

УДК 624.074.433

доцент О.О. Голов, А.М. Пашенко,
Полтавський національний технічний
університет імені Юрія Кондратюка

НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН НЕКРУГОВИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК

Описано методику розрахунку розгалужених некругових циліндричних оболонок під дією статичного навантаження, яка базується на зведенні двовимірної задачі до одновимірної за допомогою рядів Фур'є, на застосуванні методу дискретної ортогоналізації С.К. Годунова розв'язання крайових задач і методі переміщень.

Ключові слова: *некругова циліндрична оболонка, метод переміщень, метод дискретної ортогоналізації.*

Постановка проблеми. Для розрахунку некругових циліндричних оболонок, шарнірно опертих по контурах, у монографії [1] застосовується зведення двовимірної задачі до одновимірної за допомогою рядів Фур'є, а системи лінійних диференціальних рівнянь розв'язуються стійким методом дискретної ортогоналізації С.К. Годунова. Було б доцільним застосувати цей підхід до визначення напружено-деформованого стану розгалужених тонкостінних некругових циліндричних систем.

Аналіз публікацій. Метод дискретної ортогоналізації С.К. Годунова для розв'язання задач статичної фізики лінійних вісесиметричних оболонок обертання розроблений та викладений у роботах [1], [2]. У роботі [3] застосовано метод переміщень для розрахунку складчастих систем.

Виділення не розв'язаних раніше частин загальної проблеми. На практиці переважно доводиться розраховувати не окремі циліндричні оболонки, а системи оболонок, з'єднаних між собою по прямолінійних контурах. При цьому граничні умови в місцях стиків окремих оболонок для формулювання задач Коші є невідомими. Тому **метою цієї роботи** є розвиток і вдосконалення методики визначення напружено-деформованого стану систем типу розгалуженої некругової циліндричної оболонки.

Викладення основного матеріалу. Об'єктом дослідження є оболонка, серединна поверхня якої утворена переносом прямої вздовж довільної плоскої кривої, що складається з низки гілок, твірні яких стикуються між собою у вузлах (рис. 1).

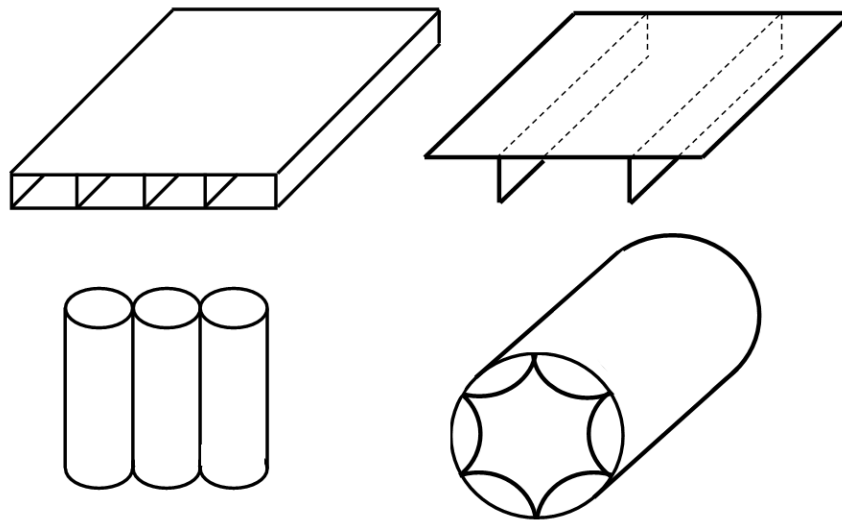


Рис. 1. Розгалужені системи оболонок

Система диференціальних рівнянь у частинних похідних статки некругових циліндричних оболонок у криволінійних координатах s та t має такий вигляд [1]:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = F \left(N, \frac{\partial N}{\partial s}, \frac{\partial^2 N}{\partial s^2}, \frac{\partial^3 N}{\partial s^3}, \frac{\partial^4 N}{\partial s^4} \right) + f(t, s),$$

де $N = \{N_x, N_z, N_{ts}, M_t, u_x, u_z, u, \beta_t\}$ – функції розв’язку.

