

УДК 528.48/624.1

д.т.н., проф. В.К. Чибіряков,  
к.т.н., проф. В.С. Старовєров, З.М. Кравченко,  
Київський національний університет будівництва та архітектури

## ДОСЛІДЖЕННЯ ТОЧНОСТІ ВИЗНАЧЕННЯ ОСАДОК ГРУНТОВИХ ОСНОВ У ПОСТАНОВЦІ ПЛОСКОЇ ДЕФОРМАЦІЇ

*Розглянута загальна методика визначення середньої квадратичної похибки (СКП) величин осадок ґрунтових масивів, від дії навантаження, через СКП фізико-механічних характеристик ґрунтової основи.*

**Постановка проблеми.** З геодезичної точки зору, важливим питанням є визначення величин осадок ґрунтових масивів, фундаментів, приrostів деформацій під дією навантаження, а також аналіз точності визначення розрахункових величин осідання.

**Аналіз останніх досліджень.** Серед фахових публікацій, у галузі геодезії, досить мало уваги приділяється цьому питанню.

**Мета статті.** Метою статті є розкриття питання обґрунтування та аналізу точності визначення величин деформацій ґрунтових масивів та приростів деформацій при дії зосередженого чи розподіленого навантаження.

**Викладення основного матеріалу.** В попередніх статтях [9] ми розглянули фізико-механічні властивості ґрунтових масивів, фактори, що впливають на роботу ґрунтової основи споруди. Оскільки деформації ґрунтових основ значно більші за деформації самої споруди, а міцність основ значно менша за міцність конструктивних елементів споруди, то необхідним є моделювання характеру взаємодії та сумісної роботи ґрунтової основи та споруди в цілому. Але перед тим як перейти до розрахунків сумісної роботи фундаментних конструкцій та ґрунтової основи, розглянемо задачу моделювання основ та їх плоскі деформації.

Звернемось до основного методу моделювання ґрунтових основ. Ґрунти є дисперсними тілами, що змінюють об'єм пор при стисненні та залежать від закону компресії (закону ущільнення). При дії нормальних напружень спостерігається бічне розширення зразків. У випадку дії дотичних напружень деформованість ґрунтових масивів характеризується модулем зсуву (при пружних деформаціях) та границею текучості (при пластичних деформаціях), коефіцієнтом в'язкості (що зумовлює в'язку течію). Деформації ґрунтів у часі

характеризуються законами фільтрації порової води, оскільки напруження передаються на скелет ґрунту та на порову воду, що в ньому знаходитьться.

Таблиця 1

## Загальні закони механіки ґрунтів

Властивості ґрунту	Закономірність	Показники	Практичне застосування
Стисливість	Закон ущільнення	Коефіцієнт стиснення	Осадки фундаментів
Водопроникність	Закон ламінарної фільтрації	Коефіцієнт фільтрації	Прогнозування осадок у часі водонасичених ґрунтів
Контактний опір зсуву	Умова міцності	Коефіцієнт внутрішнього тертя	Гранична межа міцності, стійкості та тиску
Структурно-фазова деформованість	Принцип лінійної деформованості	Модуль деформації	Визначення напружень та деформацій ґрунтових основ

Найпростішим методом моделювання ґрунтової основи є представлення її у вигляді лінійно-деформівного тіла. Проаналізуємо ряд переваг та недоліків при застосуванні теорії пружності, що описує процеси лінійного деформування тіл.

**Застосування теорії пружності.** Результати досліджень вказують на те, що у більшості випадків ґрунт не є пружним матеріалом; не має точної лінійної залежності між напруженнями та деформаціями; ґрунт є зернистим матеріалом, що має пори. Тоді чому використовують теорію пружності? Тому що напруженій стан ґрунтової основи має фазу пружних деформацій (напруження не перевищують структурну міцність ґрунту) та фазу ущільнення й місцевих зсувів, коли між навантаженням та осадкою є лінійний зв'язок. Теорія пружності застосовується при визначенні напружено-деформованого стану (НДС) суцільних пружних ізотропних тіл. Унаслідок наявності залишкових деформацій в ґрунті розв'язки теорії пружності для ізотропних тіл можна використовувати лише при одноразовому навантаженні основи! Тому приймають, що ґрунт є суцільним лінійно-деформівним тілом, на яке одноразово діє навантаження.

Не вдаючись до детальних розрахунків та методів визначення напруження в ґрутовому масиві від дії навантаження, розглянемо деформації ґрутової основи, що представлена півплощиною (задача Фламана).

