

УДК 539.376

к.т.н., доцент.Бондарський О.Г,  
Луцький національний технічний університет,  
к.т.н., доцент Бабков О.В.,  
Національний транспортний університет, м. Київ,  
к.т.н., доцент Косенко В.І.,  
Державний економіко-технологічний університет транспорту

## **РОЗРАХУНОК БАГАТОШАРОВИХ ОБОЛОНОК ОБЕРТАННЯ, ВИКОНАНИХ ІЗ ТЕРМОРЕОЛОГІЧНО СКЛАДНИХ МАТЕРІАЛІВ**

*Розроблено методику чисельного розрахунку компонентів напружено-деформованого стану багатошарових оболонок з необмеженою кількістю шарів змінної жорсткості, виконаних із термореологічно складних матеріалів.*

*В'язкопружність, термочутливість, термов'язкопружність, оболонка*

В нинішній час композиційні матеріали на полімерній основі отримали широке застосування в різноманітних галузях техніки, що пов'язано з їх унікальними механічними властивостями. Головна їхня перевага перед традиційними матеріалами полягає у високій питомій міцності та у можливості ефективного управління анізотропією їх механічних, теплофізичних і реологічних властивостей в площині армування.

Найбільш розповсюдженими елементами конструкцій з композиційних матеріалів є багатошарові оболонки. В зв'язку з малою зсувною жорсткістю оболонок з розглядуваних матеріалів виникає необхідність в розвитку уточнених теорій розрахунку шаруватих оболонок при силовому і температурному впливі. Підвищена чутливість полімерних матеріалів до температури (термочутливість) потребує врахування залежності фізико-механічних характеристик (ФМХ) від температури при розробці математичної моделі.

Об'єктом дослідження є багатошарова положиста оболонка обертання, що складається з довільного числа шарів, що працюють за умов ідеального механічного і теплового контакту. Її серединна поверхня віднесена до ортогональної системи координат  $x, y, z$ , осі  $x$  і  $y$  суміщені з головними кривизнами оболонки і напрямками ортотропії, ось  $z$  збігається із зовнішньою нормаллю до координатної поверхні. Фізико-механічні і реологічні характеристики матеріалу шарів - коефіцієнти теплового розширення, Пуассона і теплопровідність, модулі пружності, а також ядра релаксації є довільними функціями температури.

Математичне моделювання поведінки в'язкопружних оболонок являє собою складну комплексну проблему і містить в собі розв'язання ряду задач. Перша з них зв'язана з визначальними рівняннями для опису термомеханічної поведінки матеріалів з реономними властивостями; друга зв'язана з залученням тих або інших гіпотез для заміни тривимірних рівнянь теорії пружності двовимірними; третя – це розробка засобів розв'язання складних крайових задач в межах обраної моделі механічної поведінки в'язкопружних матеріалів і четверта задача зв'язана з розв'язанням конкретного класу задач і з'ясування нових особливостей механічної поведінки, що викликані реологічним характером поведінки матеріалів і залежністю їхніх властивостей від температури.

Першу з означених задач не може бути розв'язано теоретично і вимагає для свого розв'язання проведення складних експериментальних досліджень для з'ясування меж придатності тих або інших моделей механічної поведінки матеріалів. Загальними властивостями характеризуються матеріали, для яких основні співвідношення складаються в інтегральній формі, так звані спадково-пружні матеріали. Різниця між математичною моделлю теорії в'язкопружності і теорією пружності полягає лише в рівняннях стану, що будуть збігатися з співвідношеннями узагальненого закону Гука, якщо їх записати в операторній формі.

Як відомо, більшість композиційних матеріалів володіє властивістю обмеженої повзучості, яку при певних рівнях напружень можна вважати лінійною. Тому рівняння стану прийняті такими, якщо виходити з лінійної теорії спадкової пружності, що збігається за формою з рівняннями узагальненого закону Гука, якщо їх записати в операторній формі [1]. Інтегральні оператори цих рівнянь містять узагальнені миттєві модулі пружності і ядра релаксації для ортотропного матеріалу з урахуванням залежності їхніх властивостей від температури. В значенні ядер релаксації використовуються ядра зі слабкою особливістю – ядра Ржаніцина. Для термореологічно складних матеріалів миттєві модулі пружності і параметри ядер релаксації є довільними функціями температури.

При розв'язанні другої задачі використовується уточнений варіант кінцево-зсувної теорії [2], заснованої на єдиних статичних і кінематичній гіпотезах для усього багатопарового пакету в цілому. Узагальненням прийнятої теорії є врахування залежності функцій розподілу поперечних дотичних напружень від температури.

З співвідношень Коші і прийнятих гіпотез з урахуванням залежності функцій розподілу від температури отримано геометричну модель деформування і вирази для деформацій. Співвідношення пружності прийняті з

урахуванням узагальненого закону Гука для ортотропного тіла і гіпотези Дюгамеля-Неймана. Рівняння рівноваги і відповідні їм граничні умови отримано з варіаційного принципу Лагранжа.

В межах лінійної теорії спадкової пружності отримано диференціальні рівняння квазістатичної рівноваги багатошарових оболонок обертання і пластин, виконаних з термореологічно складних матеріалів [1].

У відповідності до квазістатичного підходу, деформації в поточний момент за часом визначаються з розв'язку рішення задачі статики з урахуванням поля деформацій в попередні моменти часу. Певну складність представляє обчислення інтегралів, позаяк, в підінтегральні вирази входять невідомі деформації, відповідні до поточного моменту за часом. Існуючі підходи зв'язані в тій або іншій мірі з будь-якою квадратурною формулою, безпосереднє застосування якої вимагає зберігання великого обсягу інформації про історію навантаження. Для усунення зазначеного недоліку і зменшення часу розв'язку задачі запропоновано підхід, заснований на квадратичній апроксимації деформацій за часом [3].

