УДК 681.5(042.3)

В.В. СЕМКО*

МЕТОД ПОБУДОВИ ОБЛАСТЕЙ КЕРОВАНИХ СТАНІВ ДИНАМІЧНОГО ОБ'ЄКТА

*Державний університет телекомунікацій, Київ, Україна

Анотація. *У статті запропоновано метод розрахунку областей гарантованого управління динамічним об'єктом з застосуванням математичної моделі, яка є інваріантною до вектора зовнішніх збурень фізичного середовища руху. За умов певних припущень математична модель може бути зведена до системи алгебраїчних рівнянь. Вектор рішень отриманої системи рівнянь є інваріантним до зовнішніх збурень середовища переміщення об'єкта управління, що дозволяє визначати поведінку динамічного об'єкта під управлінням ергатичної системи в тих чи інших умовах її функціонування, а також при вирішенні задачі конфлікту. Можливість переведення об'єкта управління з одного стану до іншого шляхом виконання послідовності дій визначається у просторі досяжності управління за умови забезпечення повної керованості.*

Ключові слова: *динамічний об'єкт, область гарантованого управління, математична модель, інваріантність, фазовий простір.*

Аннотация. *В статье предложен метод расчета областей гарантированного управления динамическим объектом с применением математической модели, которая является инвариантной к вектору внешних возмущений физического пространства движения. При условиях некоторых допущений математическая модель может быть сведена к системе алгебраических уравнений. Вектор решений полученной системы уравнений является инвариантным по отношению к внешним возмущениям среды перемещения объекта управления, что позволяет определить поведение динамического объекта под управлением эргатической системы в тех или иных условиях её функционирования, а также при решении задачи конфликта. Возможность перевода объекта управления из одного состояния в другое путем выполнения последовательности действий определяется в пространстве достижимости управления при условии обеспечения полной управляемости.*

Ключевые слова: *динамический объект, область гарантированного управления, математическая модель, инвариантность, фазовое пространство.*

Abstract. *This paper proposes a method for calculating the areas of guaranteed control dynamic object by using a mathematical model, which is invariant to the vector of external disturbances of the physical space of movement. The mathematical model can be reduced to a system of algebraic equations under the conditions of some assumptions. Vector of solutions resulting system of equations is invariant with respect to external disturbances moving object management environment that allows you to determine the behavior of a dynamic object is running by ergatic system under certain conditions of its functioning, as well as in solving the problem of the conflict. The ability to transfer the control object from one state to another by performing a sequence of actions defined in the reachability management space while ensuring full control.*

Keywords: *dynamic object, area of guaranteed control, mathematical model, invariance, phase space.*

1. Вступ

У процесі синтезу рішень щодо вирішення задачі конфлікту взаємодії динамічних об'єктів у просторі спостереження та пошуку (ПСП) необхідно визначити послідовність дій по управлінню об'єктом, які мають забезпечити максимум або мінімум заданої сукупності критеріїв, що забезпечують якість функціонування об'єкта управління (ОУ) [1–6].

У загальному випадку ПСП має довільну систему обмежень при відкритій множині об'єктів спостереження (ОС). У такому разі ПСП перетворюється у простір рішення (ПР), в якому необхідно синтезувати ланцюжок дій, що за умов ціледосяжності забезпечать управління ОУ в умовах забезпечення можливості управління [7–11].

Система управління (СУ) ОУ може функціонувати в автоматичному та автоматизованому режимах управління. Для автоматизованого режиму управління ОУ маємо ланцюжок «людина-середовище-об'єкт управління» [6]. Тобто СУ є ергатичною системою управління (ЕСУ) ОУ, що значно ускладнює математичну модель , яка описує переміщення ОУ в ПСП.

При управлінні динамічним об'єктом виникає питання щодо можливості переведення ОУ з одного стану до іншого шляхом виконання послідовності дій. У такому разі необхідно визначити множини досяжності управління за умов забезпечення повної керованості ОУ.

Проблема дослідження множин керованості та досяжності управління ОУ за умов ціледосяжності та забезпечення якості процесу управління є однією з головних в теорії управління динамічними системами.

Метою роботи є розробка методу розрахунку та побудови множин гарантованої керованості динамічним об'єктом за умови обмежень та забезпечення якості процесу управління ОУ в «малому».

