

УДК 539.03

к.т.н. Пасічник Р.В.,
Луцький національний технічний університет

РОЗРАХУНОК АНГАРА У ФОРМІ ОДНО ПОРОЖНИННОГО ГІПЕРБОЛОЇДА МЕТОДОМ СІТОК

В роботі досліджено переміщення точок безкаркасного залізобетонного ангара у формі однопорожнинного гіперboloїда методом сіток. Для дослідження використано теорію методу скінченних різниць, як оптимальну для розрахунку даного типу поверхонь.

Ключові слова: оболонка від'ємної гаусової кривини, ангар, метод скінченних різниць, переміщення

Ангар (від французького. hangar), споруда для зберігання, технічного обслуговування і ремонту літаків і вертольотів.

Сучасне ангаробудування характеризується великою різноманітністю планувальних і конструктивних схем ангарів, їх вибір обумовлений типом і кількістю обслуговуваних літаків (вертольотів) і характером технологічного устаткування. Найбільш поширені прямокутні в плані ангари аркової і рамної конструкцій; прольоти ангарів нерідко перевищують 100 м. Конструктивні і об'ємно-просторові вирішення сучасних ангарів нерідко мають високу архітектурно-художню виразність.

Велика площа, висока функціональність при низькій собівартості, можливість введення в експлуатацію в рекордно короткі терміни послужили причиною високого попиту на подібні споруди.

Якщо раніше ангари асоціювались, перш за все, з місцем стоянки літаків та іншої авіатехніки, то тепер можливості їх застосування стали набагато ширші. Площа ангара є одним з основних критеріїв при виборі приміщення для складу, оскільки дозволяє розміщувати на зберігання великі об'єми товарів і техніки. Також ангари використовують як приміщення для розміщення виробничих ліній.

Основною відмінністю ангарів від інших будівель є відсутність колон, або несучих стін всередині приміщення. Це досягається завдяки формі споруди. Найбільш поширеною є циліндрична форма, оскільки вона найпростіша при спорудженні. Проте дослідження показали, що існують інші форми споруди, які мають вищу міцність та стійкість при високій індустріальності спорудження. Прикладом може бути ангар у формі однопорожнинного гіперboloїда. Завдяки своїй формі конструкція дозволяє перекривати значні прольоти при меншій

товщині оболонки. Крім того, поверхня однопорожнинного гіперболоїда є лінійчатою, що дозволяє використовувати для опалубки прямолінійні елементи.

Для розрахунку конструкції ангара у формі однопорожнинного гіперболоїда використано метод скінченних різниць.

Скінченнорізницеві аналоги рівнянь для задач міцності у лінійній постановці набудуть вигляду:

