

УДК 624.048

канд. техн. наук, профессор Банах В.А.
Запорожская государственная инженерная академия**ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫХ
ДЕФОРМАЦИЙ НА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ
СОСТОЯНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ
И ИХ УЧЕТ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ**

Приведено теоретическое обоснование учета предварительных деформаций при определении напряженно-деформированного состояния конструкций зданий и сооружений, которые проектируются и эксплуатируются в сложных инженерно-геологических условиях.

Ключевые слова: предварительные деформации, напряженно-деформированное состояние, расчетные модели, сложные инженерно-геологические условия, деформированная схема

Актуальность проблемы. Проблема учета предварительных деформаций в расчетных моделях зданий и сооружений состоит в необходимости их введения в процедуру расчета в качестве начальных условий. Фактически это означает, что при использовании традиционных методов расчета предварительные деформации вводятся в уравнения равновесия, и дальнейшая процедура расчета предполагает вычисление значений усилий и напряжений от суммарных деформаций на каждом шаге.

Такая процедура позволяет учесть эксплуатационную предысторию здания или сооружения в случае проявления и развития неравномерных деформаций грунтовых оснований в сложных инженерно-геологических условиях и получить прогноз эксплуатационного ресурса строительных объектов на протяжении всего жизненного цикла, что весьма актуально при их проектировании, эксплуатации, реконструкции, аварийных ситуациях и восстановлении.

Состояние вопроса. Современному состоянию теории расчета дискретных систем, к которым можно отнести и модели метода конечных элементов (МКЭ), посвящены работы П. А. Акимова, В. А. Баженова, Г. Ф. Вишнякова, А. С. Городецкого, И. Д. Евзерова, А. Б. Золотова, С. Ф. Клованича, М. Л. Мозгалевой, Ю. И. Немчинова, А. В. Перельмутера, В. Н. Сидорова, В. И. Сливкера [1–10]. Однако процедура учета предварительных деформаций в расчетных моделях МКЭ в настоящее время полностью не решена.

Цель исследования: обосновать влияние предварительных деформаций

на напряженно-деформированное состояние (НДС) конструкций при помощи теоретического аппарата МКЭ и предложить алгоритмы их учета при моделировании взаимодействия зданий и сооружений с грунтовыми основаниями в сложных инженерно-геологических условиях.

Материалы исследования. Процедура МКЭ может быть описана определенной последовательностью действий:

- сплошное тело разбивается на определенное количество отдельных конечных элементов (КЭ), которые взаимодействуют между собой в конечном числе узловых точек, расположенных на контуре смежных элементов; в качестве основных неизвестных параметров принимаются перемещения узловых точек;

- определяются интерполяционные функции, описывающие перемещения по области КЭ и на его границах через неизвестные узловые перемещения;

- определяются матрицы, характеризующие НДС КЭ с помощью узловых перемещений;

- формируются матрицы жесткости для КЭ, однозначно устанавливающие связь между узловыми усилиями и узловыми перемещениями элемента;

- объемные и поверхностные силы, а также начальные деформации, приводятся к эквивалентным узловым воздействиям;

- при необходимости выполняется преобразование координат;

- формируется система канонических уравнений метода перемещений (уравнений равновесия), которая решается, что формально соответствует объединению отдельных элементов в единое целое;

- определяется НДС рассматриваемой области по узловым перемещениям с помощью матриц, характеризующих НДС КЭ.

Как следует из рассмотренных источников [3, 5–8], всякий КЭ может характеризоваться некоторым набором внутренних перемещений (деформаций) Δ_e , и соответствующих им внутренних сил (усилий) s_e . Под внутренним перемещением понимается некоторая характерная для рассматриваемого элемента величина, например, для стержня – удлинение, а соответствие понимается в смысле энергетической сопряженности, используемой в строительной механике, когда скалярное произведение векторов Δ_e и s_e дает работу $A_e = \Delta_e^T s_e$.

Векторы Δ_e и s_e в рассматриваемом здесь случае линейно-упругой системы связаны друг с другом законом состояния (физическим законом), выражаемым равенством

$$s_e = F_e \Delta_e \quad (1)$$

с симметричной положительно определенной (невырожденной) матрицей F_e . Это означает, что любой, отличный от нулевого, вектор внутренних перемещений Δ_e , вызывает деформирование КЭ (изменение его формы и/или размеров), сопровождающееся накоплением строго положительной внутренней энергии в элементе, а это значит, что вектор Δ_e не содержит форм перемещений КЭ как жесткого тела. Это позволяет терминологически отождествлять внутренние перемещения с деформациями КЭ.

