

УДК 528

Тарнопольский Є.А.,
Київський національний університет будівництва та архітектури

ВИКОРИСТАННЯ СТЕРЕОГРАФІЧНИХ ПРОЕКЦІЙ ДЛЯ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ МІСЬКОГО ЗЕМЕЛЬНОГО КАДАСТРУ

Виконано аналіз можливості застосування стереографічних проекцій для забезпечення кадастрових робіт в містах України.

Постановка проблеми. Топографо-геодезичне забезпечення знімання є чи не найважливішою складовою землеустрою та кадастру. У процесі землевпорядної та кадастрової діяльності створюються і використовуються десятки різновидів карт і планів. Земельна реформа в Україні потребує виконання топографо-геодезичних знімачь безлічі земельних ділянок та формування відповідної бази даних у складі автоматизованої системи державного земельного кадастру. Відомо, що визначальними умовами при виборі картографічних проекцій є мінімальні спотворення та спільність проекцій для карт на територію країни, зручність вимірів на них. В Україні в кадастрових зніманнях застосовується система координат СК-63, яка не враховує особливостей території країни та системи ведення кадастрових робіт на нинішньому етапі. Ці обставини та масштабність земельної реформи, що проводиться в країні, і визначають актуальність проблеми дослідження й вироблення рекомендацій, щодо вибору картографічних проекцій та систем координат для земельно-кадастрових робіт і землеустрою в містах України.

Огляд останніх публікацій. При виконанні кадастрових робіт в крупних містах України неодмінно постає питання використання геодезичних проекцій та місцевих систем координат. Ще в 60-х роках минулого сторіччя професором Г.В. Багратуні були сформовані основні вимоги, яким повинні задовольняти проекції та системи координат, які використовуються для виконання інженерно-геодезичних та топографо-геодезичних робіт в крупних містах [1]. Що стосується загальнодержавної проекції, то тут проведено значну кількість досліджень [2-4] і встановлено, що найбільш доцільним є використання універсальної поперечно-циліндричної проекції Меркатора (UTM). З іншого боку вимоги до міських систем координат, принципово відрізняються від вимог до загальнодержавної проекції, а отже можна прийти до висновку, що в Україні разом з системою координат і проекцією UTM для державних топографо-геодезичних робіт повинні застосовуватись проекції і системи координат для геодезичного забезпечення кадастрових робіт в містах.

Мета дослідження є вибір картографічних проекцій та систем координат для комплексного вирішення задачі топографо-геодезичного забезпечення земельного кадастру в містах України.

Виклад основного матеріалу. По перше проекція і система координат повинні бути єдиними з загальнодержавною, по друге загальнодержавна система повинна застосовуватись з врахуванням специфіки виконання робіт в міських умовах, по третє вимоги загальнодержавних топографо-геодезичних і міських робіт при виборі проекції і системи координат в повній мірі неможливо сумістити і тому проекції і системи координат для цих робіт повинні бути різними, але строго математично обґрунтованими і пов'язаними між собою.

При виборі проекції і системи координат для топографо-геодезичних робіт в містах слід враховувати наступні вимоги:

1. Проекція повинна бути конформною, а система координат повинна мати єдиний принцип застосування;
2. Математична основа повинна бути строго аналітичною і пов'язаною з загальнодержавною, при цьому слід намагатися, щоб перехід від однієї системи координат до іншої був найпростішим;
3. Спотворення відстаней і редуція напрямків повинні бути по можливості як найменшими.

Таким чином, якщо врахувати вище розглянуті вимоги, які принципово відрізняються від загальнодержавних то можна прийти до висновку, що в Україні разом з системою координат і проекцією UTM для державних топографо-геодезичних робіт повинні застосовуватись проекції і системи координат для геодезичного забезпечення кадастрових робіт в містах.