Слід відзначити засіб квазіпружних розв'язків Р.А.Шепері [4], суть якого полягає в тому, що: крайова задача термов'язкопружності в довільний момент за часом зводиться до задачі теорії пружності, в якій миттєві модулі пружності замінюються відповідними модулями релаксації. Інакше кажучи, цей спосіб заснований на наближеному отриманні оригіналів функцій за їх зображеннями. Цей інженерний підхід дає задовільні результати у випадку, якщо в логарифмічній системі координат спостерігається лінійна залежність модуля релаксації в часі.

В [5] релаксаційні модулі зсуву апроксимувалися експоненціальним рядом, що дозволило в кінцево-елементному формулюванні з використанням лінійної теорії термов'язкопружності, отримати рекурентні співвідношення для визначення напружено-деформованого стану в часі для твердопаливних блоків ракетних двигунів. Оскільки модулі релаксації апроксимовані сумою експонент, обчислення історії навантаження зводиться до рекурентних співвідношень, що не вимагають зберігання інформації про історію навантаження. Однак внаслідок визначення похідних від деформацій за часом прямими різницями, крок за часом повинен бути малим, тобто кількість необхідних операцій значно збільшується.

Для розв'язання третьої задачі розроблено підхід, заснований на квадратичній апроксимації деформацій в часі. При цьому задача на кожному кроці за часом формально зводиться до розв'язання термопружної задачі, розв'язання якої знаходяться за допомогою розкладення функцій в ряди Фур'є за окружною координатою і засобу дискретної ортогоналізації для інтегрування

систем звичайних диференціальних рівнянь. Підхід, що пропонується, дозволяє істотно скоротити час розв'язання задачі.

Четверта з перерахованих задач полягає в створенні пакету прикладних програм, що реалізує нинішню методіку. Рішення ряду тестових задач [8], [9] і порівняння з результатами інших авторів [4], [5] показало ефективність запропонованого підходу і вірогідність отриманих результатів.

Розглянуто тришарові ізотермічно і неізотермічно навантажені циліндричні оболонки при різноманітних припущеннях по врахуванню термочутливості окремих ФМХ [6] і [8]. Досліджено вплив граничних умов на напружено-деформований стан (НДС) жорстко защемленої і консольної оболонок. При цьому довжина оболонки варіювалася в широких межах. Спостерігалися як кількісні, так і якісні зміни компонентів НДС за довжиною оболонок. Досліджено вплив спільної дії температури і осьового стиску. Температура залишалася незмінною, а величина осьового навантаження варіювалася. Наводяться результати досліджень з урахуванням і без врахування термочутливості від дії тільки температури, а також температурного і силового навантажень. Встановлені як якісні, так і кількісні зміни.

В [7], [10] досліджувалися тришарові в'язкопружні оболонки обертання: циліндрична, еліптична і гіперболічна. Як навантаження розглядався сталий в часі внутрішній тиск і осьовий стиск. Встановлено, що неврахування в'язкопружних деформацій призводить до зростання напружень до 65%, прогинів в 1.5-2 разів. Встановлено, що неврахування термочутливості окремих фізико-механічних характеристик призводить до значних погрішностей в визначенні прогинів і напружень, а із зменшенням зсувної жорсткості ефект врахування термочутливості зменшується. Показано, що вплив поперечного зсуву для в'язкопружних матеріалів носить кількісний характер, а термочутливих, кількісний і якісний характер.

### Література

1. Бабков А.В. Исследование слоистых ортотропных оболочек вращения из вязкоупругих терморелогических сложных материалов // Прикладная механика. – 1998 –34, №8. С. 82-90
2. Рассказов А.О., Соколовская Н.Д., Шульга Н.А. Теория и расчет слоистых ортотропных пластин и оболочек. К.: Вища шк., 1986. 191 с.
3. Бабков А.В. Расчет многослойных оболочек вращения из вязкоупругих материалов. // Проблемы прочности. – 1993, №12, С. 71-77.
4. Schapery R.A. Method of Viscoelastic Stress Analysis Using Elastic Solutions // J. Franclin Inst. – 1965. – 279, №4. – P. 268-289.

5. Jones I.W. Pierre-Louis E.A. Linear thermoviscoelastic material models for solid rocket motor structural analysis//Comput. And Struct. 1985.–21, №1/2.–P.235-243.
6. Бабков А.В. Исследование влияния термочувствительности материала на деформирование слоистых оболочек вращения//Проблемы прочности.–1994, №11, С.60-68.
7. Бабков А.В. Напряженно-деформированное состояние многослойных ортотропных оболочек вращения из термореологически простых материалов. // Проблемы прочности. – 1994, №8, С. 87-94.
8. Бабков А.В. Термоупругое деформирование многослойных оболочек вращения при локальном воздействии. // Проблемы прочности. – 1995, №4, С. 27-35.
9. Бабков А.В. Упругость и вязкоупругость слоистых оболочек и пластин при термосиловом воздействии.// Проблемы прочности. – 1995, №5-6, С. 95-103.
10. Бабков А.В. Расчет многослойных оболочек вращения из вязкоупругих материалов.// Проблемы прочности. – 1993, №12, С. 71-77.

#### **Аннотация**

Разработана методика численного расчета напряженно-деформированного состояния многослойных оболочек с неограниченным числом слоев переменной жесткости, выполненных из термореологически сложных материалов.

#### **Annotation**

There are presented methods of the numerical determination for components of stress-strained state of multilayered shells with unlimited number of layers made of thermoreological complicated materials.