Будемо розглядати деформацію циліндричних оболонок із параметрами, змінними по напрямній, що вільно опираються по торцях $s=0, s=L$. Після поділу змінних для кожного номера k ряду Фур’є отримуємо систему звичайних диференціальних рівнянь восьмого порядку із змінними коефіцієнтами:

$$\frac{\partial N_k}{\partial t} = A(t)N_k + f_k(t), \quad N_k = \{N_x, N_z, N_{ts}, M_t, u_x, u_z, u, \beta_t\},$$

$$A = \|a_{ij}(t)\| \quad (i, j = 1, 2, \dots, 8), \quad f_k = \{f_1(t), f_2(t), \dots, f_8(t)\}.$$

Застосуванням рядів Фур’є двовимірна крайова задача зводиться до одновимірної. При цьому система 8-ми диференціальних рівнянь у частинних похідних зводиться до незв’язаних $8n$ звичайних диференціальних рівнянь, де n – кількість членів ряду Фур’є. Точність розрахунку досягається набором потрібної кількості членів ряду.

Для виконання розрахунків окремих оболонок розгалуженої системи, сполучених уздовж прямолінійних граничних контурів, необхідно мати у своєму розпорядженні граничні умови на прямолінійних контурах оболонок. Вони визначаються методом переміщень [2, 3]. Вибір даного методу

зумовлений єдністю основної системи, що зручно для реалізації на ЕОМ. З додержанням класичного методу переміщень по всій довжині вузлових ліній вводяться безперервно розподілені в'язі, які виключають три переміщення u_x, u_z, u і кут повороту β_t . Представляючи ці переміщення у вигляді тригонометричних рядів

$$u_x = \sum_{k=1}^m u_{xk} \sin \lambda_k s, \quad u_z = \sum_{k=1}^m u_{zk} \sin \lambda_k s,$$

$$u = \sum_{i=1}^m u_k \cos \lambda_k s, \quad \beta_{tk} = \sum_{k=1}^m \beta_{tk} \sin \lambda_k s,$$

де $\lambda_k = k\pi/l$, l – довжина оболонки, а m – число членів ряду, замість невідомих u_x, u_z, u, β_t будемо мати невідомі коефіцієнти в розкладанні. Це еквівалентно введенню групових узагальнених невідомих для переміщень, що змінюються за законами синуса та косинуса. Кожну з реакцій можна представити як суму реакцій оболонок, що стикаються у вузлі. Таким чином, формування матриці жорсткості й вектора узагальнених навантажень усієї системи здійснюється послідовним включенням у них матриць жорсткості $[K_k]$ і векторів узагальнених навантажень $[R_k]$ кожного елемента k циліндричної розгалуженої системи. При цьому для визначення $[K_k]$ та $[R_k]$ вирішуються 4 крайові задачі для однорідної системи рівнянь статички некругових циліндричних оболонок з однорідними граничними умовами й одна задача для неоднорідної системи з однорідними граничними умовами на поздовжніх контурах.

На основі вищеописаного алгоритму розроблено програму для аналізу напружено-деформованого стану систем циліндричних розгалужених оболонок некругового обрису. Головне вікно програми зображено на рисунку 2. Програма має засоби для створення напрямної оболонки з відрізків, дуг та довільних кривих, які представляються параметричними кубічними сплайнами. Вона має інструментарій для того, щоб установлювати всі можливі типи опор і прикладати до оболонки всі можливі типи зовнішніх навантажень. Для прикладання довільних навантажень до поверхні оболонки використовуються параметричні кубічні сплайни. Точність розрахунку задається кількістю членів ряду Фур'є та кількістю точок ортогоналізації векторів розв'язків на напрямній кожної окремої оболонки системи. Для створення й редагування моделі розгалуженої системи передбачено зміну масштабу і перегляд фрагментів моделі так, як це здійснюється у відомих САД-системах. Програма має зручний інструментарій для перегляду результатів розрахунку оболонки – епюр внутрішніх зусиль та переміщень.

Для підтвердження достовірності результатів, одержуваних на основі вищеописаних алгоритмів, було досліджено напружено-деформований стан

низки оболонок, аналітичні та числові розв'язки для яких наведено в роботах [1 – 6].

Приклад 1. Виконано розрахунок овальної (складеної із чотирьох дуг) шарнірно опертої оболонки, аналітичні розв'язки для якої наведено в монографії В.В. Новожилова [4]. По епюра поздовжніх сил N_t , побудована за результатами розрахунку овальної оболонки під дією внутрішнього тиску для 30 членів ряду Фур'є.