Головним недоліком застосування проекції UTM в міських кадастрових роботах є великі лінійні спотворення цієї проекції. Хоча вони в половину менші за спотворення, які були в проекції Гауса-Крюгера, все ж вони є достатньо суттєвими і знехтувати цим неможливо. Лінійні спотворення в проекції UTM збільшуються пропорційно квадрату ординати відносно двох меридіанів зони на яких масштаб дорівнює 1. Оскільки проекція UTM, як і проекція Гауса-Крюгера належать до класу циліндричних, то загальновідомо, що ці проекції мають значно більші лінійні спотворення в порівнянні з конічними, або стереографічними проекціями. Якщо передбачити можливість застосування саме стереографічної проекції то постає питання однозначного зв'язку між цією проекцією та загальнодержавною.

Серед стереографічних проекцій найбільш відомими є проекція Гауса і проекція Русіля.

Для проекції Русіля характеристична функція при $y = 0$ має вигляд:

$$x_R = K \operatorname{tg} \frac{S}{K} \quad (1)$$

де x - абсциса точки на осьовому меридіані; K – функція широти початку координат; S – дуга меридіану від початку координат до поточної точки. Функція K найчастіше приймається, як $K = 2R_0$, де R_0 - середній радіус еліпсоїда в початку координат. Аналітичний зв'язок між характеристичними функціями проекції UTM та Русіля дуже легко встановити використовуючи характеристичну функцію проекції Гауса-Крюгера

$$x_{UTM} = \mu X_0 \quad (2)$$

де X_0 - дуга меридіана від початку координат до поточної точки в проекції Гауса-Крюгера; μ - масштабний множник на меридіан, який проходить через початок координат в проекції UTM (0,9996).

Тепер легко встановити зв'язок між характеристичними функціями

$$x_R = 2R_0 \operatorname{tg} \frac{x_{UTM}}{2R_0} \quad (3)$$

Конформне перетворення однієї площини, в нашому випадку UTM в іншу Русіля повинне задовольняти відомому комплексному співвідношенню:

$$x_R + iy_R = F(x_{UTM} + iy_{UTM}) \quad (4)$$

Після розкладання правої частини виразу (4) в ряд і відокремлення дійсної частини від уявної остаточно отримаємо:

$$\begin{aligned} x_R &= x_{UTM} + \frac{x_{UTM}^3}{12R_0^2} - \frac{x_{UTM} y_{UTM}^2}{4R_0^2} + \dots \\ y_R &= y_{UTM} + \frac{y_{UTM} x_{UTM}^2}{4R_0^2} - \frac{y_{UTM}^3}{12R_0^2} + \dots \end{aligned} \quad (5)$$

Для зворотного переходу маємо формули:

$$\begin{aligned} x_{UTM} &= x_R - \frac{x_R^3}{12R_0^2} + \frac{x_R y_R^2}{4R_0^2} + \dots \\ y_{UTM} &= y_R - \frac{y_R x_R^2}{4R_0^2} - \frac{y_R^3}{12R_0^2} + \dots \end{aligned} \quad (6)$$

Формули для редукування ліній і напрямків в проекції Русіля мають вигляд:

$$\delta d_R = \frac{x_m^2 + y_m^2}{4R_0^2} d;$$

$$\delta N_R = \rho \frac{(y_m \Delta x - x_m \Delta y)}{4R_0^2};$$

$$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2}; y_m = \frac{y_1 + y_2}{2}.$$

Звідси відносні лінійні спотворення в проекції будуть:

$$\frac{\delta d_R}{d} = \frac{x_m^2 + y_m^2}{4R_0^2}$$

Якщо прийняти за умову, що на території міста при виконанні кадастрових робіт відносна похибка викликана редукцією ліній не

перевищувала $\frac{\delta d_R}{d} = \frac{1}{50000}$, то отримаємо $L = 57$ км, а площа $S = 10201$ км².

Фактично в цій проекції можна виконувати будь-які кадастрові роботи з безпосередньою прив'язкою до державної геодезичної мережі без введення редуційних поправок. При цьому робоча площа цілком покриває територію будь-якого обласного міста України разом з районами та містами, що мають обласне підпорядкування.

