования и введения новых переменных a, b, c

В преобразованных гипотетических равенствах (5)–(7) их правые части зависят от отношений метрик $A_i (i = 1, 2, 3)$. Этих равенств достаточно, чтобы вместе с нормирующим условием $\sum_{i=1}^{3}\beta_i = 1$ получить выражения для весов – функций от аргументов, которыми являются отношения пар метрик $A_i (i = 1, 2, 3)$.

Удачным оказалось решение об обозначении выражений от этих отношений (8–10) новыми переменными a, b, c, приведшее к тому, что веса $\beta_i (i = 1, 2, 3)$ стало возможным выражать в качестве функций только этих введенных переменных.

Главным фактором для определения весов метрик $A_i (i = 1, 2, 3)$ явилось введение в рассмотрение УР (4) значений этих метрик, где они располагаются в порядке убывания значений, то есть когда $A_1 > A_2 > A_3$.

Наличие УР вместе с введением новых переменных дало возможность получить неравенства, связывающие переменные a,b,c. Благодаря формулам (12),(14),(17) получены верхние оценки для a,b,c. Оказалось, что для всех них верхняя оценка равна 0,5. Были определены также выражения для $\frac{A_1}{A_2}, \frac{A_1}{A_3}, \frac{A_2}{A_3}$ согласно ссылкам (11), (13), (17), откуда получено важное РСП a,b,c (19). Далее были получены двухсторонние оценки (21) и (22) для переменных b и c, а при получении такой же оценки (23) для переменной a использовалось РСП. Важным, на наш взгляд, результатом является получение цепочек неравенств, связывающих как величины a,b,c, так и полученные для них двухсторонние оценки. Такими цепочками являются (35) и (36). Цепочки определяют области возможных значений переменных a, b, c. С использованием формул для весов $\beta_i (i = 1, 2, 3)$, зависящих от аргументов a,b,c, показано, что имеет место интуитивно напрашивающийся вывод, что $\beta_1 > \beta_2 > \beta_3$ в связи с введенным условием ранжирования (4), то есть показано, что большей величине метрики соответствует и больший ее вес.

14. Выводы

Подытожив вышесказанное, можно утверждать, что основой предлагаемого подхода являются условие ранжирования и введение в рассмотрение новых переменных a, b, c. Определив области возможных значений этих переменных, являющихся аргументами функций $\beta_i (i = 1, 2, 3)$, можно численно находить значения весов соответствующих метрик $A_i (i = 1, 2, 3)$ по формулам (31)–(33). Также стало возможным задавать отношения метрик $\frac{A_1}{A_2}, \frac{A_1}{A_3}, \frac{A_2}{A_3}$ и обратных отношений не произвольно, а подсчитывая их значения в зависимости от выбора значений их аргументов из областей (35) или (36). В этом прослеживается связь введения в систему условия ранжирования и рассмотрение новых переменных a, b, c.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федухин А.В. Атрибуты и метрики гарантоспособных компьютерных систем / А.В. Федухин, Н.В. Сеспедес Гарсия //Математичні машини і системи. – 2013. – № 2. – С. 195 – 201.

2. К вопросу о сравнительной оценке гарантоспособных систем / А.В. Федухин, В.Н. Ярошенко, А.И. Сухомлин [и др.] // Математичні машини і системи. – 2014. – № 1. – С. 185 – 194.

Стаття надійшла до редакції 28.05.2015