$$\begin{aligned}
 & - \left[\left(\frac{r}{R_1} \right)_{i,k+0.5} + \left(\frac{r}{R_1} \right)_{i,k-0.5} + (1-\mu)\lambda^2 \left(\frac{R_1}{r} \right)_{i,k} + \left(\frac{\nabla\theta^2}{R_1 r} \right)_{i,k} \left(\frac{\partial r}{\partial\theta} \right)_{i,k}^2 \right] U_{i,k} + \\
 & + \left[\left(\frac{r}{R_1} \right)_{i,k+0.5} + \frac{\mu}{2} \Delta\theta \left(\frac{1}{R_1} \frac{\partial r}{\partial\theta} \right)_{i,k+1} - \frac{\mu}{2} \Delta\theta \left(\frac{1}{R_1} \frac{\partial r}{\partial\theta} \right)_{i,k} \right] U_{i,k+1} + \\
 & + \left[\left(\frac{r}{R_1} \right)_{i,k-0.5} - 0.5\mu\Delta\theta \left(\frac{1}{R_1} \frac{\partial r}{\partial\theta} \right)_{i,k-1} + 0.5\mu\Delta\theta \left(\frac{1}{R_1} \frac{\partial r}{\partial\theta} \right)_{i,k} \right] U_{i,k-1} + \\
 & + 0.5(1-\mu)\lambda^2 \left(\frac{R_1}{r} \right)_{i,k} (U_{i+1,k} + U_{i-1,k}) + 0.25\lambda \left(\mu + (1-\mu)0.5 \frac{r_{i,k}}{r_{i,k+1}} \right) \times \\
 & \times (V_{i+1,k+1} + V_{i-1,k+1}) + 0.25\lambda \left[\mu + 0.5(1-\mu) \frac{r_{i,k}}{r_{i,k-1}} \right] (V_{i-1,k-1} - V_{i+1,k-1}) - \\
 & - 0.5\lambda\Delta\theta \left(\frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial\theta} \right)_{i,k} (V_{i+1,k} - V_{i-1,k}) - \Delta\theta^2 \left(\frac{\partial r}{\partial\theta} \right)_{i,k} (K_2 + \mu K_1)_{i,k} W_{i,k} + \\
 & + 0.5\Delta\theta r_{i,k+1} (K_1 + \mu K_2)_{i,k+1} W_{i,k+1} - 0.5\Delta\theta r_{i,k-1} \times \\
 & \times (K_1 + \mu K_2)_{i,k-1} W_{i,k-1} = - \frac{\Delta\theta^2}{B} (R_1 r g_1)_{i,k}; \\
 & - \left[2 \left(\frac{R_1}{r} \right)_{i,k} + \frac{1-\mu}{2\lambda^2} \left(\frac{r^2}{R_1} \right)_{i,k+0.5} \left(\frac{1}{r} \right)_{i,k} + \frac{1-\mu}{2\lambda^2} \left(\frac{r^2}{R_1} \right)_{i,k-0.5} \left(\frac{1}{r} \right)_{i,k} \right] V_{i,k} + \\
 & + \left(\frac{R_1}{r} \right)_{i,k} (V_{i+1,k} + V_{i-1,k}) + \left[\frac{1-\mu}{2\lambda^2} \left(\frac{r^2}{R_1} \right)_{i,k+0.5} \left(\frac{1}{r} \right)_{i,k+1} + \frac{1-\mu}{4\lambda} \Delta\varphi \times \right. \\
 & \left. \times \left(\frac{r}{R_1} \frac{\partial r}{\partial\theta} \right)_{i,k} \left(\frac{1}{r} \right)_{i,k+1} \right] V_{i,k+1} + \left[\frac{1-\mu}{2\lambda^2} \left(\frac{r^2}{R_1} \right)_{i,k-0.5} \left(\frac{1}{r} \right)_{i,k-1} - \right.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

$$-\frac{1-\mu}{4\lambda}\Delta\varphi\left(\frac{r}{R_1}\frac{\partial r}{\partial\theta}\right)_{i,k}\left(\frac{1}{r}\right)_{i,k-1}\left]V_{i,k-1}+0.5\Delta\varphi\left(\frac{1}{r}\frac{\partial r}{\partial\theta}\right)_{i,k}(U_{i+1,k}-\right. \quad (2)$$

$$-U_{i-1,k})\frac{3-\mu}{2}+\frac{1+\mu}{8\lambda}(U_{i+1,k+1}-U_{i+1,k-1}+U_{i-1,k-1}-U_{i-1,k+1})+$$

$$+0.5\Delta\varphi(R_1)_{i,k}(K_2+\mu K_1)_{i,k}(W_{i+1,k}-W_{i-1,k})=-\frac{\Delta\varphi^2}{B}(R_1rg_2)_{i,k};$$

$$\left[\left(\frac{r}{R_1}\right)_{i,k+0.5}^2\left(\frac{1}{R_1r}\right)_{i,k+1}+\rho_{i,k}^2\left(\frac{1}{R_1r}\right)_{i,k}+\left(\frac{r}{R_1}\right)_{i,k-0.5}^2\left(\frac{1}{R_1r}\right)_{i,k-1}+\right.$$