Якщо виникає необхідність у збільшенні робочої зони наприклад для лінійних об'єктів значної протяжності, які мають різних власників, то можна запропонувати проекцію яка проходить через хорду, що з'єднує дві протилежні точки ділянки з характеристичною функцією:

$$x_H = 2R_0 \sin \frac{S}{2R_0}$$

При суміщенні початків системи координат UTM та хордової системи, залежність між характеристичними функціями має вигляд:

$$x_H = 2R_0 \operatorname{tg} \frac{x_{UTM}}{2R_0}$$

Використовуючи підхід аналогічний до наведеного раніше отримаємо вирази для зв'язку різних систем координат:

$$x_H = x_{UTM} - \frac{x_{UTM}^3}{24R_0^2} + \frac{x_{UTM} y_{UTM}^2}{8R_0^2} + \dots$$

$$y_H = y_{UTM} - \frac{y_{UTM} x_{UTM}^2}{8R_0^2} + \frac{y_{UTM}^3}{24R_0^2} + \dots \quad (7)$$

Аналогічно отримаємо зворотні вирази:

$$\begin{aligned}
 x_{UTM} &= x_H + \frac{x_H^3}{24R_0^2} - \frac{x_H y_H^2}{8R_0^2} + \dots \\
 y_{UTM} &= y_H + \frac{y_H x_H^2}{8R_0^2} - \frac{y_H^3}{24R_0^2} + \dots
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

За дослідженнями проф. Багратуні Г.В. відносні лінійні спотворення в хордовій проекції дорівнюють:

$$\frac{\delta d_H}{d} = \frac{S^2}{8R_0^2},$$

отже для даної проекції отримаємо $L = 80$ км, а площа $S = 20096$ км². Цей роз рахунок вказує на те, що на території радіусом до 80 км з відносною похибкою $\frac{1}{50000}$ всі геодезичні роботи можна виконувати і обробляти в проекції без врахування лінійних спотворень.

Зауважимо, що спотворення довжин в проекції Гауса є такими ж як і в проекції Русіля. Складність полягає у характеристичній функції проекції Гауса, яка є дуже складною і не дозволяє отримати достатньо прості вирази аналогічні до виразів (5 – 8).

Висновки. Якщо вести мову про застосування стереографічної проекції для відображення певної території країни то в такому випадку звичайно проекції UTM, Гауса-Крюгера або конічна проекція Ламберта мають переваги в порівнянні з стереографічною проекцією. При тому, що спотворення довжин та площ в деяких з цих проекцій вдвічі перевищують спотворення в стереографічній проекції, вони дозволяють зобразити в одній зоні частину земної поверхні між двома меридіанами або двома паралелями, яка значно перевищує величину зони стереографічної проекції.

Список літератури

1. Багратуні Г.В. Курс сфероидической геодезии. - М.: Геодезиздат. 1962. – 255 с.
2. Барановський В.Д. Пошук оптимальних картографічних проекцій для великомасштабного картографування території України / Барановський В.Д. // Вісник геодезії і картографії – К., 2004. – N 3 – С. 43-47.
3. Карпінський Ю.О. Пошук оптимальних картографічних проекцій для великомасштабного картографування території України / Карпінський Ю.О., Лященко А.А., Щербина Т.В. // Вісник геодезії і картографії – К., 2003. – N 2 – С. 41-47.
4. Барановський В.Д., Карпінський Ю.О., Кучер О.В., Лященко А.А. Топографо-геодезичне та картографічне забезпечення ведення державного

земельного кадастру. Системи координат і картографічні проекції. (Серія «Геодезія, картографія, кадастр») / За заг. ред. Ю.О. Карпінського. – К.: НДІГК, 2009. – 96 с.

5. Вахрамеева Л.А. Картография. - М.: Недра. 1981. – 224 с.

АННОТАЦИЯ

Проанализированы возможности использования стереографических проекций для целей обеспечения кадастровых работ в городах Украины.

SUMMARY

The possibilities of the use of stereographic projections are analysed for the aims of providing of cadastre works in the cities of Ukraine.