### Осадка півплощини

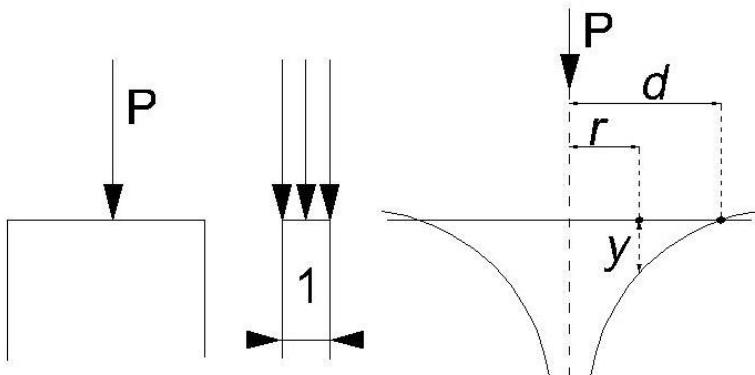


Рис. 1 Осадка півплощини від зосередженої сили.

Осадки для всіх точок верхньої грані в площині є нескінченно великими. Але в реальних умовах цього не відбувається, оскільки ми не маємо справи з півплощиною в чистому вигляді. Тому реч буде йти не про абсолютно осадки, а про різниці осадок різних точок (розглядається різниця осадок точок, що лежать на верхній границі півплощини, та точкою, що віддалена на відстань  $d$ ). Осадка будь-якої точки, що лежить на відстані  $r$  від місця прикладання

навантаження визначається за формулою Фламана [2]:

$$y = \frac{2P}{\pi E_0} \ln \frac{d}{r}, \quad (1)$$

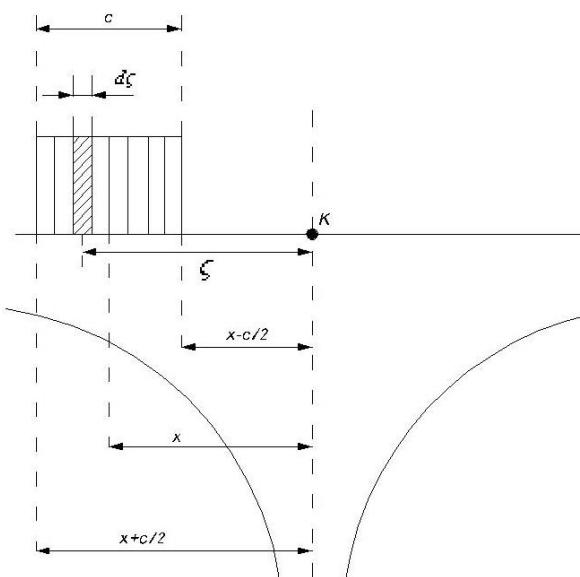
де  $E_0$  - модуль деформації основи. Ця формула визначає функцію осідання. Оскільки при  $r \rightarrow 0; y \rightarrow \infty$ , то необхідно перейти від зосередженого навантаження до розподіленого.

Рис. 2 Осадка півплощини від розподіленого навантаження.

Нехай однічне навантаження розподілене на ділянці  $c$ . Знайдемо осадку в точці  $K$ . При  $P = 1$ . Епюра осадок має зміст лінії впливу. Знайдемо площину, що обмежена кривою в межах навантаження, та помножимо на інтенсивність  $p$ .

$$p = 1/c. \quad (2)$$

Після інтегрування ділянки отримаємо (за незалежну змінну приймемо  $\zeta$ ):



$$y = \frac{1}{c} \int_{x-\frac{c}{2}}^{x+\frac{c}{2}} \frac{2}{\pi E_0} \ln \frac{d}{\zeta} d\zeta, \quad (3)$$

$$y = \frac{1}{\pi E_0} (F + C), \quad (4)$$

$F = -2 \frac{x}{c} \ln \left[ \frac{2\frac{x}{c}+1}{2\frac{x}{c}-1} \right] - \ln \left[ \left( 2 \frac{x}{c} + 1 \right) \left( 2 \frac{x}{c} - 1 \right) \right]$ , якщо точка  $K$  в межах зони розподіленого навантаження; (5)

$F = -2 \frac{x}{c} \ln \left[ \frac{1+2\frac{x}{c}}{1-2\frac{x}{c}} \right] - \ln \left[ \left( 1 + 2 \frac{x}{c} \right) \left( 1 - 2 \frac{x}{c} \right) \right]$ , якщо точка  $K$  поза межами зони розподіленого навантаження; (6)

$$C = 2 \ln \frac{d}{c} + 2 + 2 \ln 2. \quad (7)$$

Якщо точка  $K$  знаходитьться в центрі навантаженої ділянки, при  $x = 0$  отримаємо не нескінченість, а наступний вираз:

$$y = \frac{1}{\pi E_0} C. \quad (8)$$

Якщо маємо плоску деформацію, то функцію  $F$  та  $C$  необхідно помножити на  $(1 - \mu_0^2)$ , де  $\mu_0$  - коефіцієнт Пуассона.

