

УДК 539.3

к.т.н. Жупаненко І.В.,
д.т.н., професор Чибіряков В. К.,
д.т.н., професор Білик С. І.,
Київський національний університет будівництва і архітектури

ДИНАМІЧНИЙ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН РЕАКТИВНОЇ ШТАБИ АТРАКЦІОНУ ВІЛЬНОГО ПАДІННЯ

Досліджено динамічний напружено-деформований стан одного варіанту конструктивного вирішення реактивної штаби, що є відповідальною складовою частиною системи динамічного гальмування атракціонів вільного падіння.

Пересувні башти-атракціони є цікавими та прибутковими елементами індустрії розваг і останнім часом користуються значним попитом як в Україні так і за кордоном. При цьому, для забезпечення максимальної мобільності та мінімізації витрат на перевезення і монтаж атракціонів, матеріалоемність останніх повинна бути максимально знижена. Це породжує необхідність досліджень, спрямованих на пошук раціональних конструктивних форм башт-атракціонів та їх оптимізацію. Зокрема, як відзначається в роботі [1], на сьогоднішній день недостатньо вивченим залишається питання взаємодії стаціонарного каркасу башти-атракціону і рухомого технологічного обладнання. Особливо це стосується атракціонів вільного падіння, передумовою безпечної роботи яких є надійність системи гальмування.

В свою чергу, відповідальним конструктивним елементом системи динамічного гальмування є так звана реактивна штаба (рис. 1), яка зазнає впливу змінної в часі динамічної гальмівної сили. При цьому виявлена закономірність залежності величини гальмівної сили від ширини зазору між штабою і магнітною системою. З огляду на це, конструювання динамічної системи гальмування потребує додаткового дослідження напружено-деформованого стану реактивної штаби під впливом гальмівної сили, оскільки переміщення штаби в поперечному напрямку можуть призвести до значних коливань величини гальмівної сили. Для дослідження природи виникнення і закономірності зміни гальмівної сили розглянемо принцип роботи атракціону.

Екіпаж з пасажирами піднімається за допомогою підйомних пристроїв на певну висоту – робочий хід атракціону – і опускається по напрямних, деякий час перебуваючи в стані вільного падіння. Після того, як екіпаж опускається на так звану висоту вільного падіння, починається процес динамічного гальмування.