2. Виклад основного матеріалу

Проаналізуємо властивості СУ, враховуючи існуючі внутрішні зв'язки фазових змінних, які не є істотними при розгляді динаміки зміни окремих параметрів просторового руху динамічного об'єкта [12–15].

У загальному випадку динаміку просторового руху динамічного об'єкта та керуючі впливи на нього можна описати системою звичайних диференційних та алгебраїчних рівнянь, які визначаються вимогами міцності динамічного об'єкта та складністю управління просторовим рухом ОУ.

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = f_1\left(x_1,...,x_n,t,u_1,...,u_{n-r}\right) \\ \qquad ... \\ \dfrac{dx_r}{dt} = f_r\left(x_1,...,x_n,...,u_1,...,u_{n-r}\right) \\ x_{r+1} = u_{r+1}\left(x_1,...,x_n,t\right) \\ \qquad ... \\ x_n = u_n\left(x_1,...,x_n,t\right) \end{cases}. \tag{1}$$

Визначимо множину скінченномірних векторів стану $X(t)$ та управляючих впливів $U(t)$ на ОУ:

$$\left[\begin{array}{l} X(t) = \{x_1,...,x_n,t\} \\ U(t) = \{u_1,...u_{n-r},t\} \end{array} \right., \tag{2}$$

де $n-$ кількість змінних, які описують поточний стан ОУ, $r-$ кількість впливів управління на ОУ.

Структура системи управління динамічним об'єктом, синтез та вибір рішення щодо управління «в малому» при вирішенні задачі конфлікту [4, 7, 9] для ОУ залежить від значень коефіцієнтів рівнянь системи (1) з урахуванням співвідношення (2). Рішення системи (1) не завжди може бути знайдено в аналітичній формі, а коефіцієнти рівнянь у загальному випадку є суттєво нелінійними і враховують особливості динаміки переміщення ОУ в фізичному середовищі.

Зазвичай задача про управління динамічним об'єктом має не одне рішення навіть за умов відповідності певним вимогам якості процесу управління та оптимізації значення інтенсивності управління $\aleph\left[U\right]$, яка визначає витрати ресурсів на здійснення процесу управління [12] і задовольняє основним принципам побудови ергатичних систем управління [5, 6].

На вектор рішення системи (1) впливають також невизначені величини, відносно яких була складена система рівнянь, як то збурення фізичного середовища переміщення ОУ. В такому разі маємо розкид значень отриманих рішень системи (1) внаслідок зміни не тільки початкових значень параметрів, а й самої математичної моделі опису просторового рішення задачі управління ОУ.

Шляхом певних математичних перетворень системи (1) маємо отримати нову систему рівнянь, яка є інваріантною до вектора зовнішніх збурень, лінеаризувати отриману систему рівнянь та за умов певних припущень звести її до системи алгебраїчних рівнянь. Вектор рішень такої системи алгебраїчних рівнянь дозволить приблизно визначати поведінку динамічного об'єкта під управлінням ергатичної системи управління в тих чи інших умовах її функціонування.

Зазначений підхід до рішення задачі управління ОУ на поточний час не використовується розробниками систем управління динамічними об'єктами [13–15]. Поширеними є методи та критерії, за якими здійснюється аналітичне конструювання регуляторів систем автоматичного та автоматизованого (ергатичного) управління динамічними об'єктами.

Синтезуємо математичну модель управління динамічним об'єктом, яка є інваріантною до зовнішніх збурень середовища переміщення ОУ.

Згідно із співвідношенням (1), існує похідна система диференційних рівнянь відносно множини гарантованого управління динамічним об'єктом Φ_u :

$$\dot{X} = \Phi_u\left(X,t,F(t) \right), \tag{3}$$

де $\dot{X} = \begin{vmatrix} \dot{x}_1 \\ \dots \\ \dot{x}_n \end{vmatrix}$, $X = \left(x_1,...,x_n \right)$, $F\left(t\right) = \left(f_1(t),..., f_n(t) \right)$, $\Phi_u = \left(\Phi_u^1,...,\Phi_u^n \right)$.

Виходячи з методу нелінійної інтегральної інваріантності [5], похідну систему рівнянь (1) з урахуванням співвідношення (3) перетворимо таким чином, щоб теоретично повністю виконувались умови інваріантності.