$$\left.+2\left(\frac{R_1}{r^3}\right)_{i,k}\lambda^4\right]W_{i,k}-\left[\rho_{i,k}\left(\frac{1}{R_1r}\right)_{i,k}\left(\frac{r}{R_1}\right)_{i,k+0.5}+\left(\frac{r}{R_1}\right)_{i,k+0.5}\left(\frac{1}{R_1r}\right)_{i,k+1}\right.\right.$$

$$\left.\times\rho_{i,k+1}\right]W_{i,k+1}-\left[\rho_{i,k}\left(\frac{1}{R_1r}\right)_{i,k}\left(\frac{r}{R_1}\right)_{i,k-0.5}+\left(\frac{r}{R_1}\right)_{i,k-0.5}\left(\frac{1}{R_1r}\right)_{i,k-1}\rho_{i,k-1}\right]W_{i,k-1}-$$

$$-2\rho_{i,k}\left(\frac{1}{r^2}\right)_{i,k}\lambda^2(W_{i+1,k}+W_{i-1,k})+\lambda^2\left[\left(\frac{r}{R_1}\right)_{i,k+0.5}\left(\frac{1}{r^2}\right)_{i,k+1}+\left(\frac{r}{R_1}\right)_{i,k+0.5}\right.\right.$$

$$\left.\times\left(\frac{1}{r^2}\right)_{i,k}\right](W_{i+1,k+1}+W_{i-1,k-1})+\lambda^2\left[\left(\frac{r}{R_1}\right)_{i,k-0.5}\left(\frac{1}{r^2}\right)_{i,k-1}+\right.$$

(3)

$$\left.+\left(\frac{r}{R_1}\right)_{i,k-0.5}\left(\frac{1}{r^2}\right)_{i,k}\right](W_{i+1,k-1}+W_{i-1,k-1})+\left(\frac{r}{R_1}\right)_{i,k+0.5}\left(\frac{1}{R_1r}\right)_{i,k+1}\left(\frac{r}{R_1}\right)_{i,k+1.5}\right.\right.$$

$$\left.\times W_{i,k+2}+\left(\frac{r}{R_1}\right)_{i,k-0.5}\left(\frac{1}{R_1r}\right)_{i,k-1}\left(\frac{r}{R_1}\right)_{i,k-1.5}W_{i,k-2}+\left(\frac{R_1}{r^3}\right)_{i,k}\lambda^4(W_{i+2,k}+\right.$$

$$+W_{i-2,k})+\frac{12}{h^2}(K_1^2+2\mu K_1K_2+K_2^2)_{i,k}(rR_1)_{i,k}\Delta\theta^4W_{i,k}+\frac{6}{h^2}\Delta\theta^3\times$$

$$\times r_{i,k}(U_{i,k+1}-U_{i,k-1})(K_1+\mu K_2)_{i,k}+\frac{12}{h^2}\Delta\theta^4\left(\frac{\partial r}{\partial\theta}\right)_{i,k}(K_2+\mu K_1)_{i,k}\times$$

$$\times U_{i,k}+\frac{6}{h^2}\Delta\theta^4(K_2+\mu K_1)_{i,k}(R_1)_{i,k}\frac{V_{i+1,k}-V_{i-1,k}}{\Delta\varphi}=\left(\frac{R_1rg_n}{D}\right)_{i,k}\Delta\theta^4;$$

Рівняння (1 – 3) дозволяють перейти від розгляду диференціальних рівнянь до системи алгебраїчних рівнянь у переміщеннях. Граничні умови при цьому також апроксимуються у скінченних різницях.

Розглянемо фрагмент оболонки від'ємної гаусової кривини (див. рис. 1). Лінії контуру співпадають із лініями кривини оболонки.

Для кожного краю потрібно сформулювати чотири граничних умови для кожної точки оболонки.