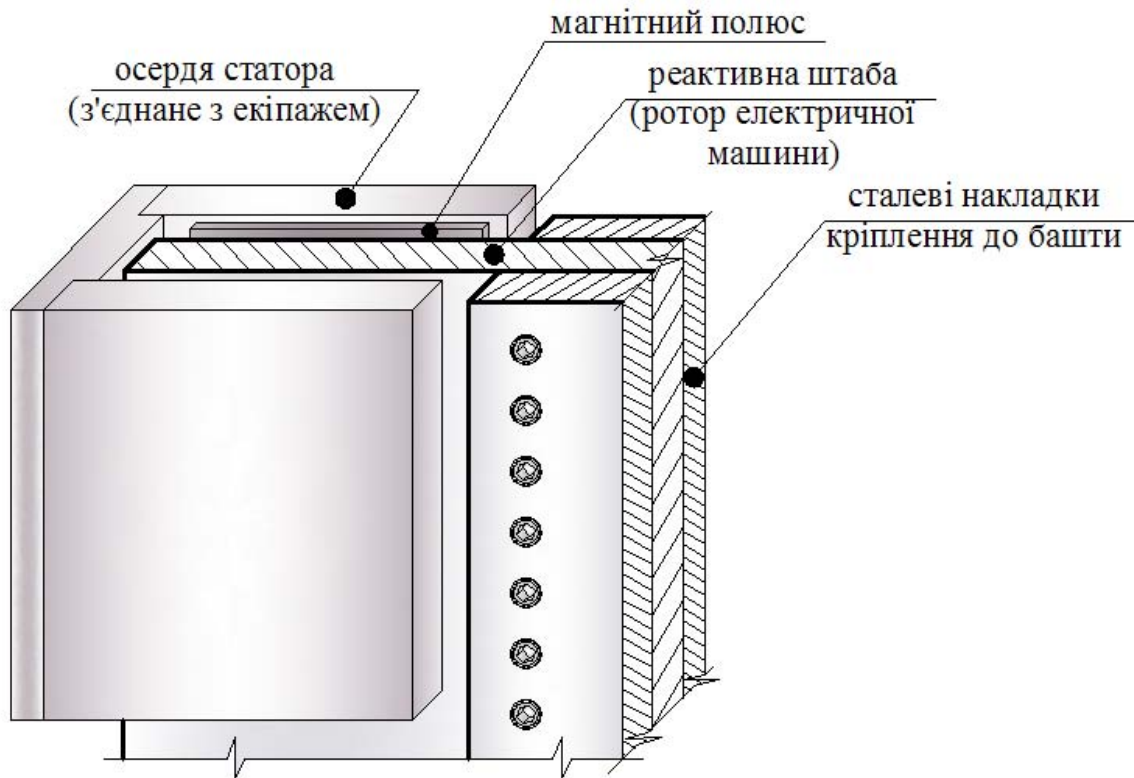


Рис. 1. Конструктивне виконання системи динамічного гальмування

Гальмівна сила створюється лінійною електричною машиною (рис. 1), магнітне поле якої збуджується при русі екіпажу, на якому влаштований статор лінійної машини, вздовж нерухомої реактивної електропровідної штаби, яка є ротором. Статор виконується з масивного феромагнітного ярма, на якому з кроком τ розміщуються $2p$ постійні магніти з полярністю, що чергується в напрямку руху гальмівної системи. Для замикання магнітного потоку ротор лінійної машини (реактивна штаба) також виконується феромагнітним (сталевим), а для підвищення електромагнітної взаємодії між статором і ротором, останній зі сторони статора покривають шаром немагнітного металу з високим значенням питомої електропровідності (наприклад, мідь чи латунь).

Реактивна штаба влаштовується на стаціонарному каркасі башти-атракціону до висоти, де закінчується ділянка вільного падіння. При вході обладнаного магнітною системою екіпажу в зону взаємодії з комбінованою металевою штабою виникають вихрові струми, породжені в суцільному електропровідному середовищі впливом магнітного поля системи постійних магнітів, яка переміщується відносно нерухомого електропровідного середовища. Збуджені вихрові струми, взаємодіючи один з одним і з магнітним полем, породжують електродинамічні зусилля. Вектор цих зусиль спрямований назустріч руху, що породив вихрові струми, і таким чином спричиняє поступове гальмування екіпажу.

Величина сили електродинамічної взаємодії магнітної системи і реактивної штаби залежить від швидкості руху магнітної системи ([1] с. 72), а також від конструктивного вирішення системи гальмування: товщини феромагнітного шару d_c та немагнітного шару d_m реактивної штаби, висоти магнітів d_n і ширини осердя статора a , а також від величини повітряного проміжку між ротором (реактивною штабою) і полюсами d_z . Остання умова породжує необхідність додаткового дослідження напружено-деформованого стану реактивної штаби під впливом динамічної гальмівної сили, оскільки переміщення штаби в поперечному напрямку призводить до зміни повітряного проміжку, що, в свою чергу, призводить до коливань гальмівної сили.

Розглянемо для прикладу одне конструктивне виконання гальмівної системи атракціону вільного падіння. Гальмівна система включає шість двосторонніх машин, розміщених попарно на трьох гранях шестигранної башти. Машини, в свою чергу, складаються зі статора – двох сталевих пластин довжиною 1 м і шириною $a = 0,3$ м, на яких розміщені п'ять пар полюсів, і ротора – сталеві реактивної штаби товщиною $d_c = 16$ мм з двосторонньою латунною накладкою товщиною $d_m = 3$ мм.

Реактивна штаба законструйована таким чином, що пластина є спільною для двох гальмівних машин, розташованих з двох протилежних торців. Посередині (на осі симетрії) така пластина кріпиться до башти атракціону через масивні сталеві накладки. Таким чином, пластину можна вважати жорстко защемленою по грані накладок (рис. 1). При цьому ширина пластини від грані накладок складає $b = 0,3$ м. Штаба набирається із секцій довжиною 1 м, тобто висота розрахункової моделі пластини складає $H = 1,0$ м. В процесі гальмування така пластина, товщина якої $d_c = 16$ мм на порядок менша за ширину $b = 0,3$ м і висоту $h = 1,0$ м, зазнає впливу електродинамічної сили, вектор якої співвісний з висотою пластини, що спричиняє плоский напружений стан пластини.