Таким чином, отримаємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = \Phi_u^1\left(x_1,t,f_1(t),...,f_n(t) \right) \\ \dots \\ \dfrac{dx_n}{dt} = \Phi_u^n\left(x_1,...,x_n,t,f_1(t),...,f_n(t) \right) \end{cases}. \tag{4}$$

У зв'язку з тим, що для системи рівнянь (4) складно досягти вимоги щодо точності виконання умов інваріантності, отримуємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = \overline{\Phi}_u^1\left(x_1,t,f_1(t),...,f_n(t) \right) \\ \dots \\ \dfrac{dx_n}{dt} = \overline{\Phi}_u^n\left(x_1,....,x_n,t,f_1(t),...,f_n(t) \right) \end{cases}, \tag{5}$$

де $\overline{\Phi}_u = \left(\overline{\Phi}_u^1, ..., \overline{\Phi}_u^n \right)$ – множина гарантованого управління динамічним об'єктом $\overline{\Phi}_u$, яка враховує ε-окіл припустимих значень рішення системи (3).

Слід зазначити, що в системі рівнянь (5) вектор X не є інваріантним до вектора зовнішніх збурень $F(t)$. Разом з тим при цьому існують припустимі відхилення на величину ε поведінки отриманої системи (5) від похідної системи (1).

Якщо компоненти вектора X є обмеженими функціями, для оцінювання рішення системи (1) в ε-околі припустимих значень рішення системи (3), згідно із співвідношенням (2), можна визначити вектор $U(t)$, кожен елемент якого задовольняє умові

$$u_i(t) \geq \left| x_i^a - x_i \right| \forall u_i(t) \in U(t), \tag{6}$$

де x_i^a – рішення системи (3), x_i – справжнє значення рішення системи (3).

Співвідношення (6) має задовольнятись на всьому діапазоні значень часу управління динамічним об'єктом:

$$t \in \left[t_n, t_к \right], \tag{7}$$

де t_n та $t_к$ – відповідно час початку та закінчення управляючих впливів на динамічний об'єкт.

У такому разі на множині (7) маємо множину управляючих впливів (6), які є рішеннями системи (5), що мають знаходитись у множині простору обмеження параметрів систем (1) та (3).

Границі простору обмежень на значення істотних параметрів управління динамічним об'єктом визначаються рішеннями сукупностей систем диференційних рівнянь для кожної змінної $x_i(t) \in X_i$:

$$\left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{dx_1^a}{dt} = \Phi_u^1 \left(x_1^a, t, f_1(t), ..., f_n(t) \right) \\ \dfrac{dx_1}{dt} = \overline{\Phi}_u^1 \left(x_1^a, x_2, ..., x_n, t, f_1(t), ..., f_n(t) \right) \end{array} \right. \\ \qquad \qquad \dots \\ \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{dx_n^a}{dt} = \Phi_u^n \left(x_n^a, t, f_1(t), ..., f_n(t) \right) \\ \dfrac{dx_n}{dt} = \overline{\Phi}_u^n \left(x_1, ..., x_n^a, t, f_1(t), ..., f_n(t) \right) \end{array} \right. \end{array} \right. . \tag{8}$$

Виходячи з результатів рішення сукупностей систем диференційних рівнянь (8), згідно із співвідношенням (6), визначимо сукупності

$$\left[\begin{array}{l} u_i^{max} = sup\left(u_i(t) \right) \\ u_i^{min} = inf\left(u_i(t) \right) \end{array} \right. . \tag{9}$$

У такому разі X_i визначає область фазового потоку параметра $x_i(t)$, а співвідношення (9) визначає границі фазового потоку управління $u_i(t)$ ОУ. Слід зазначити, що фазовий простір параметрів для співвідношення (1) є безперервним, а точки перетину з осями координат перерізів фазового простору за обраними парами параметрів не є точками біфуркації параметрів і можуть розглядатись як сідлові точки.

Для кожної змінної $x_i(t)$ визначимо першу похідну функції управління динамічним об'єктом:

$$\frac{du_i(t)}{dt} = L_i\left(u_i(t),t\right) + f_i(t)\cdot \qquad (10)$$

Вид функції $L_i\left(u_i(t),t\right)$ обирається з умов інваріантності управління ОУ. Функція $\varphi_i(t)$ визначається за параметрами похідної системи і враховує особливості динаміки ОУ.