Внутренние перемещения элемента Δ_e связаны с внешними перемещениями узлов примыкания u_e условиями совместности деформаций

$$\Delta_e = Q_e^T u_e + d_e, \quad (2)$$

а усилия s_e удовлетворяют условиям равновесия:

$$Q_e s_e = p_e, \quad (3)$$

где d_e и p_e – векторы соответственно начальных деформаций, заданных в качестве независимых воздействий на систему (на элементах), и силовых воздействий (приведенных к узлам).

Матрицы преобразований в (2) и (3) являются взаимно транспонированными, что вытекает из сопряженности уравнений совместности деформаций (2) и уравнений равновесия (3), что, в свою очередь, следует из принципа возможных перемещений.

В качестве d_e могут выступать начальные деформации, вызванные различными причинами, например, усадкой, ползучестью, температурными воздействиями и т. п. В данном исследовании предлагается таким образом дополнительно задавать вектор предварительных деформаций, накопленных системой до наступления расчетной ситуации. Отличие связано с тем, что предварительные деформации вносят существенные изменения в расчетную систему, поскольку их физическая величина во много раз превышает величину начальных деформаций от действия других факторов.

Введем вектор предварительных деформаций d_{ep} в отличие от вектора d_{et} для начальных деформаций от действия других факторов. Тогда

$$d_e = d_{ep} + d_{et},$$

что позволит учесть предварительные деформации не только для определения полных перемещений узлов системы, но и для определения полных усилий с учетом предварительных, а также соблюсти условия равновесия в

рассчитываемой системе. В результате стандартных операций для расчетной модели получается полная система уравнений:

$$\begin{cases} Q s = p, \\ \Delta = Q^T u + d, \\ s = F \Delta. \end{cases} \quad (4)$$

Первая группа является уравнениями равновесия, вторая – геометрическими уравнениями, третья – физическими уравнениями относительно неизвестных s , Δ и u .

Преобразования

$$\Delta_e = \Gamma_1 \Delta, \quad d_e = \Gamma_1 d, \quad u_e = \Gamma_2 u, \quad p_e = \Gamma_2 p, \quad s_e = \Gamma_3 s_e \quad (5)$$

реализуются матрицами, состоящими из единиц и нулей.

Поскольку, в соответствии с физическими уравнениями в системе (4), F является матричным коэффициентом при внутренних перемещениях Δ в выражении для внутренних сил s , она является матрицей внутренней жесткости. Обратная к F матрица является матрицей внутренней податливости.

При реализации метода перемещений в качестве основных неизвестных определяются узловые перемещения u и путем исключения из (4) векторов s и Δ получается

$$QFQ^T u = p - QFd. \quad (6)$$

Предполагая, что матрица жесткости системы

$$K = QFQ^T \quad (7)$$

является невырожденной и положительно определенной, что гарантируется в случае, когда ранг r матрицы Q равен числу ее строк n (это соответствует случаю геометрически неизменяемой системы), получаем:

$$u = K^{-1}(p - QFd). \quad (8)$$

Усилия в элементах вычисляются как

$$s = F(Q^T u + d) = FQ^T K^{-1} p + (I - FQ^T K^{-1} Q)Fd, \quad (9)$$

что завершает определение параметров НДС системы.

Формулой (7) устанавливается зависимость матрицы внешней жесткости K от матрицы внутренней жесткости F .

Введем понятие матрицы псевдоподатливости

$$H = Q^T K^{-1} Q. \quad (10)$$

Матрица H играет важную роль, а ее свойства во многом наследуются из свойств матрицы внутренней податливости F^{-1} . Так, например, компоненты матрицы H , так же как и компоненты матрицы F^{-1} , обратно пропорциональны модулю упругости материала конструкции. Очевидно, что дефект матрицы псевдоподатливости H равен степени статической неопределимости системы.

После введения понятия псевдоподатливости формула (9) для усилий s может быть представлена в виде

$$s = FQ^T K^{-1} p + (I - FH)Fd. \quad (11)$$

Из формулы (11) следует, что для статически определимых систем начальные деформации, заданные в качестве независимых воздействий на систему, не вызывают внутренних сил, поскольку для этих систем матрицы F и H взаимно обратны. Для статически неопределимых систем вектор d содержит в своем составе предварительные деформации каждого узла системы.

Такой подход легко осуществим для систем небольших размерностей (рамные системы, фермы, фрагменты зданий и сооружений, отдельные конструкции с числом неизвестных в канонических уравнениях до 1000), так как требует ввода предварительных деформаций в качестве исходных данных в каждый узел расчетной модели как вынужденных перемещений. Для больших систем (подробные расчетные модели зданий или сооружений, в том числе совместно с основаниями) возможен один из следующих алгоритмов реализации теоретически обоснованного учета предварительных деформаций.