На рис. 2 для системи динамічного гальмування, що розглядається, наведено графік залежності сили динамічного гальмування від швидкості руху магнітної системи вздовж реактивної штаби. Залежності розраховані за методикою, описаною в [1].

З наведеного рисунку видно, що найбільша сила динамічного гальмування досягає максимуму $f_{\max} = 120$ кН при швидкості руху $v_z = 13$ м/с і практично не змінюється до швидкості $v_z = 10$ м/с. Оскільки реактивна штаба набирається з окремих секцій довжиною 1 м, можна вважати, що навантаження на пластину виникає в момент її контакту з магнітною системою, і зникає після того, як екіпаж опускається за межі окремої секції.

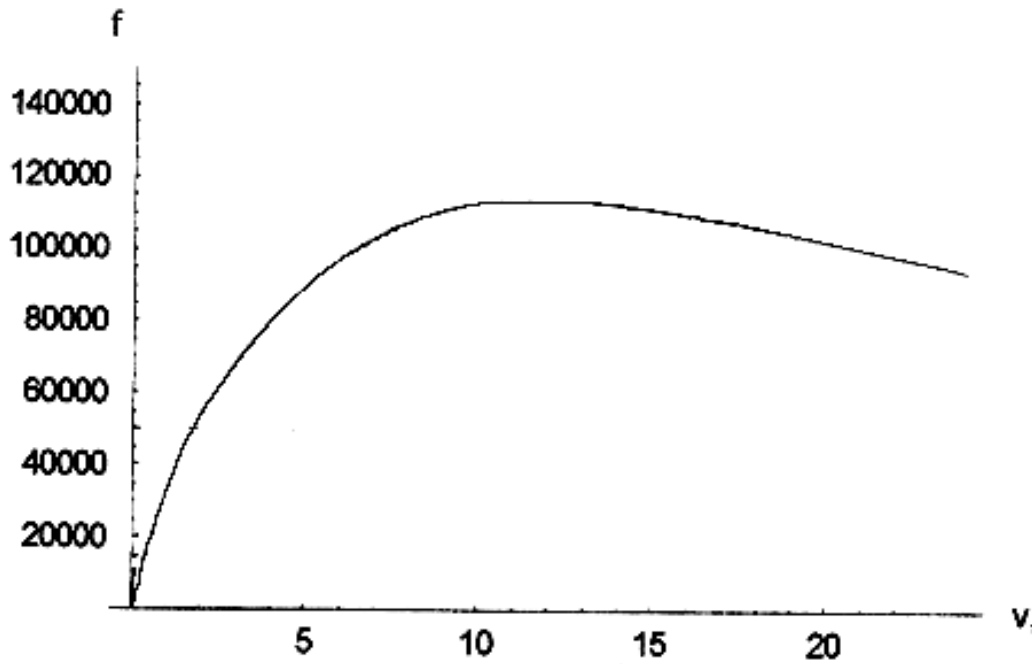


Рис. 2. Залежність сили динамічного гальмування від швидкості руху

Таким чином, розглядаються нестационарне навантаження вигляду:

$$P(t) = \begin{cases} f_z, & 0 \leq t \leq t_0, \\ 0, & t_0 \leq t \leq 600, \end{cases} \quad (1)$$

де f_z – частина гальмівної сили, яку сприймає одна секція (пластина), кН; t_0 – час, за який екіпаж проходить секцію, що розглядається, с; 600 – час одного циклу катання.

Частина гальмівної сили, яку сприймає одна пластина, визначається з умови, що гальмівна система складається з шести машин, які вмикаються синхронно, і, відповідно, в кожній з них виникають рівні частини загальної гальмівної сили $f_{\max} = 120$ кН. Вважаючи, що навантаження рівномірно розподіляється по товщині пластини, маємо $f_z = \frac{f_{\max}}{6 \cdot d_c} = \frac{120}{6 \cdot 0,016} = 1250$.