Виконаємо оцінку точності визначення осадок півплощини.

$$y = \frac{2P}{\pi E_0} \ln \frac{d}{r} \rightarrow dy = \frac{\partial y}{\partial E_0} dE_0, \quad (9)$$

$$dy = \left( \frac{2P}{\pi} \ln \frac{d}{r} \right) \cdot \left( -\frac{1}{(E_0)^2} \right) \cdot dE_0, \quad (10)$$

$$m_y^2 = \left( \frac{2P}{\pi} \ln \frac{d}{r} \right)^2 \cdot \left( -\frac{1}{(E_0)^2} \right)^2 \cdot m_{E_0}^2, \quad (11)$$

де  $m_y^2$  - дисперсія визначення величини осадки півплощини від зосередженої сили  $P$ ;  $m_{E_0}^2$  - дисперсія визначення модуля деформації ґрутової основи. Так само для розподіленого навантаження при плоскій деформації:

$$y = \frac{(1-\mu_0^2)}{\pi E_0} (F + C) \rightarrow dy = \frac{\partial y}{\partial E_0} dE_0 + \frac{\partial y}{\partial \mu_0} d\mu_0 \quad .(12)$$

Диференціюємо вираз за змінною  $E_0$  та  $\mu_0$ :

$$dy = \frac{(1-\mu_0^2)}{\pi} (F + C) \cdot \left( -\frac{1}{(E_0)^2} \right) \cdot dE_0 + \frac{(F+C)}{\pi E_0} \cdot (-2\mu_0) \cdot d\mu_0, \quad (13)$$

$$m_y^2 = \left( \frac{(1-\mu_0^2)}{\pi} (F + C) \cdot \left( -\frac{1}{(E_0)^2} \right) \right)^2 \cdot m_{E_0}^2 + \left( \frac{(F+C)}{\pi E_0} \cdot (-2\mu_0) \right)^2 \cdot m_{\mu_0}^2, \quad (14)$$

де  $m_y^2$  - дисперсія визначення величини осадки півплощини від розподіленого навантаження інтенсивністю  $p$ ;  $m_{E_0}^2$  - дисперсія визначення модуля деформації

ґрунтової основи;  $m_{\mu_0}^2$  - дисперсія визначення коефіцієнта Пуассона ґрунтової основи.

Розглянемо осідання окрім розташованого фундаменту методом пошарового сумування. Розрахункова схема представлена лінійно-деформованим півпростором згідно з ДБН В.2.1-10-2009.

### Метод пошарового сумування

Цей метод передбачає, що ґрутовий масив є суцільним, ізотропним, лінійно-деформівним тілом; осадка зумовлена лише дією вертикального напруження  $\sigma_{zp}$  (інші п'ять компонентів не враховуються); бічне розширення відсутнє; напруження  $\sigma_{zp}$  визначається під центром підошви фундаменту; фундаменти не є жорсткими; різним характером стиснення окремих прошарків нехтують; деформації відбуваються лише в межах товщі  $H_c$ .

