

УДК 528.721.122

д.т.н., доцент Катушков В.О.,  
д.т.н., доцент Шульц Р.В, Катушкова К.В.  
Київський національний університет будівництва і архітектури  
к.т.н., доцент Никитенко А.І.  
Київський національний транспортний університет

## ІТЕРАЦІЙНИЙ ПРОЦЕС ОБЧИСЕННЯ УМОВИ КОМПЛАНАРНОСТІ В НАЗЕМНІЙ ПРИКЛАДНІЙ ФОТОГРАМЕТРІЇ

*Описано процес компланарного оброблення знімків наземної фототріангуляції з обмеженою кількістю ітерацій, регулюванням масштабного коефіцієнта і збіжністю елементів орієнтування.*

*Ключові слова: умови колінеарності, компланарності, ітераційне обчислення, елементи орієнтування взаємні, зовнішні, масштабний коефіцієнт.*

Для оброблення цифрових знімків використовуються різні методи прикладної аналітичної фотограмметрії [1]. Це насамперед **умови колінеарності** (спосіб, зв'язку [2]) зображень точок картинної площини та предметного простору при аерозніманні: на картинному просторі за допомогою площинних растрових зображень (аерознімків) будуються просторові моделі у прийнятому масштабі.

Спосіб зв'язок добре простежується і майже завжди дає надійний результат. Але в ході ітераційного обчислення все ж трапляються випадки поганої збіжності результатів. Це буває тоді, коли опознаки розташовані в одній площині, як, наприклад, при роботі з фасадними поверхнями. До тогож, масштабний коефіцієнт не завжди можна встановити малою кількістю ітерацій. Тому що, в окремих випадках, кількість ітерацій потрібно зменшувати в десятки і навіть сотні разів.

Менше в наземній аналітичній фотограмметрії використовується **умова компланарності**. При цьому задача складається з двох частин: перша – визначення елементів взаємного орієнтування та друга – визначення елементів зовнішнього орієнтування. У нашому дослідженні розглянемо випадок використання умови компланарності, коли невідомі елементи орієнтування (взаємні й зовнішні) спочатку набувають нульових значень (не наближених), а в ході ітераційного процесу обчислення отримують вірне значення.

З лінеаризованих рівнянь формуємо прямокутну матрицю, яка трансформується у симетричну квадратну нормальну та вирішується методом найменших квадратів (МНК) або методом квадратних коренів. Рішення

одержуємо ітераційним наближенням до остаточного варіанта, коли значення поправок у невідомі елементи орієнтування можна не враховувати через їхні малі значення.

**Елементи взаємного орієнтування** (ЕВО, як першу частину задачі) визначаємо із системи, в якій лівий знімок завжди вважається вертикальним (паралельним до проєктивної площини, коли кут  $\omega_1=0$ ). Послідовність обчислення:

1. За прийнятими елементами орієнтування в нульовій ітерації  $\alpha_1^0, \kappa_1^0, \alpha_2^0, \omega_2^0, \kappa_2^0$  формуємо матрицю коефіцієнтів для лівого та правого знімків:

$$A_{n,5} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 & e_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 & e_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_n & b_n & c_n & d_n & e_n \end{vmatrix}. \quad (1)$$

Лінеаризовані рівняння поправок мають такий вигляд:

$$a_{i,1}\delta\alpha_{i,1} + b_{i,1}\delta\kappa_{i,1} + c_{i,2}\delta\alpha_{i,2} + d_{i,2}\delta\omega_{i,2} + e_{i,2}\delta\kappa_{i,2} + l_i = v_i. \quad (2)$$

2. Вирішивши систему нормальних рівнянь (2), знаходимо окремі рішення для кожної ітерації:

$$X = |\delta\alpha_1 \quad \delta\kappa_1 \quad \delta\alpha_2 \quad \delta\omega_2 \quad \delta\kappa_2|^T. \quad (3)$$

3. Уточнюємо значення шуканих невідомих уведенням поправок:

$$X^i = X^{i-1} + \delta X^i, \quad (4)$$

де  $i$  – номер ітерації. В нульовій ітерації всі кути набувають нульових значень.

4. Перевіряємо ітераційний процес на збіжність результатів:

$$[\delta^{(i)} - \delta^{(i+1)}] \leq \varepsilon. \quad (5)$$

*Кінцевий результат:* величина  $\varepsilon$  в радіанах не перевищує  $\varepsilon \leq 1.4545E - 5$ , або в секундах – 3".