Слід зазначити, що в загальному випадку задача Коші для співвідношення (10) може бути задана з ненульовими початковими умовами.

У загальному випадку функції $L_i\left(u_i(t),t\right)$ та $\varphi_i(t)$ визначаються відповідно до системи (3) згідно з умовою

$$L_i\left(u_i(t),t\right) = 0, \{\forall \mathrm{i} \in [1,n] \,\big|\, u_i(t) \geq 0\}. \qquad (11)$$

Враховуючи співвідношення (10) і (11), функції $L_i\left(u_i(t),t\right)$ та $\varphi_i(t)$ можна визначити таким чином:

$$\begin{cases} K_i^L = sign\left(x_i^a - x_i\right) \\ L_i\left(u_i(t),t\right){}^{3}K_i^L[\Phi_u^i(x_i^a, t, \cancel{f}_1(t),..., f_{i-1}(t), f_{i+1}(t),..., f_n(t)) - \\ -\Phi_u^i(x_i, t, f_1(t),..., f_{i-1}(t), f_{i+1}(t),..., f_n(t))], \end{cases} \qquad (12)$$

$$\varphi_i(t) \geq \left|\Phi_i^a(x_i^a, t, f_1(t),..., f_{i-1}(t), f_{i+1}(t),..., f_n(t)) - \overline{\Phi}_i^n(x_1,...,x_{i-1,} x_i^a, x_{i+1},...,x_n, t, f_1(t),..., f_n(t))\right|. \qquad (13)$$

Співвідношення (12) і (13) характеризують властивості отриманої інваріантності та ступінь наближення рішень системи (1) до теоретично можливих рішень у класі функціональних просторів, що визначають множину значень параметрів, при яких можливе рішення системи (1).

Розглянутий метод рішення системи (1) є практично можливим за умови її дифеоморфізму системі (5), що дозволяє розглядати інваріантність області (поля) рішення похідної системи (1) з рішеннями інваріантної системи (5). В такому разі рішення системи (1) з урахуванням співвідношень (12) і (13) можна замінити рішеннями інваріантної системи (5). В такому разі області обмежень параметрів залишаться такими, як і для системи (1).

Таким чином виникають дві задачі:

– розробити методи розрахунку області значень параметрів системи (1) з метою визначення області керованих станів динамічного об'єкта в евклідовому просторі спостереження та пошуку;

– при даному дифеоморфізмі системи (1) знайти область її рішення у вигляді лінійних алгебраїчних рівнянь з метою дослідження таких динамічних властивостей фізичного об'єкта, як керованість, стійкість тощо.

Перша задача досить просто вирішується в аналітичній формі для систем, які вміщують на більше двох рівнянь. Для систем, які вміщують більше двох рівнянь, застосовують ітераційні обчислювальні процедури, що дозволяють визначити області активних керованих станів динамічного об'єкта. При цьому необхідно визначити збіжність процесу обчислень, час обчислень, можливості та засоби визначення точності, умову завершення ітераційного процесу, що є притаманним «ефекту доміно» та «прокляттю розмірності». Слід відмітити, що зазначені проблеми пов'язані між собою і вимагають комплексного підходу при їх вирішенні.

За своєю сутністю рівняння, які входять до систем (1), (3)–(5), (8), є Гамільтоновими функціями, а куруючі впливи $U(t)$ змінюють стан фазового простору існування динамічного об'єкта. У такому разі співвідношення (12) і (13) визначають принцип найменшої (стаціонарної) дії рівняння Гамільтона. Співвідношення (8), (10) і (11) описують гамільтоніан, який при застосуванні дужок Пуассона дозволяє використовувати дужки Лі в алгебрі Пуассона, що вирішує другу задачу, а саме можливості використання алгебраїчних рівнянь замість диференційних, що значно спрощує знаходження рішення системи (1). Слід зазначити, що рівняння Гамільтона у класичній механіці є аналогом рівняння Гейзенберга у квантовій механіці і дозволяє враховувати ймовірну невизначеність обмежень і властивостей простору спостереження та пошуку, в якому здійснюється переміщення динамічного об’єкта.