Час, за який екіпаж проходить окрему секцію, визначається за середньою швидкістю руху екіпажу вздовж секції. На рис. 3 показано зміну швидкості руху екіпажу в залежності від довжини шляху, який він пройшов, починаючи з верхнього положення (початку вільного падіння).

За наведеною на рис. 3 залежністю визначено, що зі швидкістю $v_z = 13 \div 10$ м/с екіпаж проходить з восьмої по одинадцяту секції. При цьому найнижча середня швидкість $v_z \approx 10$ м/с і, відповідно, найбільший час проходження екіпажу, відповідає 11 секції, для якої $t_0 = \frac{H}{v_x} = \frac{1}{10} = 0,1$ с.

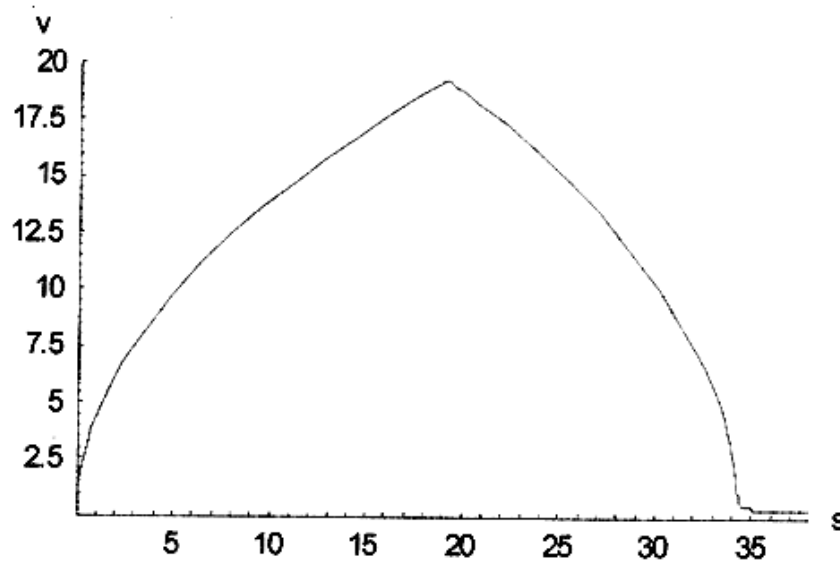


Рис. 3. Залежність швидкості руху від довжини шляху

Напружено-деформований стан штаби під впливом гальмівної сили (1) досліджено за розробленою авторами методикою розрахунку пластин на нестационарні впливи, алгоритм якої описано в [2].

Згідно з методикою, для визначення динамічної реакції пластин на нестационарні впливи застосовується підхід, що базується на методі розкладу руху по власних формах коливань [3]. Зазначений метод застосовується для дискретно-континуальної розрахункової моделі, методика побудови та адекватність якої досліджена в роботах [4, 5].

Рівняння руху дискретно-континуальної моделі пластини складаються на основі принципу Д'Аламбера і утворюють систему звичайних диференціальних рівнянь за часом, яка при застосуванні методу сил в матричній формі в загальному вигляді записується так:

$$\mathbf{M} \cdot \mathbf{T} \cdot \frac{d^2 \vec{Y}}{dt^2} + \vec{Y} = \mathbf{B} \cdot \vec{P} \quad (2)$$

Згідно з методом розкладу руху по власних формах коливань, шуканий вектор розв'язків $\vec{Y}(t)$ рівнянь руху (2) представляється у вигляді суми:

$$\vec{Y}(t) = \sum_{k=1}^n q_k \cdot \vec{v}_k, \quad (3)$$

де $q_k(t)$ – нові невідомі узагальнені переміщення, \vec{v}_k – вектор k -ї форми коливань.