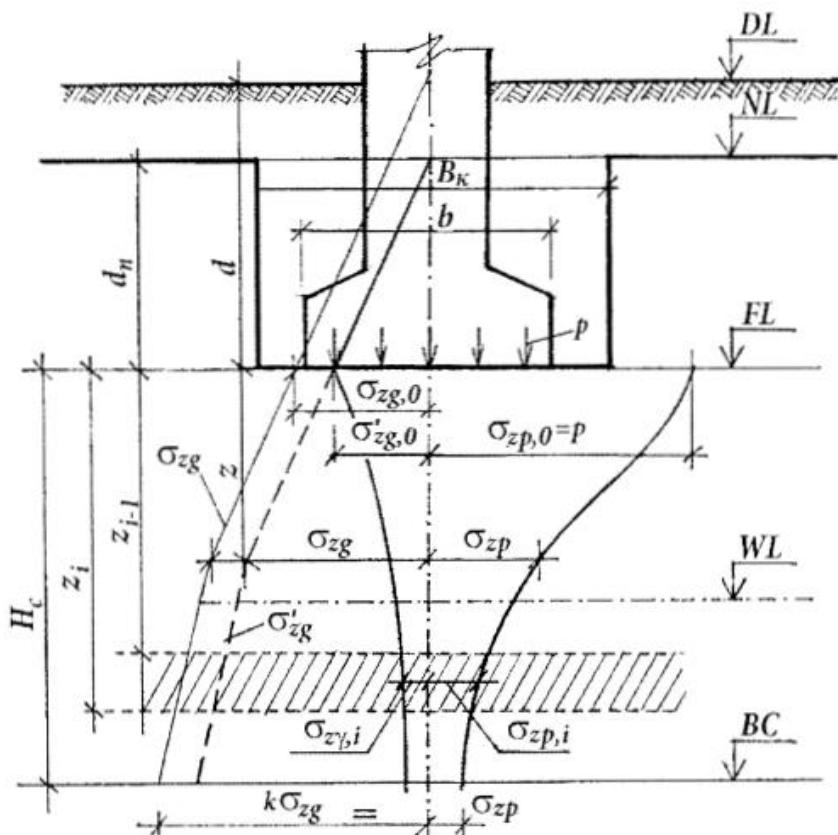


Рис. 3 Схема розподілу вертикальних напружень

Вихідна формула визначення осадки має вигляд (ДБН В.2.1-10-2009):

$$s = \beta \sum_{i=1}^n \frac{(\sigma_{zp,i} - \sigma_{z\gamma,i}) \cdot h_i}{E_i} + \beta \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_{z\gamma,i} \cdot h_i}{E_{e,i}}, \quad (15)$$

де  $\beta = 0.8$  – безрозмірний коефіцієнт;  $\sigma_{zp,i}$  - середнє значення вертикального нормального напруження в  $i$ -му прошарку від навантаження;  $\sigma_{z\gamma,i}$  - середнє значення вертикального нормального напруження в  $i$ -му прошарку від власної ваги ґрунту;  $h_i$  - товщина  $i$ -того прошарку;  $E_i$  - модуль деформації за гілкою первинного навантаження;  $E_{e,i}$  - модуль деформації за гілкою вторинного

навантаження (модуль пружності). Визначимо осадку одного прошарку та СКП визначення величини цієї осадки. При цьому  $\sigma_{zp} = a \cdot p$ ;  $\sigma_{z\gamma} = a_k \cdot \sigma_{zg,0}'$ ;  $E_e \cong 5 \cdot E$ .

$$s = \beta \left( \frac{(\sigma_{zp} - \sigma_{z\gamma}) \cdot h}{E} \right) + \beta \left( \frac{\sigma_{z\gamma} \cdot h}{E_e} \right) \rightarrow ds = \frac{\partial s}{\partial E_i} dE_i, \quad (16)$$

$$s = 0.8 \left( \frac{(a \cdot p) - (a_k \cdot \sigma_{zg,0}') \cdot h}{E} \right) + 0.8 \left( \frac{(a_k \cdot \sigma_{zg,0}') \cdot h}{5 \cdot E} \right), \quad (17)$$

$$s = 0.8 \cdot h \cdot \left( (a \cdot p) - \frac{4}{5} (a_k \cdot \sigma_{zg,0}') \right), \quad (18)$$

$$ds = 0.8 \cdot h \cdot \left( (a \cdot p) - \frac{4}{5} (a_k \cdot \sigma_{zg,0}') \right) \cdot \left( -\frac{1}{E^2} \right) \cdot dE, \quad (19)$$

$$m_{s_i}^2 = 0.64 \cdot h^2 \cdot \left( (a \cdot p) - \frac{4}{5} (a_k \cdot \sigma_{zg,0}') \right)^2 \cdot \left( \frac{1}{E^4} \right) \cdot m_{E_i}^2, \quad (20)$$

де  $m_{s_i}^2$  - дисперсія визначення осадки одного прошарку;  $m_{E_i}^2$  - дисперсія визначення модуля деформації. При шаруватості ґрунтової основи дисперсія всієї осадки визначатиметься як сума дисперсій окремих прошарків, кількістю  $n$ :

$$m_s^2 = m_{s_1}^2 + \dots + m_{s_n}^2 \text{ або } m_s^2 = m_{s_m}^2 \cdot n. \quad (21)$$