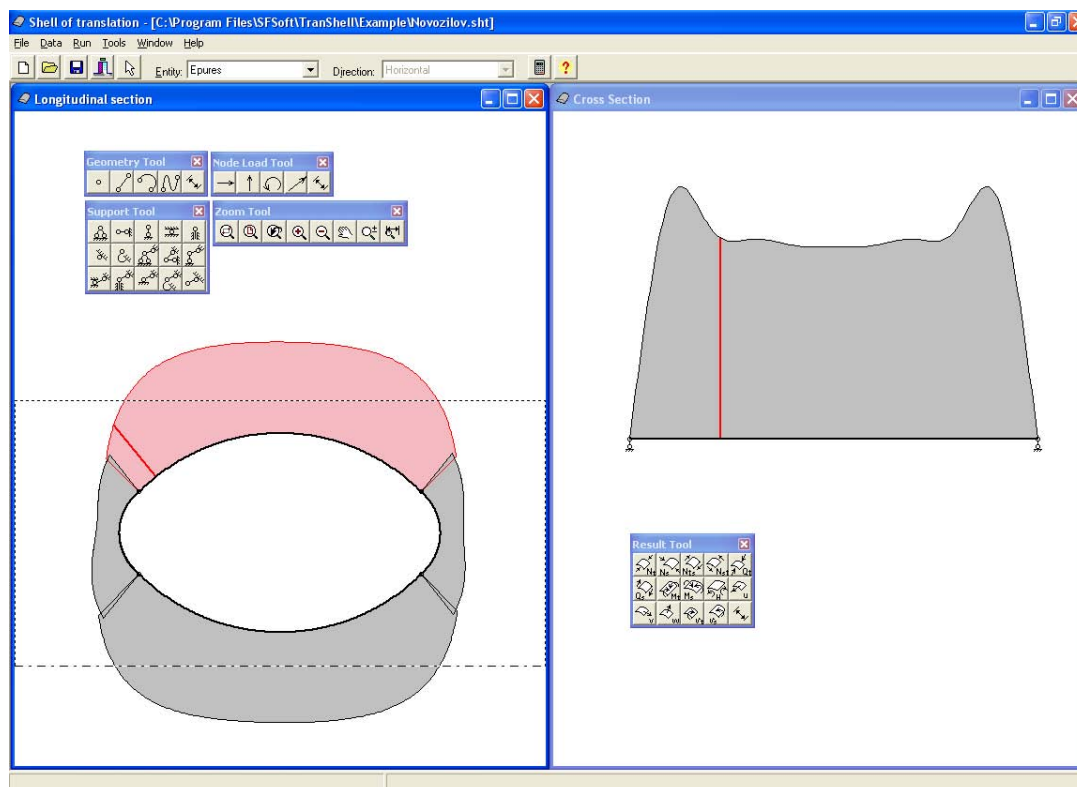


Рис. 2. Головне вікно програми розрахунку розгалужених некругових циліндричних оболонок. Епюра поздовжніх сил в овальній оболонці

Приклад 2. Визначено напружено-деформований стан оболонки еліптичного поперечного перетину, числові розв'язки для якої наведено в роботі [1]. Розбіжності склали менше 0,5 %.

Приклад 3. Виконано аналіз напружено-деформованого стану Т-подібної плити, складеної з низки пластин, розрахунок якої наведено в роботі [3]. У цьому контрольному прикладі відмінність результатів від аналітичних не перевищила 2 %. На рисунку 3 наведено епюру поздовжніх сил уздовж твірної для першого члена ряду Фур'є.

Приклад 4. Виконано розрахунки низки квадратних та прямокутних пластин, що спираються шарнірно на опорах, для яких аналітичні розв'язки

отримані в подвійних тригонометричних рядах [5]. Розбіжності між аналітичними і числовими розв'язками становлять менше 0,5 %.

Приклад 5. Виконано аналіз напружено-деформованого стану поздовжньо розгалуженої системи, складеної з кругових циліндричних оболонок. Одержані результати відрізняються від наведених у роботі [6] в межах 1 %.