Завдяки ортогональності векторів власних форм коливань після перетворення (3) система рівнянь (2) зводиться до n окремих диференціальних рівнянь, що визначають координати $q_k(t)$:

$$M_k \ddot{q}_k + M_k \omega_k^2 q_k = Q_k(t), \quad (k=1, \dots, n)$$

або

$$\ddot{q}_k = -\omega_k^2 q_k + Q_k(t) / M_k, \quad (k=1, \dots, n). \quad (4)$$

Тут $M_k = \sum_{i=1}^n m_i \cdot v_{ik}^2$, $(k=1, \dots, n)$ – узагальнені маси відповідних форм

власних коливань, ω_k – відповідна власна частота, $Q_k(t) = \sum_{i=1}^n v_{ik} \cdot P_i(t)$

представляє узагальнену зовнішню силу, що відповідає k -й формі коливань. Матриця мас $\mathbf{T} = [m_i]$ та матриця-стовпчик зосереджених зовнішніх сил

$\vec{P} = \{P_i(t)\}, \left(i = \overline{1, m} \right)$ (m – кількість зосереджених мас) визначаються за

методикою, описаною в [4].

Таким чином, методика передбачає двох-етапний розрахунок. На першому етапі розрахунку визначаються параметри власних коливань розрахункової моделі пластини. Розрахунок проводився при поліноміальній апроксимації по висоті пластини, і, як показали числові експерименти, значення частот при $N=8$ та $N=10$ (N – степінь поліноміальної апроксимації) практично співпадають. Таким чином, для забезпечення практично точного визначення параметрів власних коливань, достатньо обмежитись восьмим степенем поліноміальної апроксимації. Отримані частоти і форми власних коливань представлені на рис. 4. На рисунку наведені безрозмірні значення власних частот, пов'язані з коловою частотою співвідношенням:

$$\Omega_i^2 = \omega_i^2 \cdot \frac{\rho}{E},$$

де ρ – об'ємна вага матеріалу пластини, E – модуль пружності.

Точність визначення реакції системи на імпульсне навантаження (1) визначається числом врахованих власних форм в розкладі (3) та параметром дискретизації – кількістю точок зосередження мас.

Вплив окремих власних форм на точність розв'язку нестационарної задачі визначається співвідношенням між відповідними коефіцієнтами q_i розкладу (3). Так, в табл. 1 наведено відсоткове співвідношення між коефіцієнтами q_i для перших 16 форм коливань.