Далі розглянемо два випадки наземного фототеодолітного знімання: загальний та нормальний [3]. Нормальний метод широко використовувався (донедавна) при фототеодолітній технології знімання, коли всі кути взаємного орієнтування (крім кутів  $\alpha_1, \alpha_2$ ) мали нульове значення, тобто головні промені направлялися паралельно та під кутом  $90^\circ$  до базису знімання. Такий метод можна застосовувати, коли використовують штативи, на які встановлюються знімальні прилади. Якість фототеодолітних знімків великих розмірів досі залишається найкращою, але зараз їх практично не використовують тому, що скляні пластини перестали випускати. Наразі використовуються плівкові або цифрові камери, якими можна користуватися при загальних випадках знімання, коли всі кути ЕВО різні й не дорівнюють нулю [4].

Сучасні цифрові фотограмметричні станції оброблення знімків з використанням комп'ютерних технологій дозволяють отримувати якісний метричний матеріал. Для визначення поправок в ЕВО при ітераційному рішенні застосовують загальний випадок знімання. Приклад такого рішення наведено в табл. 1.

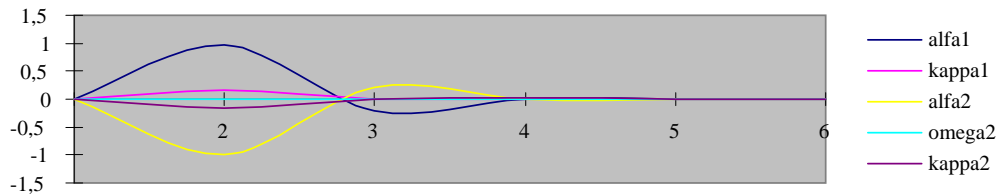
Таблиця 1. Результат ітераційного обчислення даних при загальному випадку знімання, коли  $\alpha, \omega, \kappa \neq 0^\circ$

Кути ЕВО	Ітерації										Знайдені ЕВО
	0	1		2		3		4			
$\alpha_1$	0	0,97949	0,9795	-0,2151	0,7644	0,0058	0,7702	0,0000	0,7703	0	44°08,2'
$\kappa_1$	0	0,16069	0,1607	0,0045	0,1652	0,0069	0,1721	-0,0001	0,1719	0	9°51,2'
$\alpha_2$	0	-0,9875	-0,9875	0,2175	-0,7700	-0,0001	-0,7701	-0,0002	-0,7703	0	-44°08,1'
$\omega_2$	0	-0,0065	-0,0065	-0,0036	-0,0101	0,0101	0,0000	0,0000	0,0000	0	0°0,1'
$\kappa_2$	0	-0,1686	-0,1686	-0,0052	-0,1738	0,0193	-0,1545	0,0001	-0,1544	0	-8°50,8'

Проаналізуємо дані табл. 1. У першій ітерації ЕВО мають нульові значення. Одержані ітераційним шляхом значення ЕВО ( $\alpha_1' = 44^\circ 08,2'$ ,  $\kappa_1' = 9^\circ 51,2'$ ,  $\alpha_2' = -44^\circ 08,1'$ ,  $\omega_2' = 0^\circ 0,1'$ ,  $\kappa_2' = -8^\circ 50,8'$ ) не збігаються з відомими, які дорівнюють:  $\alpha_1 = 135^\circ$ ,  $\omega_1 = 10^\circ$ ,  $\kappa_1 = 0^\circ$ ,  $\alpha_2 = 45^\circ$ ,  $\omega_2 = 10^\circ$ ,  $\kappa_2 = 1^\circ$ , які приймалися при обчисленні макетних знімків. Перерозподіл кутів взаємного орієнтування виник тому, що насправді кут  $\omega_1 = 10^\circ$ , а в математичній залежності прийнято умову, що кут  $\omega_1$  завжди дорівнює нулю і його значення не обчислюється. Отже, різниці подвійних кутових елементів  $\Delta\alpha, \Delta\omega, \Delta\kappa$  у відомих та визначених варіантах близькі. Це можна спостерігати в процесі оброблення даних при нормальному методі знімання, розглянутому наприкінці статті.

Графік уточнення ЕВО, або обнуління поправок при збіжності поправок до визначених у попередній ітерації, зображено на мал. 1. На осі аплікату нанесено

шкалу поправок в ЕВО у радіанах. Справа від графіку подано легенду – гаму кольорів для відповідних кутів взаємного орієнтування. Темно-синій, червоний, жовтий, блакитний, коричневий кольори означають відповідно кути взаємного орієнтування  $\alpha_1, \kappa_1, \alpha_2, \omega_2, \kappa_2$ .