Для швидкого визначення величини осадки допускається використання формули, що базується на лінійно-деформованому півпросторі (при нижній межі стиснення товщі на глибині, додаткові напруження стиску становить  $0.1p$ ):

$$s = 1.44 \frac{\eta}{\eta+1} \frac{(p - \sigma_{zg,0})b}{E_c}, \quad (22)$$

де  $\eta = l/b$  – відношення довжини до ширини. Оцінимо точність отримання величини осадки:

$$s = 1.44 \frac{l/b}{l/b+1} \frac{(p - \sigma_{zg,0})b}{E_c} \rightarrow ds = \frac{\partial s}{\partial E_c} dE_c, \quad (23)$$

$$ds = 1.44 \cdot \frac{l/b}{l/b+1} \frac{(p - \sigma_{zg,0})b}{1} \cdot \left( -\frac{1}{E_c^2} \right) \cdot dE_c, \quad (24)$$

де  $E_c$  – осереднений модуль деформації;  $H_c$  - глибина стисливої товщі;  $z_i$  - відстань від середини  $i$ -го прошарку до нижньої межі стисливої товщі:

$$E_c = \frac{\sum_i^n E_i h_i z_i}{0.5 \cdot H_c^2} \rightarrow dE_c = \frac{\partial E_c}{\partial E_i} dE_i \partial e H_c = k \cdot b, \quad (25)$$

$$dE_c = \frac{n \cdot h \cdot z}{0.5 \cdot k^2 \cdot b^2} \cdot dE \text{ після підстановки отримаємо}$$

$$ds = 1.44 \cdot \frac{l/b}{l/b+1} \cdot \frac{(p - \sigma_{zg,0})b}{1} \cdot \left( -\frac{1}{E_c^2} \right) \cdot \left( \frac{n \cdot h \cdot z}{0.5 \cdot k^2 \cdot b^2} \cdot dE \right), \quad (26)$$

$$m_s^2 = \left[ 1.44 \cdot \frac{l/b}{l/b+1} \cdot \frac{(p-\sigma_{zg,0})b}{1} \right]^2 \cdot \left( \frac{1}{E_c^4} \right) \cdot \left[ \frac{n \cdot h \cdot z}{0.5 \cdot k^2 \cdot b^2} \right]^2 \cdot m_E^2, \quad (27)$$

де  $m_s^2$  – дисперсія визначення осадки за спрощеною формулою;  $m_E^2$  – дисперсія визначення модуля деформації окремого прошарку;  $k$  - коефіцієнт з таблиці. За ДБН В.2.1-10-2009 визначимо величину крену фундаменту та виконаємо оцінку точності величини крену.

$$i = \frac{1-\nu^2}{E} \cdot k_e \cdot \frac{N \cdot e}{(a/2)^3}, \quad (28)$$

де  $\nu$  – коефіцієнт поперечної деформації;  $k_e$  - коефіцієнт за таблицею;  $N$  - складова рівнодіючих всіх навантажень;  $e$  - ексцентриситет;  $a$  - діаметр круглого або сторона прямокутного фундаменту.

Виконаємо оцінку точності визначення величини крену:

$$di = \frac{\partial i}{\partial \nu} d\nu + \frac{\partial i}{\partial E} dE, \quad (29)$$

$$di = (-2\nu) \cdot \frac{k_e \cdot N \cdot e}{E \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^3} \cdot d\nu + \frac{(1-\nu^2) \cdot k_e \cdot N \cdot e}{(a/2)^3} \cdot \left(-\frac{1}{E^2}\right) \cdot dE, \quad (30)$$

$$m_i^2 = \left[ (-2\nu) \cdot \frac{k_e \cdot N \cdot e}{E \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^3} \right]^2 \cdot m_\nu^2 + \left[ -\frac{(1-\nu^2) \cdot k_e \cdot N \cdot e}{(a/2)^3 \cdot E^2} \right]^2 \cdot m_E^2, \quad (31)$$

де  $m_\nu^2$  – дисперсія визначення коефіцієнта Пуассона; ;  $m_E^2$  – дисперсія визначення модуля деформації.

### Врахування нелінійності

Наближений емпіричний метод врахування нелінійності при визначенні величини осадки ґрутового масиву, що використовує рішення Шлейхера для лінійно-пружного напівпростору та гіперболічний закон зміни модуля деформації, був запропонований Б.П. Поповим [3]:

$$s = \frac{(1-\nu^2) \cdot \omega \cdot b \cdot p}{E_0 \cdot (1-p/p_{max})}, \quad (32)$$

де  $\nu$  - коефіцієнт Пуассона;  $\omega$  - коефіцієнт, що залежить від форми підошви фундаменту та жорсткості;  $b$  - ширина фундаменту;  $p$  - середнє рівномірно розподілене навантаження на поверхні основи;  $E_0$  - модуль деформації при  $p \rightarrow 0$ ;  $p_{max}$  - навантаження, при якому вичерпується несуча здатність ґрутової основи.