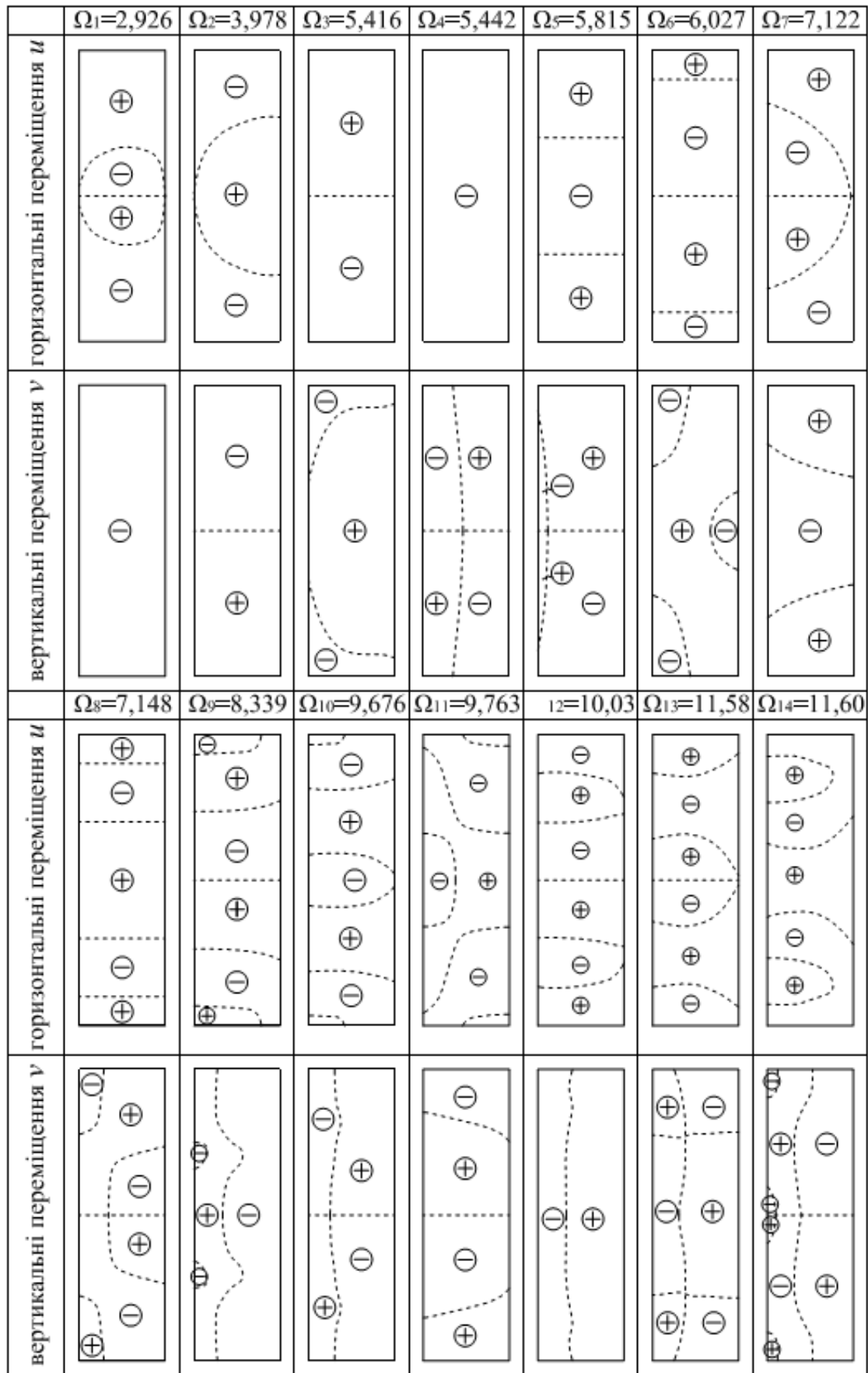


Рис. 4. Частоти і форми власних коливань пластини

Таблиця 1

Співвідношення коефіцієнтів розкладу q_i

№ форми коливань (рис. 4)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Вклад форми, %	88,21	0	5,77	0	0	2,02	0,87	0	1,37	0	0	1,28	0,19	0	0,02	0,27

Аналізуючи дані табл. 1 та рис. 4, можна сказати, що:

- форми коливань, вертикальні переміщення яких самоврівноважені відносно площини симетрії, взагалі не впливають на розв'язок задачі, оскільки пластина завантажена вертикальним навантаженням;

- вклад форм коливань починаючи з 7-ї складає менше 1,5 % , а з 13-ї – менше 0,5 %. Сумарний вклад перших шести форм становить 96 % тому достатня з практичної точки зору точність розв'язку забезпечується при врахуванні перших 6-ти форм. Подальші розрахунки виконані при врахуванні дванадцяти форм коливань.

Питання впливу параметра дискретизації на точність розрахунку потребує окремого дослідження, оскільки після розв'язання рівнянь (4) та суперпозиції отриманих розв'язків по всіх власних формах за (3) визначаються лише переміщення вузлових точок (точок зосередження мас), а напруження за відомими переміщеннями визначаються на основі співвідношень Коші та закону Гука:

$$\sigma_{xx} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_x}{\partial x} + \lambda \frac{\partial u_z}{\partial z},$$

$$\sigma_{zz} = \lambda \frac{\partial u_x}{\partial x} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_z}{\partial z},$$

$$\tau_{xz} = \mu \cdot \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right),$$

де λ, μ – коефіцієнти Ламе. При цьому похідні від переміщень визначаються чисельно за поліноміальною формулою першого порядку точності в середній точці інтервалу сітки:

$$y'_{i+1/2} \equiv y'(x_{i+1/2}) = \frac{y_{i+1} - y_i}{h}, \quad x_{i+1/2} = x_i + h/2.$$

Таким чином, кількість зосередження мас окрім власне параметру дискретизації визначає також інтервал сітки інтерполяції h і, відповідно, точність чисельного диференціювання.