Мал. 1. Картина затухаючого обнуління ітераційних поправок до ЕВО

Визначені ЕВО відповідають умовній фотограмметричній моделі з перетвореними кутами напрямів головних променів. З цими значеннями обчислено напрямні косинуси для двох знімків.

Значення ЕВО проконтрольовано перевіркою поперечних паралаксів  $q = y_n - y_n$  на аналітично трансформованих координатах знімків, знайдених за допомогою напрямних косинусів з визначених кутів  $\alpha_1, \kappa_1, \alpha_2, \omega_2, \kappa_2$ . СКП поперечних паралаксів  $q$  (для 11-ти точок моделі) не перевищує  $1 \mu\text{м}$ .

Друга половина задачі полягає в обробленні вихідної фотограмметричної моделі (ФМ), яка спочатку має вільні масштаб та орієнтування. Для її геодезичного орієнтування треба визначити кути повороту і масштабний коефіцієнт.

У нульовій ітерації за замовчуванням прийнято величину базису в 10 м. Виходячи з цього і обчислюються просторові координати опорних точок (кінцевих точок опорного вектора [5]) та, при необхідності, додаткових. За співвідношенням дійсного та обчисленого з ФМ опорного вектора визначається початковий масштабний коефіцієнт, який потім уточнюється в ході ітераційного процесу. Початковий масштабний коефіцієнт дозволяє отримати ФМ у масштабі 1:1 конкретного об'єкта.

**Елементи зовнішнього (геодезичного) орієнтування (ЕЗО)** фотограмметричної моделі з ітераційним пошуком невідомих  $X_S, Y_S, Z_S, \alpha, \omega, \kappa, t$  визначаються інакше, ніж при традиційному способі:

1. Спочатку визначають кути повороту базису моделі –  $\alpha, \omega, \kappa$ ;
2. Потім змінюють масштаб моделі за визначеним масштабним коефіцієнтом  $t$ ;
3. Нарешті визначають просторові координати центра проекції лівого знімка –  $X_S, Y_S, Z_S$ .

Аналітичне оброблення моделі починається з перетворення координат у такій послідовності:

$$\begin{vmatrix} X_{\Gamma} \\ Y_{\Gamma} \\ Z_{\Gamma} \end{vmatrix} = A_{\alpha, \omega, \kappa} \begin{vmatrix} X_t \\ Y_t \\ Z_t \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} X_S \\ Y_S \\ Z_S \end{vmatrix}. \quad (6)$$

В лінійному вигляді система (6) для однієї опорної точки (опознака або зв'язкової точки) трансформується так:

$$\begin{aligned} a_x \delta\alpha_0 + b_x \delta\omega_0 + c_x \delta\kappa_0 + d_x \delta t_0 + e_x \delta X_0 + f_x \delta Y_0 + g_x \delta Z_0 + l_x &= v_x; \\ a_y \delta\alpha_0 + b_y \delta\omega_0 + c_y \delta\kappa_0 + d_y \delta t_0 + e_y \delta X_0 + f_y \delta Y_0 + g_y \delta Z_0 + l_y &= v_y; \\ a_z \delta\alpha_0 + b_z \delta\omega_0 + c_z \delta\kappa_0 + d_z \delta t_0 + e_z \delta X_0 + f_z \delta Y_0 + g_z \delta Z_0 + l_z &= v_z. \end{aligned} \quad (7)$$

Для однозначного вирішення задачі треба мати що найменше сім рівнянь, коли дві точки мають повні просторові координати, а третя – одну. Розв'язується задача МНК із залученням більшої кількості рівнянь – з просторовими координатами трьох або чотирьох точок. Методично це виглядає так:

1. Задаємо наближене значення ЕЗО:  $\alpha_0, \omega_0, \kappa_0, t_0, X_0, Y_0, Z_0$ . Для кожної опорної точки обчислюємо коефіцієнти  $a_x, b_x, \dots, g_x$  та вільні члени  $l_x, l_y, l_z$ . В результаті формуємо матрицю коефіцієнтів

$$A_{3n,7} = \begin{vmatrix} a_{x1} & b_{x1} & c_{x1} & d_{x1} & e_{x1} & f_{x1} & g_{x1} \\ a_{y1} & b_{y1} & c_{y1} & d_{y1} & e_{y1} & f_{y1} & g_{y1} \\ a_{z1} & b_{z1} & c_{z1} & d_{z1} & e_{z1} & f_{z1} & g_{z1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_n & b_n & c_n & d_n & e_n & f_n & g_n \end{vmatrix} \quad (8)$$