Виходячи з початкових умов для рішення системи (1), можна визначити функції для обчислення границь перерізів фазового простору ОУ площинами в ортогональній евклідовій n-мірній системі координат [1, 2]:

$$z_i^j = Ax_i + Bx_j, i \in [1,...,n], j \in [1,...,n], i \neq j\,. \tag{14}$$

Границю фазового простору в перерізі площиною (14) визначимо параметрично заданою функцією

$$\begin{cases} x_i = u_i\left(x_1,...,x_n,t\right) \\ x_j = u_j\left(x_1,...,x_n,t\right) \end{cases}, \tag{15}$$

яка визначає граничний цикл або атрактор перерізу фазового простору:

$$x_i = x_i\left(x_j\right). \tag{16}$$

Атрактор за співвідношеннями (15) та (16) є замкненою кривою на площині, до якої асимптотично притягаються усі навколишні траєкторії, які виходять з різних початкових точок всередені і зовні граничного циклу.

Слід зазначити, що позитивним аспектом є те, що більшість диференційних рівнянь системи (1), які виходять з різних початкових умов, показують схожу поведінку рішень. Зокрема, при $t \to \infty$ цілі сімейства рішень асимптотично наближаються до атракторів, які є стаціонарними точками фазового простору, або до певних замкнених кривих, а саме граничних циклів.

Для визначення параметрів системи (1), які мають взаємний істотний вплив на рішення, скористаємося канонічними рівняннями Гамільтона:

$$\begin{cases} \dot{p}_j = \dfrac{dp_j}{dt} = -\dfrac{\partial H}{\partial q_{jq}} \\ \dot{q}_j = \dfrac{dq_j}{dt} = \dfrac{\partial H}{\partial p_j} \end{cases}. \tag{17}$$

У системі (17) p_j є значенням узагальнених координат параметрів, які визначають точки фазового простору, а q_j є значенням узагальнених координат керуючих впливів (імпульсів) на ОУ.

Тобто маємо функцію Гамільтона:

$$H\left(p,q,t\right) = \sum_i \dot{q}_i p_i - L\left(q,\dot{q},t\right). \tag{18}$$

У співвідношенні (18) лагранжиан $L\left(q,\dot{q},t\right)$ є функцією узагальнених координат та відповідних швидкостей.

За рівняннями Ейлера-Лагранжа, згідно з теоремою Бобильова [16], маємо

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{d\dot{q}}-\frac{dL}{dq}=0. \tag{19}$$

Для співвідношення (19) визначимо узагальнені керуючі впливи (імпульси) як

$$p=\frac{\partial L}{d\dot{q}}. \tag{20}$$

З урахуванням співвідношення (20) визначимо узагальнені сили, які впливають на переміщення динамічного об’єкта:

$$F=\frac{\partial L}{dq}. \tag{21}$$

Таким чином, отримуємо рівняння Ейлера-Лагранжа:

$$\frac{dp}{dt}=F. \tag{22}$$

У такому разі співвідношення (22) визначає для співвідношення (19) узагальнену форму другого закону Ньютона з точністю до повної похідної у часі від довільної функції координат динамічного об’єкта в ПСП. Додавання такої функції у співвідношення (19) не впливає на рівняння переміщення ОУ.

Слід зазначити, що, згідно з гамільтоновою механікою, переміщення динамічного об’єкта пов’язане з забезпеченням принципу найменшої дії:

$$S\left[p,q\right]=\int\sum_{\mathrm{i}}\left(\overset{\bullet}{}\, p_i\,\dot{q}_i - H(p,q,t)\right)dt. \tag{23}$$

Для першої варіації дії (23) за умов стаціонарності можна визначити умову найменшої дії:

$$S[p,q]=0. \tag{24}$$

Згідно із співвідношенням (24), визначаємо:

$$H\left(p,q,t\right)=\int\sum_{i}\left(p_i,\dot{q}_i\right)dt\cdot \tag{25}$$

Таким чином, співвідношення (25) дозволяє кількісно визначити запас енергії при початку переміщення динамічного об’єкта за обраною траєкторією. При цьому слід зауважити, що термінальне управління для точки простору стану динамічного об’єкта визначається за співвідношенням (9).