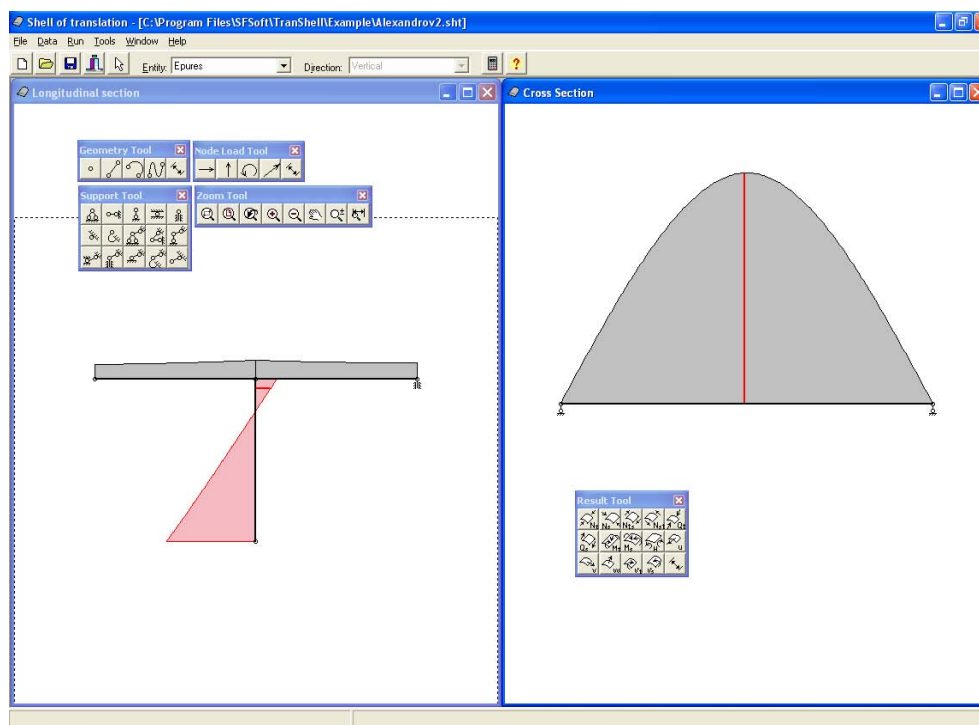


Рис. 3. Епюра поздовжніх сил у Т-подібній плиті

Висновки

Застосування рядів Фур'є до системи рівнянь статички некругових циліндричних оболонок зі змінними по напрямній параметрами з метою зведення двовимірної задачі до одновимірної, метод дискретної ортогоналізації розв'язання крайової задачі для систем лінійних диференціальних рівнянь для кожної гармоніки в розкладенні та метод переміщень дозволяють дуже точно визначати напружено-деформований стан розгалужених систем некругових циліндричних оболонок. Різниця між аналітичними розв'язками та розв'язками, одержуваними за даним алгоритмом, становить менше 2–3 %.

Література

1. Методы расчета оболочек. Т.4. Теория оболочек переменной жесткости / Я.М. Григоренко, А.Т. Василенко. – К.: Наук. думка, 1981. – 544 с.
2. Мясенков В.И., Мальцев В.П. Методы и алгоритмы расчета пространственных конструкций на ЭВМ ЕС. – М.: Машиностроение, 1984. – 278 с.

3. Александров А.В., Лашеников Б.Я., Шапошников Н.Н., Смирнов В.А. Под. ред. А.Ф. Смирнова. Методы расчета стержневых систем, пластин и оболочек с использованием ЭВМ. Ч.1. – М.: Стройиздат, 1976. – 286 с.
4. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек. – Ленинград: Судостроение, 1962. – 431 с.
5. Александров А.В., Потапов В.Д. Основы теории упругости и пластичности. – М.: Высшая школа, 1990.
6. Ягудин К.З. Напряженно-деформированное состояние тонкостенных продольно-разветвленных цилиндрических оболочек под действием локального нагружения. 01.02.03 – строительная механика. Автореферат ... – Харьков: Харьковский авиационный институт, 1980. – 22 с.

Аннотация

Описана методика расчета разветвленных некруговых цилиндрических оболочек на статическую нагрузку, основанная на сведении двумерной задачи к одномерной с помощью рядов Фурье, на применении метода дискретной ортогонализации С.К. Годунова решения краевых задач и методе перемещений.

Annotation

Analysis of shells consisting of several noncircular cylindrical branches was considered by means of algorithm that based on discrete orthogonalization method, Fourier series and stiffness matrix method.