та вільних членів

$$L_{3n,1} = \begin{vmatrix} l_{x1} & l_{y1} & l_{z1} & \dots & l_{xn} & l_{yn} & l_{zn} \end{vmatrix}^T. \quad (9)$$

2. Складаємо систему нормальних рівнянь:

$$A^T A X + A^T L = 0$$

з розв'язком

$$X = -(A^T A)^{-1} A^T L, \quad (10)$$

де невідомі в ітераційному процесі дорівнюють:

$$X_i = \begin{vmatrix} \delta\alpha^i & \delta\omega^i & \delta\kappa^i & \delta t^i & \delta X_s^i & \delta Y_s^i & \delta Z_s^i \end{vmatrix}^T.$$

3. Обчислюємо уточнені значення шуканих невідомих:

$$\begin{aligned} \alpha^i &= \alpha^{i-1} \pm \delta\alpha^{(i)}; & t^i &= t^{i-1} + \delta t^{(i)}; & X_s^i &= X_s^{i-1} \pm \delta X_s^{(i)} \\ \omega^i &= \omega^{i-1} \pm \delta\omega^{(i)}; & & & Y_s^i &= Y_s^{i-1} \pm \delta Y_s^{(i)} \\ \kappa^i &= \kappa^{i-1} \pm \delta\kappa^{(i)}; & & & Z_s^i &= Z_s^{i-1} \pm \delta Z_s^{(i)} \end{aligned} \quad (11)$$

де  $i$  – номер ітерації.

4. Перевірка збіжності поправок до невідомих з урахуванням їх фізичного змісту:

$$\begin{aligned} \delta\alpha^{(i)} - \delta\alpha^{(i-1)} &\leq \varepsilon_\alpha; & \delta t^{(i)} - \delta t^{(i-1)} &\leq \varepsilon_t; & \delta X_s^{(i)} - \delta X_s^{(i-1)} &\leq \varepsilon_{X_s} \\ \delta\omega^{(i)} - \delta\omega^{(i-1)} &\leq \varepsilon_\omega; & & & \delta Y_s^{(i)} - \delta Y_s^{(i-1)} &\leq \varepsilon_{Y_s} \\ \delta\kappa^{(i)} - \delta\kappa^{(i-1)} &\leq \varepsilon_\kappa; & & & \delta Z_s^{(i)} - \delta Z_s^{(i-1)} &\leq \varepsilon_{Z_s} \end{aligned} \quad (12)$$

Де прийняті величини допусків не перевищують значень:

$$\varepsilon_{\alpha,\omega,\kappa} \leq 1,4545E-5; \quad \varepsilon_t \leq 0,001/Y_{\max}; \quad \varepsilon_{X,Y,Z} = 0,001 \text{ м.}$$

Поправка до масштабного коефіцієнта  $\varepsilon_t$  вводиться, якщо її значення не перевищує відхилення від одиниці в обидва боки на величину 0,5. Якщо  $\varepsilon_t$  більше, тоді то значення масштабного коефіцієнта не виправляється, а прирівнюється до одиниці. Таке “жорстке” регулювання масштабним коефіцієнтом дозволяє значно скоротити кількість ітерацій. На практиці трапляються випадки, коли всі елементи зовнішнього орієнтування, крім масштабного коефіцієнта, збігаються за 3-5 ітерацій, а масштабний коефіцієнт змінюється мало і для завершення ітераційного процесу потрібно провести декілька десятків (80 - 90), або навіть сотень ітерацій.

5. За діагональними значеннями оберненої матриці  $Q$  та похибкою одиниці ваги  $\mu$  обчислюються середні квадратичні похибки ЕЗО:

$$\begin{aligned} m_\alpha &= \mu\sqrt{Q_{11}}; & m_t &= \mu\sqrt{Q_{44}}; & m_{X_s} &= \mu\sqrt{Q_{55}} \\ m_\omega &= \mu\sqrt{Q_{22}}; & & & m_{Y_s} &= \mu\sqrt{Q_{66}} \\ m_\kappa &= \mu\sqrt{Q_{33}}; & & & m_{Z_s} &= \mu\sqrt{Q_{77}} \end{aligned} \quad .$$

де СКП одиниці ваги  $\mu^2 = \left( \sum_1^n v^2 \right) / (n-7)$ , а  $Q = (A^T A)^{-1}$ .