Граничні умови можуть бути геометричні, статичні і змішані. Наприклад, для краю $\theta = \theta_{\min}$:

а) геометричні умови:

$$U = \bar{U}(\varphi), \quad V = \bar{V}(\varphi), \quad W = \bar{W}(\varphi), \quad -\frac{1}{R_1} \frac{\partial W}{\partial \theta} + K_1 U = \bar{\gamma}(\varphi); \quad (4)$$

б) статичні умови:

$$Q_1^x = f_1(\varphi), \quad N_1 = f_2(\varphi), \quad S^x = f_3(\varphi), \quad M_1 = f_4(\varphi). \quad (5)$$

Змішані умови передбачають поєднання частини геометричних умов із (4) і частини статичних із (5). Такі умови не повинні бути енергетично відповідними.

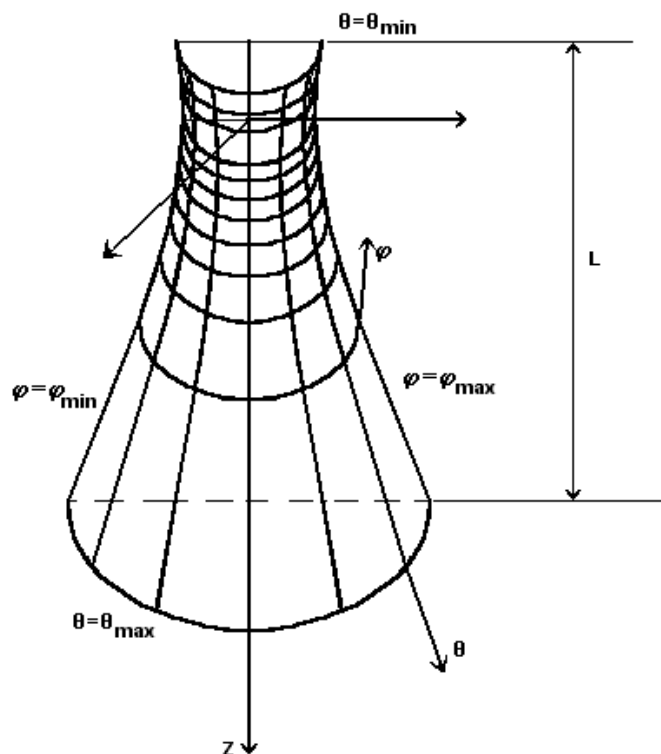


Рис. 1. Фрагмент оболонки від'ємної гаусової кривини

При жорсткому затисненні функції $\bar{U}(\varphi)$, $\bar{V}(\varphi)$, $\bar{W}(\varphi)$ і $\bar{\gamma}(\varphi)$ рівні нулю. У загальному випадку вони можуть бути задані за допомогою будь-якого закону.

Коли ребро вільне від зусиль, функції $f_1(\varphi) - f_4(\varphi)$ повинні перетворюватися на нуль.