$$ds = \frac{\partial s}{\partial \nu} d\nu + \frac{\partial s}{\partial E_0} dE_0, \quad (33)$$

$$ds = \left[ \frac{(-2\nu) \cdot \omega \cdot b \cdot p}{E_0 \cdot (1-p/p_{max})} \cdot d\nu \right] + \left[ \left( \frac{(1-\nu^2) \cdot \omega \cdot b \cdot p}{(1-p/p_{max})} \right) \cdot \left( -\frac{1}{E_0^2} \right) \cdot dE_0 \right], \quad (34)$$

$$m_s^2 = \left[ \frac{(-2\nu) \cdot \omega \cdot b \cdot p}{E_0 \cdot (1-p/p_{max})} \right]^2 \cdot m_\nu^2 + \left[ \left( \frac{(1-\nu^2) \cdot \omega \cdot b \cdot p}{(1-p/p_{max})} \right) \cdot \left( -\frac{1}{E_0^2} \right) \right]^2 \cdot m_{E_0}^2, \quad (35)$$

### Визначення осадки за методом Лалетіна

Цей метод базується на тому, що модуль деформації  $E_0$  лінійно-деформованого ґрунтового масиву не є постійним. Професор М. В. Лалетін розглядав ущільнення ґрунтових масивів під фундаментами за наступною формулою (для квадратних та круглих фундаментів) [1]:

$$s = \frac{1}{4 \cdot K \cdot p_0} \sqrt{\frac{p_{\text{доо}} \cdot F}{\pi \cdot E_{\text{залиши}} \cdot (1 + \xi)}} = \frac{1}{4 \cdot K \cdot p_0} \cdot \frac{\sqrt{p_{\text{доо}} \cdot F}}{\sqrt{\pi \cdot E_{\text{залиши}} \cdot (1 + \xi)}}, \quad (36)$$

де  $b$  - ширина фундаменту;  $F$  - площа підошви фундаменту;  $E_{\text{залиши}}$  - модуль залишкової деформації ґрунту;  $\xi$  - коефіцієнт бічного тиску ґрунту;  $p_0$  - радіальне напруження на границі ущільнення ґрунту, де його структура зберігає свій початковий стан;  $K$  - коефіцієнт, що визначає долю часток від загального об'єму, задіяних в ущільненні ґрунту.

$$ds = \frac{\partial s}{\partial E_{\text{залиши}}} dE_{\text{залиши}} + \frac{\partial s}{\partial \xi} d\xi, \quad (37)$$

$$\begin{aligned} ds &= \left( \frac{\sqrt{p_{\text{доо}} \cdot F}}{4 \cdot K \cdot p_0 \cdot \sqrt{\pi \cdot (1 + \xi)}} \right) \cdot \left( -\frac{1}{2 \cdot \sqrt{E_{\text{залиши}}^3}} \cdot dE_{\text{залиши}} \right) + \dots \\ &\dots + \left( \frac{\sqrt{p_{\text{доо}} \cdot F}}{4 \cdot K \cdot p_0 \cdot \sqrt{\pi \cdot E_{\text{залиши}}}} \right) \cdot \left( -\frac{1}{2 \cdot \sqrt{(1 + \xi)^3}} \cdot d\xi \right), \end{aligned} \quad (38)$$

$$m_s^2 = \frac{p_{\text{доо}} \cdot F}{64 \cdot K^2 \cdot p_0^2 \cdot \pi} \cdot \left[ \frac{m_{E_{\text{залиши}}}^2}{(E_{\text{залиши}}^3) \cdot (1 + \xi)} + \frac{m_\xi^2}{(1 + \xi)^3 \cdot E_{\text{залиши}}} \right], \quad (39)$$

$m_\xi^2$  - дисперсія коефіцієнта бічного тиску;  $m_{E_{\text{залиши}}}^2$  - дисперсія модуля залишкової деформації.