Оцінювання точності й урівноваження результатів робиться на моделях, побудованих на основі реальних цифрових знімків. На модельних знімках СКП

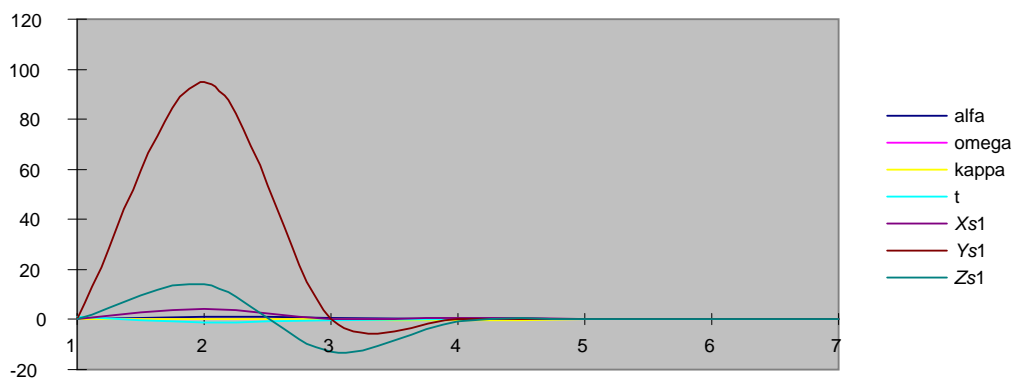
дуже маленькі, але різні варіанти обчислення дозволяють проводити експериментальні дослідження.

Таблиця 2. Визначення поправок до ЕЗО в ітераційному обчисленні

ЕЗО	Кількість ітерацій											
	0	1		2		3		4		5		
$\alpha_6$	0	0,9950	0,9950	0,5329	1,5279	0,0506	1,5785	-0,0075	1,5710	-0,0002	1,5708	0
$\omega_6$	0	0,0001	0,0001	0,2318	0,2319	0,0161	0,2479	-0,0035	0,2445	-0,0001	0,2443	0
$\kappa_6$	0	0,0401	0,0401	-0,0122	0,0279	-0,0331	-0,0052	0,0050	-0,0002	0,0001	-0,0000	0
$t$	1	-0,9999	1,0000	-0,1610	0,8390	0,1907	1,0297	-0,0289	1,0008	-0,0008	1,0000	0
$X_{s1}$	0	4,0440	4,0440	0,2400	4,284	0,722	5,006	-0,006	5	0	5	0
$Y_{s1}$	0	94,775	94,775	0,1600	94,935	0,061	94,996	0,004	95	0	95	0
$Z_{s1}$	0	14,194	14,194	-12,823	1,371	-0,583	0,788	0,014	0,802	0,001	0,803	0

$B = 89,999$  м;  $P_0=1$ ;  $X_{s4} = 5,001$  м;  $Y_{s4} = 5,001$  м;  $Z_{s4} = 0,799$  м.

У табл. 2 у графах ітерацій вказано попарні значення визначених ЕЗО та поправки до них, а на мал. 2 відтворено процес обнуління (збіжності) цих поправок. На апплікаті нанесені поправки до кутових і лінійних ЕЗО. Наприклад,



Мал. 2. Збіжність поправок до ЕЗО (кольори відповідають своїм ЕЗО)

коричневим кольором наведено поправку до координати  $X_{s1}$ , яка має найбільше значення, інші поправки менше.

У нижньому рядку таблиці вказано значення базису знімання  $B$ , коефіцієнт повороту моделі відносно постійної геодезичної системи координат, а також просторові координати правого центра проекції  $S_4$ .

Для порівняння у табл. 3 подано результати обчислення значень для нормального випадку знімання. Кількість ітерацій при обробленні вказано

посередині блакитним рядком. Над ним розміщено значення ВЗО, під ним – визначені ЕЗО. В останньому рядку зібрано значення базису знімання  $B$ , коефіцієнта розвороту  $P_0$  змінної фотограмметричної моделі відносно постійної геодезичної системи координат, а ще – визначені елементи зовнішнього орієнтування: кути повороту базису та просторові координати правого центра проекції.

Видно, що ЕВО визначені за 3 ітерації, а ЕЗО – за 5.