Оцінити вплив параметру дискретизації на точність визначення переміщень та напружень можна шляхом порівняння значень u_z та σ_z при різній кількості зосереджених мас m_z і m_x по висоті та по ширині пластини відповідно. Чисельні результати, отримані при чотирьох варіантах m_x та m_z в момент часу $t=0,01$ с, наведені в табл. 2. Додатковим критерієм точності визначення напружень слугує умова задоволення рівнянь динамічної рівноваги. В рівняння динамічної рівноваги входять: компоненти напруження σ_{xx} , σ_{zz} , τ_{xz} , задане розподілене по поверхні пластини навантаження, яке приводиться до точок зосередження мас, та сили інерції $F_i = -m \cdot \ddot{u}$ (m – маса окремого дискретного елемента, $\ddot{u} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ – прискорення в центрі ваги відповідного елемента). Значення відносної похибки рівнянь динамічної рівноваги для значень m_x та m_z , що розглядаються в табл. 2, наведені в сьомій і восьмій колонках.

Таблиця 2

Переміщення та напруження в пластині

m_x	m_z	Переміщення $u_z \cdot 10^5$, м	Уточнення я u_z , %	Напруження σ_z , кПа	Уточнення σ_z , %	Похибка рівнянь динамічної рівноваги	
						$\Delta_{\Sigma x}$, %	$\Delta_{\Sigma z}$, %
5	10	0,3936		84,46		40	3,7
6	16	0,3909	0,7	67,61	24,9	2,5	0,8
8	16	0,3917	0,2	59,93	12,8	1,2	0,6
10	20	0,3921	0,1	59,02	1,5	0,85	0,4

Як видно з табл. 2, переміщення визначаються з достатньою точністю вже при $m_x \times m_z = 5 \times 10$, в той час як прийнятна точність визначення напружень забезпечується лише при $m_x = 8$ та $m_z = 16$. Таким чином, саме точність визначення напружень є визначальною при виборі параметру дискретизації. В даній задачі оптимальним є параметр дискретизації $m_x \times m_z = 8 \times 16$, оскільки при подальшому збільшенні $m_x \times m_z$ значення переміщень та напружень істотно не уточнюються. В подальших розрахунках з міркувань повноти ілюстрації результатів приймається $m_x \times m_z = 10 \times 20$.

Аналіз зміни в часі переміщення u_z та напруження σ_{zz} показав, що максимальної амплітуди коливань переміщення та напруження одночасно досягають в момент часу $t=0,033$ с, для якого на рис. 5 наведено ізолінії переміщень u_z , u_x , u_y , а на рис. 6 – ізолінії напружень σ_{zz} , σ_{xx} , τ_{xz} .

Переміщення u_y визначається із співвідношень Коші та закону Гука:

$$\frac{\partial u_y}{\partial y} = -\frac{\nu}{E}(\sigma_{xx} + \sigma_{zz}) \Rightarrow u_y = -\frac{\nu}{E}(\sigma_{xx} + \sigma_{zz}) \cdot y$$

Тобто переміщення по товщині пластини змінюються за лінійним законом і досягають максимуму на бічних поверхнях. На рис. 5 наведені ізолінії переміщень на поверхні $y = h/2$.