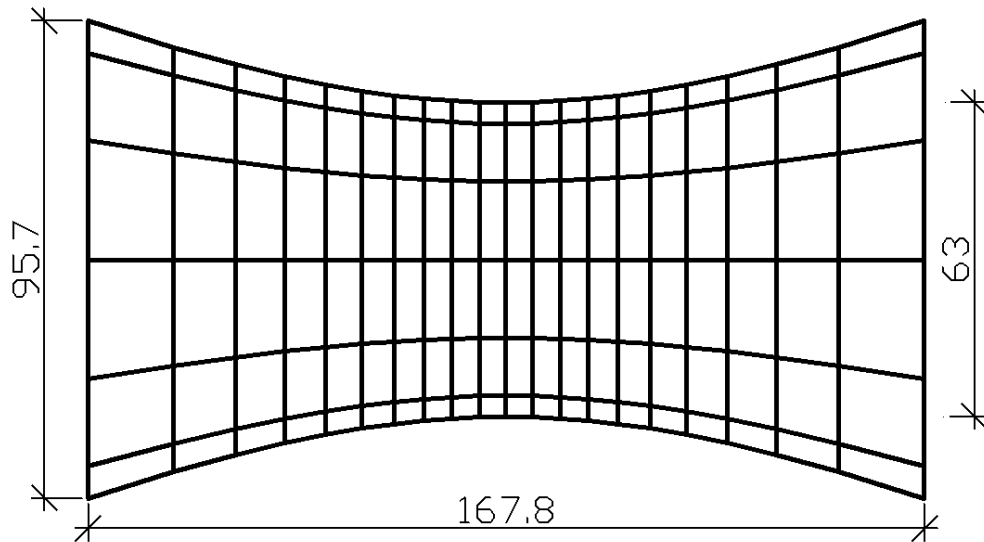


Рис. 2. Розміри ангара в плані

Для розрахунку вибрано ангар з такими параметрами: довжина – 167.8м, ширина по краях – 95.7м, ширина посередині – 63м. Висота ангара дорівнює половині ширини у відповідних січеннях. Матеріал – залізобетон. Умови закріплення на усіх чотирьох краях – просторові нерухомі шарніри. Для розрахунку прийнято $\theta_{\min} = -17.9^\circ$, $\theta_{\max} = 17.9^\circ$, $\varphi_{\min} = -90^\circ$, $\varphi_{\max} = 90^\circ$. В результаті розрахунку за методом скінченних різниць отримано графіки переміщень W , U , V вузлових точок поверхні.