Таблиця 3. Результати ітераційного обчислення при нормальному випадку знімання, коли: точок на модель/опорних 6/4;  $\alpha_1$  та  $\alpha_2 \neq 0^\circ$ ;  $\omega_{1,2}$  та  $\kappa_{1,2} = 0^\circ$

Модель 1 $S_{(1-4)}$	$\alpha_1$	0	1	1	-0,21796	0,78204	0,00336	0,7854	0	$\alpha_1 = 45^\circ 00'$			
	$\kappa_1$	0	0	0	0	0	0	0	0	$\kappa_1 = 0^\circ 0,1'$			
	$\alpha_2$	0	-1	-1	0,21796	-0,7820	-0,0034	-0,7854	0	$\alpha_2 = -45^\circ 00'$			
	$\omega_2$	0	0	0	0	0	0	0	0	$\omega_2 = 0^\circ$			
	$\kappa_2$	0	0	0	0	0	0	0	0	$\kappa_2 = 0^\circ$			
			<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>					
	$\alpha_6$	0	-1	-1	-0,5403	-1,5403	-0,0362	-1,5765	0,00558	-1,5709	0,0002	-1,5707	0
	$\omega_6$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	$\kappa_6$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	$t$	1	0	1	-0,15853	0,84147	0,18784	1,02931	-0,0285	1,0008	-0,0008	1	0
	$X_{s1}$	0	5	5	0	5	0	5	0	5	0	5	0
	$Y_{s1}$	0	95	95	0	95	0	95	0	95	0	95	0
	$Z_{s1}$	0	16	16	-12,79	3,21	-2,403	0,807	-0,007	0,8	0	0,8	0
	$B_{14} = 89,999$ м; $P_0 = -1$ ; $X_{s4} = 5$ м; $Y_{s4} = 5,001$ м; $Z_{s4} = 0,8$ м; $\alpha_6 = -90^\circ$ ; $\omega_6 = 0^\circ$ ; $\kappa_6 = 0^\circ$												

При визначенні ЕЗО найбільша кутова поправка має значення  $-1$  радіан, а в 5-й ітерації вона не перевищує величину  $\epsilon \leq 3''$ . Найбільша лінійна поправка в  $Y_{s1}$  дорівнює 95 м, а висота центра проекції  $Z_{s1}$  з 16 метрів в 1 ітерації дійшла до дійсного значення 0,8 м в 5 ітерації.. Знайдені ітераційним обчисленням ЕВО та ЕЗО в табл. 3 збігаються з відомими величинами, оскільки в процесі моделювання координати знімків обчислені за відомими елементами орієнтування. До цього слід додати, що дослідження проведено на модельних (аналітичних) безпомилкових знімках з нульовими спотвореннями зображення, при якому координати знімків обчислені з точністю 1  $\mu$ м, а просторове положення опорних та визначуваних точок практично не відрізняється від дійсного значення на 1-2 мм.



Для зрівняння аналогічне оброблення даних проведено способом зв'язку – рішенням умови колінеарності за допомогою програмного пакета BLOCSMG (розробка професора С.Г. Могильного, Донецький технічний університет). Результати збігаються з одержаними за умовою компланарності. Практичне використання вдосконаленого обчислення умови компланарності на ряді реставраційних об'єктів архітектурно-історичних пам'яток в Києві дало позитивний результат.

### Література

1. Аналитическая пространственная фототриангуляция. *А.Н. Лобанов, В.Б. Дубиновский, М.М. Машимов, Р.П. Овсянников.* – М.: Недра, 1991. – 255 с.
2. *Могильний С.Г.* Математичні моделі систем координат в аналітичній фототриангуляції. Вісн. геодез. та картогр. – 2008. – № 5. – С. 28-34.
3. *Сердюков В.М.* Фотограмметрія. – М.: Высш. Школа, 1983. – 351с.
4. *Катушков В.О.* Загальний випадок знімання для складання фронтальних цифрових моделей. Вісн. геодез. та картогр. – 2008. – № 4. – С. 31-34.
5. *Катушков В.О.* Просторова фронтальна фототриангуляція з опорним вектором. Інж. геодез. – 2011. – Вип. 56. – С. 225 - 237.

### АННОТАЦІЯ

*Излагается процесс компланарной обработки снимков наземной фототриангуляции с ограниченным количеством итераций, регулированием масштабного коэффициента и сходимостью элементов ориентирования.*

### SUMMARY

*About the coplanar land phototriangulation image processing with reduction in the number of iterations, scale coefficient adjustment and convergence graphs of orientation elements.*