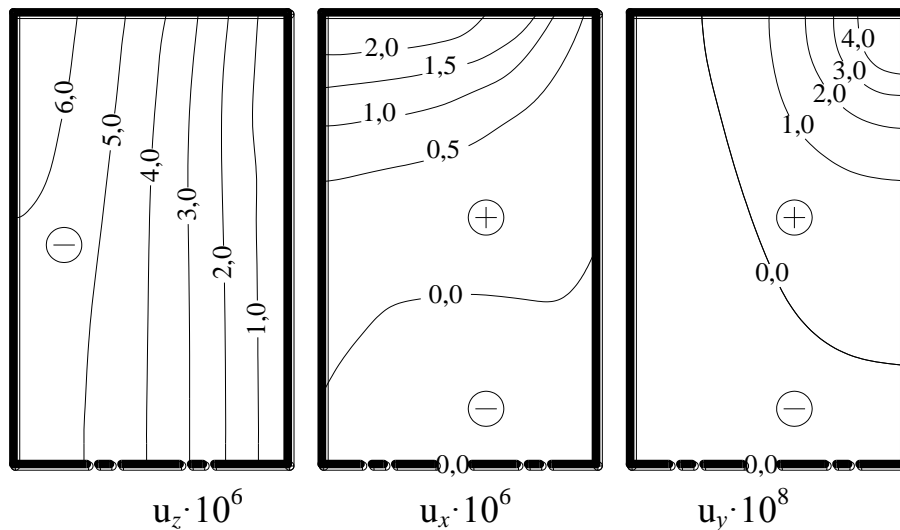


Рис. 5. Ізолінії переміщень в момент часу $t = 0,033$ с.

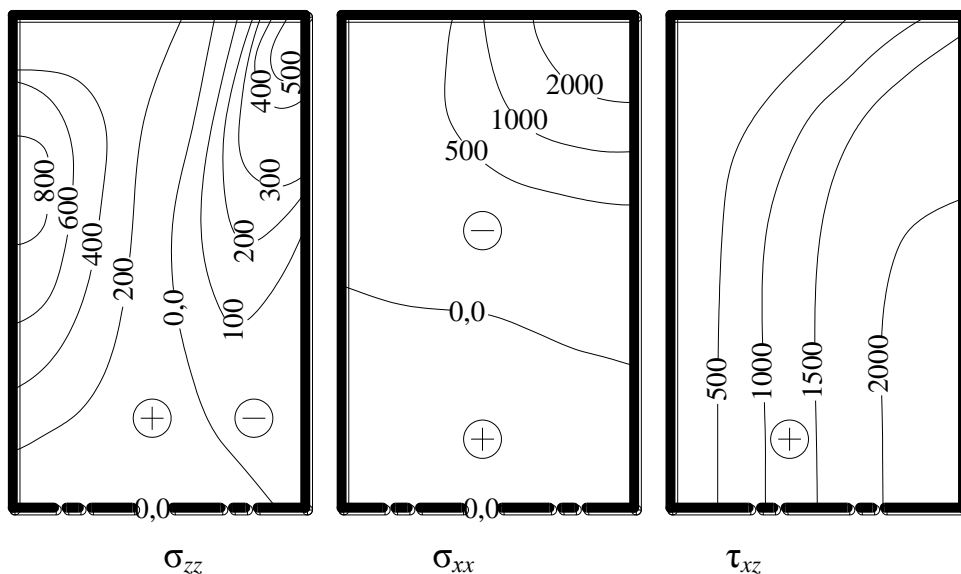


Рис. 6. Ізолінії напружень в момент часу $t = 0,033$ с.

Література.

1. Попов В. О. Безфундаментні башти-атракціони з високоточним стовбуром: монографія / Попов В. О., Кондратенко І. П., Ращепкін А. П. – Вінниця: ВНТУ, 2009. – 250 с.
2. Жупаненко І. В. Методика визначення реакції круглих дисків / І. В. Жупаненко // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-технічн. Збірник, вип. 83. – К., 2009. – С. 165 – 172.
3. Строительная механика. Динамика и устойчивость сооружений: учебник для вузов / А. Ф. Смирнов, А. В. Александров, Б. Я. Лащеников, Н. Н. Шапошников. – М. : Стройиздат, 1984. – 416 с.
4. Чибіряков В. К. Про один алгоритм розрахунку вісесиметричних коливань круглої пластини / В. К. Чибіряков, І. В. Жупаненко // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. Збірник, вип. 81. – К. : КНУБА, 2007. – С. 43 – 50.
5. Чибіряков В. К. Дослідження власних коливань товстих пластин на основі дискретно-континуальної розрахункової моделі / В. К. Чибіряков, І. В. Жупаненко // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірник. – Вип. 87. – К. : КНУБА, 2011. – С. 117 – 124.

Аннотація

Исследовано динамическое напряженно-деформированное состояние одного варианта конструктивного решения реактивной штабы, являющейся ответственной составляющей частью системы динамического торможения аттракционов свободного падения.

Summary

An analysis of the dynamic stress-strain state of one variant of structural decision of the reactive stripe of free fall sideshow, is carried out.