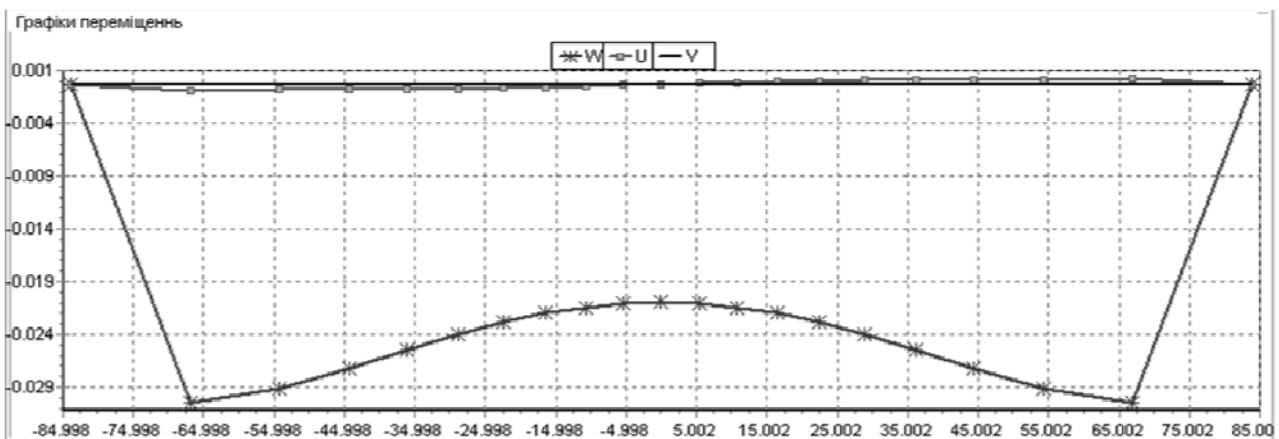


Рис. 3. Графіки переміщення вузлових точок поверхні ангара при $\varphi=0^\circ$

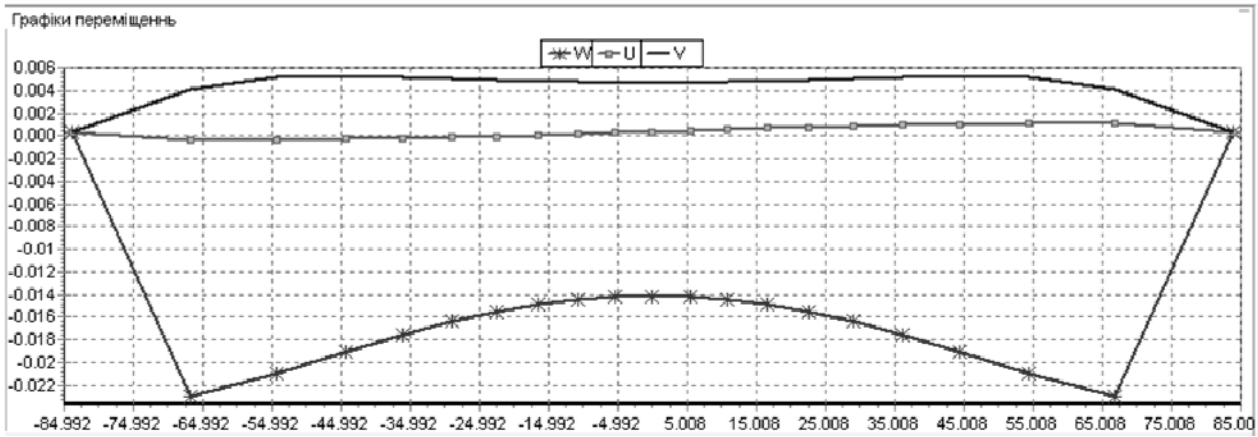


Рис. 4. Графіки переміщення вузлових точок поверхні ангара при $\varphi=30^\circ$

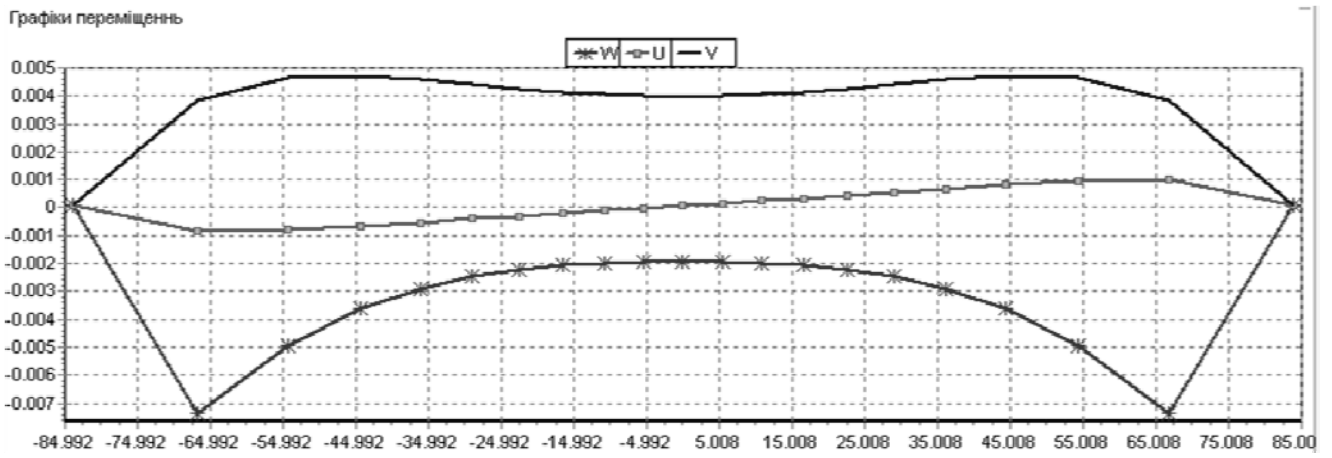


Рис. 5. Графіки переміщення вузлових точок поверхні ангара при $\varphi=60^\circ$