### Визначення кінцевої осадки поверхні прошарку ґрунту при суцільному навантаженні (одномірна задача ущільнення)

На поверхню прошарку ґрунту діє суцільне навантаження з інтенсивністю  $p$ . Осадка  $s$  визначається за формулою:

$$s = h \frac{m_0}{1 + e_1} p, \quad (40)$$

де  $m_0$  - коефіцієнт стиснення. Тоді формула кінцевої стабілізованої осадки поверхні при суцільному навантаженні матиме вигляд:

$$s = hm_\nu p \text{ або } s = h(\beta/E_0)p, \quad (41)$$

де  $m_\nu$  – коефіцієнт відносного стиснення;  $\beta$  - коефіцієнт, що залежить від бічного розширення;  $E_0$  - модуль деформації.

$$ds = \frac{\partial s}{\partial E_0} dE_0 + \frac{\partial s}{\partial \beta} d\beta, \quad (42)$$

$$ds = h \cdot p \cdot \left( -\frac{1}{E_0^2} \right) dE_0 + \frac{h \cdot p}{E_0} d\beta, \quad (43)$$

$$m_s^2 = \frac{h^2 \cdot p^2}{E_0^4} \cdot m_{E_0}^2 + \frac{h^2 \cdot p^2}{E_0^2} \cdot m_\beta^2, \quad (44)$$

### Зміна осадок у часі

Оскільки деякі ґрутові масиви, що мають властивість насичуватися водою, під дією навантаження деформуються в часі по-різному, тому процес розвитку цих деформацій повинен супроводжуватися теорією фільтраційної консолідації та явищ повзучості (вторинної консолідації) [5].

#### Осадка за одномірною задачею теорії фільтраційної консолідації

$$S_t = S \left( 1 - \frac{8}{\pi^2} e^{-\xi t} \right), \quad (45)$$

$$S = \frac{a \cdot p \cdot h}{1 + \varepsilon_e}, \quad (46)$$

де  $a$  - коефіцієнт ущільнення;  $\varepsilon_e$  - коефіцієнт пористості;  $S$  - стабілізована повна осадка плити;  $\xi$  - коефіцієнт, що залежить від фізичних властивостей ґрунту та його потужності  $h$ ;  $e$  - основа натурального логарифму:

$$\xi = \frac{\pi^2 \cdot K_\phi \cdot (1 + \varepsilon_e)}{N \cdot a \cdot \gamma_B \cdot h^2}, \quad (47)$$

де  $\varepsilon_e$ ,  $K_\phi$ ,  $a$  - коефіцієнти пористості, фільтрації та відповідно ущільнення прошарку ґрунту;  $N$  - коефіцієнт, що залежить від характеру відводу порової води;  $\gamma_B$  - вага води.

$$ds_t = \frac{\partial s_t}{\partial \xi} d\xi + \frac{\partial s_t}{\partial a} da \rightarrow d\xi = \frac{\partial \xi}{\partial K_\phi} dK_\phi + \frac{\partial \xi}{\partial \varepsilon_e} d\varepsilon_e, \quad (48)$$

$$m_{s_t}^2 = \left( \frac{\partial s_t}{\partial \xi} \right)^2 m_\xi^2 + \left( \frac{\partial s_t}{\partial a} \right)^2 m_a^2 \rightarrow m_\xi^2 = \left( \frac{\partial \xi}{\partial K_\phi} \right)^2 m_{K_\phi}^2 + \left( \frac{\partial \xi}{\partial \varepsilon_e} \right)^2 m_{\varepsilon_e}^2, \quad (49)$$

де  $m_{\varepsilon_e}^2$  - дисперсія коефіцієнта пористості;  $m_{K_\phi}^2$  - дисперсія коефіцієнта фільтрації;  $m_a^2$  - дисперсія коефіцієнта ущільнення.

#### Осадка прошарку ґрунту в часі при фільтраційній консолідації

Розглянемо розвиток осадки прошарку, що повністю є водонасиченим, під дією суцільного рівномірно розподіленого навантаження. За цих умов діють певні припущення: прошарок товщиною  $h$  є однорідним, повністю насичений вільною, нестисливою та гідралічною неперервною водою; скелет ґрунту є лінійно-деформівним тілом, а напруження миттєво призводять до деформацій; ґрунт не має структурної міцності, тому все навантаження передається на порову воду; рух порової води відповідає закону ламінарної фільтрації (Дарсі).