Алгоритм 1 (реализован):

– формирование расчетной модели МКЭ здания (сооружения), в которой взаимодействие с основанием моделируется либо специальными КЭ, учитывающими податливость основания и одностороннюю связь между элементами в линейной или нелинейной интерпретации, либо заданием фрагмента грунтового массива объемными КЭ в пределах сжимаемой толщи вглубь и затухания горизонтальных деформаций в стороны от рассчитываемого объекта, с контактными КЭ, реализующими односторонние связи, на границе фундамента с основанием при линейном расчете, или нелинейными объемными КЭ – при нелинейном расчете, с моделированием источника неравномерных

деформаций;

– выполнение стандартного расчета сформированной модели с использованием нагружения эпизодической нагрузкой в виде вынужденных смещений узлов контакта фундамента с основанием – фактических, полученных в результате обследования эксплуатируемых объектов, и расчетных, полученных по существующим методикам для проектируемых объектов;

– использование стандартных процедур определения нагрузки на фрагмент или преобразования результатов расчета в нагрузки, реализованном в большинстве конечноэлементных программных комплексов (ПК), для получения эквивалентных узловых нагрузок и приложения их к соответствующим узлам в одном из нагружений;

– задание в остальных нагружениях нагрузок и воздействий, соответствующих текущей расчетной ситуации (учет других видов эпизодических нагрузок, изменений нагрузок и воздействий при реконструкции и т. п.).

Такой способ пригоден для систем с числом неизвестных в канонических уравнениях до 1000, так как требует ввода эквивалентных нагрузок в каждый узел расчетной модели по каждой из степеней свободы (максимально для узла – 6 при пространственной задаче).

В результате расчета получаем картину НДС конструкций здания (сооружения) с учетом накопленных ранее деформаций и напряжений.

Характеристика алгоритма – простая реализация, высокая трудоемкость ввода исходных данных во все узлы расчетной модели.

Алгоритм 2 (реализован):

– использование суперэлементного подхода (СЭ) МКЭ, формирование расчетной модели здания (сооружения) с использованием многоуровневых СЭ, в которой взаимодействие с основанием также моделируется специальными КЭ, учитывающими податливость основания и одностороннюю связь между элементами в линейной или нелинейной интерпретации, либо заданием фрагмента грунтового массива объемными КЭ, при необходимости объединяемых в СЭ, в пределах сжимаемой толщи вглубь и затухания горизонтальных деформаций в стороны от рассчитываемого объекта, с контактными КЭ, реализующими односторонние связи, на границе фундамента с основанием при линейном расчете, или нелинейными объемными КЭ – при нелинейном расчете, с моделированием источника неравномерных деформаций;

– далее в соответствии с алгоритмом 1 с той поправкой, что процедуры определения нагрузки на фрагмент или преобразования результатов расчета в

нагрузки выполняется только для ограниченного количества узлов СЭ, называемых суперузлами.

Такой способ пригоден для систем с любым числом неизвестных в канонических уравнениях, так как ввод эквивалентных нагрузок осуществляется только в каждый суперузел расчетной модели, за счет чего размерность решаемых задач уменьшается на 2...3 порядка, а при использовании многоуровневых СЭ – и того больше.

В результате расчета получаем картину НДС конструкций здания (сооружения) с учетом накопленных ранее деформаций и напряжений.

Характеристика алгоритма – простая реализация, немного большие затраты времени на формирование суперэлементной модели, невысокая трудоемкость ввода исходных данных в суперузлы расчетной модели.

Алгоритм 3 (реализован частично):

- формирование конечноэлементной или суперэлементной расчетной модели здания (сооружения), в которой взаимодействие с основанием таким же образом, как и в алгоритмах 1 и 2, моделируется либо специальными КЭ, либо заданием фрагмента грунтового массива объемными КЭ, при необходимости объединяемых в СЭ;

- выполнение стандартного расчета сформированной модели с использованием загрузки эпизодической нагрузкой в виде вынужденных смещений узлов контакта фундамента с основанием;

- использование специальных процедур сохранения в качестве исходных данных полученных в результате стандартного расчета деформированной схемы – в качестве документа координат узлов, а также напряжений и усилий в КЭ – как эквивалентных узловых нагрузок в соответствующем документе;

- задание в остальных загрузках нагрузок и воздействий, соответствующих текущей расчетной ситуации (учет других видов эпизодических нагрузок, изменений нагрузок и воздействий при реконструкции и т. п.).