Отже, можна визначити область керованості власне нестійкого динамічного об’єкта за умови опису його просторового переміщення у тривимірному евклідовому просторі. В такому разі управління переміщенням динамічного об’єкта розглядається у трьох ортогональних перерізах простору гарантованого управління динамічним об’єктом у зв’язаній системі координат.

Для похідних параметрів x_i та x_j, згідно із співвідношенням (9), можна визначити лінії обмежень $u_i^{\max}$, $u_i^{\min}$, $u_j^{\max}$ та $u_j^{\min}$, які визначають область c_i^j керованості динамічного об'єкта у площині змінних. Здійснивши зворотне перетворення області c_i^j з площини змінних $\frac{dx_i}{dt}$ і $\frac{dx_j}{dt}$ у площину перерізу простору фізичних параметрів x_i та x_j, отримаємо переріз простору параметрів, які відображають переріз простору гарантованого управління динамічним об'єктом.

На підтвердження отриманих результатів на прикладі сучасного літального апарата було здійснено розрахунок фазового простору припустимих значень параметрів, які характеризують переміщення динамічного об'єкта (рис. 1).

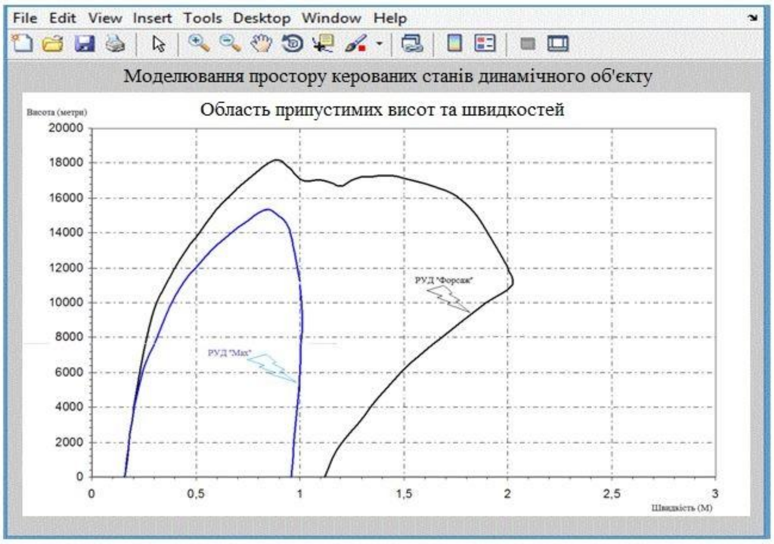

Рис. 1. Простір припустимих значень швидкостей та висот польоту літака

Простір припустимих значень швидкостей та висот польоту літального апарата визначає множину зображуючих точок гарантованого управління ОУ у площині перерізу багатовимірного простору параметрів, який визначено співвідношеннями (1) і (2), та забезпечує приналежність керуючого впливу u_i простору гарантованого управління ОУ відповідно співвідношення (9), а саме $u_i \in [u_i^{\min}, u_i^{\max}]$.

Таким чином, для обраного значення швидкості та висоти літального апарата визначаються відповідні діапазони управлінь $u_i(t) \in U(t)$ для множин значення параметрів $x_i \in X_i(t)$.

Результати імітаційного моделювання показали збіжність з даними, отриманими при розрахунку основних льотно-технічних характеристик сучасного літального апарата на етапі льотних випробувань [17].

Отримані значення припустимих швидкостей та висот польоту літака розраховані з урахуванням усіх обмежень простору гарантованого управління динамічним об'єктом, простору припустимих значень параметрів просторового переміщення і враховують характеристики двигунів та особливості конструкції ОУ.

3. Висновки

Проблема керованості нелінійними динамічними об'єктами на поточний час є не вирішеною. Особливо складною ця проблема є при синтезі рішень щодо управління нелінійними та власно нестійкими динамічними об'єктами і системами, області керованості яких мають обмеження на управління, а фазовий простір має границю.

За результатами дослідження математичної моделі просторового переміщення динамічного об'єкта запропоновано математичну модель розрахунку простору гарантованого управління окремим динамічним об'єктом. Виходячи з початкових умов для рішення системи диференційних рівнянь математичної моделі просторового переміщення динамічного об'єкта та принципу інваріантності, визначені функції для обчислення границь перерізів фазового простору площинами в ортогональній евклідовій n-мірній системі координат.