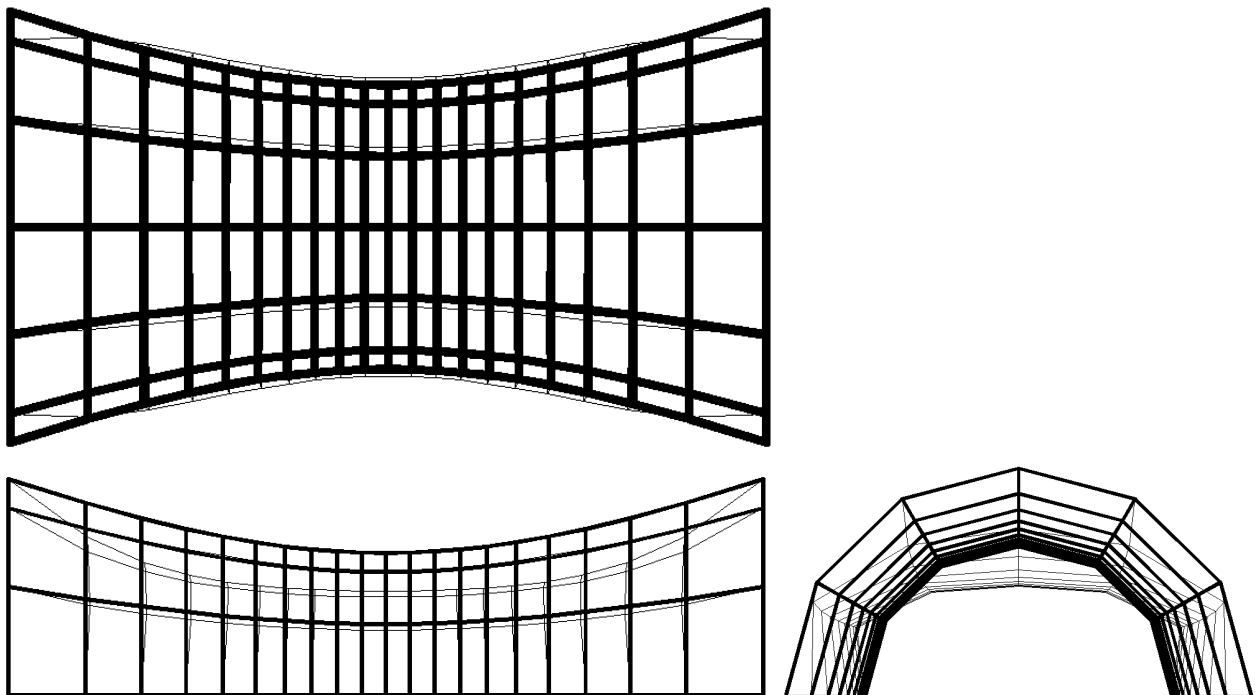


Рис. 6. Форми деформації ангара (показано тонкими лініями) від дії власної ваги.

Відклавши знайдені переміщення на заданій поверхні отримали форму деформації конструкції від дії власної ваги.

Висновки. Використання поверхні однопорожнинного гіперболоїда для конструкції ангара є ефективним та виправданим враховуючи те, що можна перекрити великі площі без застосування проміжних опор і при тому в такій конструкції виникають дуже малі переміщення.

Виведені формули методу скінченних різниць дозволяють обчислювати переміщення в вузлах поверхонь з від'ємною гаусовою кривиною, зокрема, в поверхнях у формі однопорожнинного гіперболоїда.

Література

1. Гоцуляк Е.О. Стійкість чотирьохпелюсткового гіпара / Е. А. Гоцуляк, Р. В. Пасічник // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2006. – Вип. 78. – С. 33-45.
2. Пасічник Р.В. Згин однопорожнинного гіперболоїда / Р. В. Пасічник, І. І. Самольянов // Машинознавство. – 2000. – № 6 – 7 (36 – 37). – С. 22 – 27.
3. Пасічник Р.В. Розрахунок резервуара у формі однопорожнинного гіперболоїда / Р. Пасічник // Тези першого наукового симпозиуму “ Сучасні проблеми інженерної механіки”. – Луцьк: ЛДТУ, 2000. – С. 25.

Аннотація

В работе исследованы перемещения точек бескаркасного железобетонного ангара в форме однополосного гиперболоида методом сеток. Для исследования использована теория метода конечных разностей, как оптимальная для расчета данного типа поверхностей.

Ключевые слова: оболочка отрицательной гауссовой кривизны, ангар, метод конечных разностей, перемещения.

Annotation

In the paper points movement frameless concrete hangar in the form of a single-band hyperboloid grid method. For the study used the theory of finite difference method is optimal for the calculation of this type of surface.

Keywords: shell of negative Gaussian curvature, hangar, finite difference method, move.