Після дії навантаження по всіх глибинах виникає тиск  $p$ , що діє на порову воду. За законами ламінарної фільтрації та компресії рівняння матиме вигляд однорідного лінійного диференціального рівняння другого порядку в часткових похідних [6]:

$$c_v \frac{\partial^2 \sigma_z}{\partial z^2} = \frac{\partial \sigma_z}{\partial t}, \quad (50)$$

де  $c_v$  - коефіцієнт консолідації, що визначається за формулою:

$$c_v = k_f / (m_v \gamma_\omega), \quad (51)$$

де  $k_f$  - коефіцієнт фільтрації ґрунту;  $m_v$  - коефіцієнт відносного стиснення ґрунту;  $\gamma_\omega$  – питома вага води. Значення функції цього рівняння представлено у вигляді ряду Фур'є для будь-якого відрізка часу:

$$\sigma_z(t) = p \left[ 1 - \sum_0^m \frac{4}{(2m+1)\pi} \sin \frac{\pi(2m+1)z}{2h} e^{-(2m+1)^2 N} \right], \quad (52)$$

де  $m$  - додатне ціле число натурального ряду;  $e$  - основа натурального логарифму;  $N = (\pi^2 c_v / 4h^2)t$ ;  $h$  - товщина прошарку;  $t$  - час від початку завантаження. Деформація окремого прошарку виражається за формулою:

$$ds = m_v \sigma_z dz. \quad (53)$$

А осадку поверхні прошарку, що має товщину  $h$ , за час  $t$  визначають за допомогою інтегрування від 0 до  $h$ :

$$s_t = m_v \int_0^h \sigma_z dz, \quad (54)$$

$$s_t = hm_v p \left[ 1 - \frac{8}{\pi^2} \left( e^{-N} + \frac{1}{9} e^{-9N} + \dots \right) \right], \quad (55)$$

$$ds_t = \frac{\partial s_t}{\partial m_v} dm_v + \frac{\partial s_t}{\partial c_v} dc_v, \quad (56)$$

$$m_{s_t}^2 = \left( \frac{\partial s_t}{\partial m_v} \right)^2 m_{m_v}^2 + \left( \frac{\partial s_t}{\partial c_v} \right)^2 m_{c_v}^2, \quad (57)$$

$m_{c_v}^2$  – дисперсія визначення коефіцієнта консолідації;  $m_{m_v}^2$  - дисперсія коефіцієнта відносного стиснення. Усі згадані фізичні та механічні параметри ґрунтових основ визначаються згідно з ГОСТ 12248-96 (ДБН Б.В.2.1-4):

$$E = \frac{1+e_0}{m_0} \cdot \beta \quad \beta = 1 - \frac{2 \cdot \nu^2}{1-\nu} \quad \nu = -\frac{\Delta \varepsilon_3}{\Delta \varepsilon_1} \quad m_0 = \frac{e_i - e_{i+1}}{p_{i+1} - p_i} \quad E = \frac{\Delta \sigma_1}{\Delta \varepsilon_1}. \quad (58)$$

**Висновки.** В роботі запропоновано метод та підхід щодо визначення дисперсій осадок та приростів деформацій ґрунтових основ на основі практичних в теорії механіки ґрунтів математичних моделей. Розкрито зміст функціональних зв'язків між фізико-механічними характеристиками та величинами осадок за умови плоскої задачі механіки ґрунтів, що дає змогу визначити точність геодезичних спостережень за осадками ґрунтових основ при проведенні геодезичного моніторингу інженерного середовища «ґрунтова основа – інженерна споруда». Це сприятиме подальшому обґрунтуванню точності виконання геодезичного моніторингу середовища.

**Перспективи наступних досліджень.** Тема отримає подальший розвиток в просторовій постановці задачі механіки ґрунтів та аналізі точності отриманих величин осадок та їх дисперсії.

### Література

1. Денисов О. Г. Основания и фундаменты. Москва, 1968. – 130.
2. Жемочкин Б.Н. Практические методы расчёта фундаментных балок и плит на упругом основании. Москва, 1962. - с. 22-28.
3. Клепиков С.Н. Расчёт сооружений на деформируемом основании. Киев, 1996. – 182 с.
4. Кушнер С.Г. Расчёт осадок оснований зданий и сооружений. Киев, 1990. – 144 с.
5. Лалетин Н.В. Основания и фундаменты. Москва, 1970. – 352 с.
6. Цытович Н.А. Механика грунтов. Москва, 1983. – 288 с.
7. ДБН В.Б.2.1-10-2009. Основи та фундаменти споруд. Київ, 2009.
8. ГОСТ 12248-96. Методы лабораторного определения характеристик прочности и деформируемости.
9. Чубрjakov B. K., Starovarov B. C., Kravchenko Z. M. Науково-технічний збірник. Інженерна геодезія. Випуск 56. Київ, 2010.

### Аннотация

Рассмотрена общая методика определения средней квадратичной ошибки (СКО) величин осадок грунтовых массивов, от действия нагрузки, через СКО физико-механические характеристики грунтового основания.

### Annotation

*The total method of determining the average square mistake of submersion of ground base from the load is reviewed, through the average square mistakes of physical and mechanical features of ground base.*