Отримані результати щодо побудови границі області керованості нелінійною динамічною системою мають загальний вигляд та аналогічні принципи максимуму Л.С. Понтрягіна.

Результати імітаційного моделювання показали збіжність з даними, які були отримані при розрахунку основних характеристик динамічного об'єкта, зі сталою структурою системи управління на прикладі літального апарата.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Семко В.В. Дослідження властивостей рішення задачі конфлікту за методом інтегрального усікання варіантів / В.В. Семко, О.В. Семко // Проблеми інформатизації та управління. – 2013. – Вип. 2 (46). – С. 60 – 71.
2. Семко В.В. Використання методу інтегрального усікання варіантів при вирішенні задач конфлікту взаємодії об'єктів в просторі спостереження / В.В. Семко // Інформаційні та телекомунікаційні технології. – 2015. – Вип. 1. – С. 59 – 66.
3. Касьянов В.А. Субъективный анализ / Касьянов В.А. – К.: НАУ, 2007. – 512 с.
4. Павлов В.В. Конфликты в технических системах / Павлов В.В. – К.: Вища школа, 1982. – 184 с.
5. Павлов В.В. Инвариантность и автономность нелинейных систем управления / Павлов В.В. – К.: Наукова думка, 1975. – 272 с.
6. Павлов В.В. Начала теории эргатических систем / Павлов В.В. – К.: Наукова думка, 1975. – 240 с.
7. Семко В.В. Применение теории конфликта в задаче предотвращения столкновений воздушных суден / В.В. Семко, В.В. Павлова // Методы и средства оценки уровня безопасности полетов гражданских воздушных суден. – Киев: КИИГА, 1985. – С. 97 – 102.
8. Семко В.В. Построение области безопасного маневра при расхождении суден / В.В. Семко, В.В. Павлова / Киевский ин-т инж. гражд. авиации. – Киев, 1989. – 13 с. – Деп. в ЦНТИГА 14.02.90, № 789-ГА90.
9. Семко В.В. Решение задачи распознавания образов при синтезе бесконфликтных траекторий движения динамического объекта / В.В. Семко / Киевский ин-т инж. гражд. авиации. – Киев, 1989. – 15 с. – Деп. В ЦНТИГА 14.02.90, № 790-ГА90.
10. Семко В.В. Эвристический метод построения рекурсивного алгоритма принятия решений в условиях конфликта / В.В. Семко / Киев. ин-т инж. гражд. авиации. – Киев, 1989. – 14 с. – Деп. в ЦНТИГА 14.02.90, № 788-ГА90.
11. Семко В.В. Логіко-математична модель опису простору рішень / В.В. Семко // Вісник Чернігівського державного технологічного університету. – 2013. – № 2 (65). – С. 147 – 155; Павлова С.В. Метод гарантованого оцінювання області повністю керованого стану складної нелінійної динамічної системи / С.В. Павлова, В.В. Павлов, В.І. Чепіженко // Вісник НАУ. – 2011. – № 2. – С. 27 – 32.
12. Красовский Н.Н. Теория управления движением. Линейные системы / Красовский Н.Н. – М.: Наука, 1968. – 476 с.
13. Абросимов В.А. Моделирование движения и маневрирования летательных аппаратов на нейронных сетях / В.К. Абросимов, В.И. Гончаренко // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2013. – № 3 (140). – С. 122 – 130.
14. Рогалев А.Н. Расчет включений фазовых состояний в задачах наблюдений за движением самолета / А.Н. Рогалев, А.А. Рогалев // Вестник СибГАУ. – 2012. – № 1. – С. 53 – 57.
15. Курьянов А.И. Об областях управляемости динамическими системами при ограничениях на управление и фазовые переменные / А.И. Курьянов // Ученые записки ЦАГИ. – 1988. – № 5. – С. 100 – 112.
16. Бобылев Д.К. О начале Гамильтона или Остроградского и о начале наименьшего действия Лагранжа / Бобылев Д.К. – Санкт-Петербург, 1899. – 96 с.
17. Расчет основных летно-технических характеристик самолета СУ-27 [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://vunivere.ru/work24277.

Стаття надійшла до редакції 30.07.2015