Такой способ также пригоден для систем с любым числом неизвестных, так как не требует ручного ввода исходных данных на втором этапе расчета.

В результате расчета получаем картину полную НДС конструкций здания (сооружения) с учетом накопленных ранее деформаций и напряжений, при этом схема легко модифицируется в случае необходимости, что позволяет выполнять варианты или прогностические расчеты.

Характеристика алгоритма – требует дополнительной реализации создателями профессионального программного обеспечения, отсутствие ручного ввода исходных данных на втором этапе расчета.

В настоящее время по алгоритму 3 реализована подпрограмма

сохранения деформированной схемы расчетной модели (перемещения узлов) в документ координат для второго этапа расчета. Подпрограмма создана к. т. н. Шаповалом А. В. (ПГАСА) при участии в разработке алгоритма к. т. н. Банаха В. А. (ЗГИА) и к. т. н. Шокарева В. С. (ЗО НИИСК). Подпрограмма сохранения напряжений и усилий в КЭ в качестве эквивалентных узловых нагрузок документа исходных данных находится в стадии реализации.

Выводы:

1. Одним из способов уменьшения негативного влияния накапливаемых в процессе эксплуатации в сложных инженерно-геологических условиях зданиями и сооружениями предварительных деформаций является их учет в расчетных моделях взаимодействия строительных объектов с грунтовыми основаниями.

2. Обязательному учету при моделировании взаимодействия зданий и сооружений с основаниями подлежит степень неравномерности деформаций, которая зависит от степени неоднородности грунтового основания, неравномерной мощности слоев под пятном здания или сооружения, неоднородной структуры конструктивной системы, неравномерности или локальности развития негативных процессов в основании, а также соотношения размеров здания в плане к размеру области развития неравномерных деформаций и других факторов.

3. Для расчета взаимодействия сооружения, фундамента и основания сформулированы принципы формирования пространственных расчетных моделей системы «основание – фундамент – сооружение», которые были при участии автора положены в основу п. 8.4 раздела 8 ДБН В.2.1-10-2009 «Основания и фундаменты сооружений. Основные положения проектирования».

4. Разработаны теоретические основы учета предварительных деформаций с использованием стандартного подхода метода конечных элементов, реализованного в канонических уравнениях метода перемещений. На их основе для подробных расчетных моделей зданий или сооружений, в том числе при учете взаимодействия с основаниями, предложены алгоритмы реализации учета предварительных деформаций.

Литература

1. Вишняков Г. Ф. Матричная форма расчета упругих стержневых систем со сжато-изогнутыми элементами по деформированной схеме / Г. Ф. Вишняков // Известия ВУЗов. Строительство и архитектура. – 1986. – № 2. – С. 30–33.

2. Вишняков Г. Ф. Расчет плоских статически неопределимых систем с выключающимися связями / Г. Вишняков, А. Ширяев // Известия ВУЗов.

Строительство и архитектура. – 1991. – № 2. – С. 98–104.

3. Городецкий А.С. Компьютерные модели конструкций / А.С. Городецкий, И.Д. Евзеров. – К. : Издательство «Факт», 2005. – 344 с.

4. Дискретно-континуальный метод конечных элементов. Приложения в строительстве / [Золотов А.Б., Акимов П.А., Сидоров В.Н., Мозгалева М.Л.]. – М. : Изд-во АСВ, 2010. – 336 с.

5. Клованич С.Ф. Метод конечных элементов в нелинейных задачах инженерной механики / Клованич С.Ф. – Запорожье : ООО «ИПО "Запорожье"», 2009. – 400 с.

6. Метод конечных элементов в задачах строительной механики / [Баженов В.А., Сахаров А.С., Мельниченко Г.И. и др.] ; под. ред. В.А. Баженова. – К. : КДТУБА, 1994. – 368 с.

7. Немчинов Ю.И. Метод пространственных конечных элементов (с приложениями к расчету зданий и сооружений) / Немчинов Ю.И. – К. : НИИСК, 1995. – 367 с.

8. Перельмутер А.В. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа / А. В. Перельмутер, В.И. Сливкер. – М. : Изд-во АСВ, 2011. – 736 с.

9. Сливкер В.И. Строительная механика : вариационные основы / Сливкер В.И. – М. : Изд-во АСВ, 2005. – 736 с.

10. Численные и аналитические методы расчета строительных конструкций / [Золотов А. Б., Акимов П. А., Сидоров В. Н., Мозгалева М. Л.]. – М. : Изд-во АСВ, 2009. – 336 с.

Анотація

Наведено теоретичне обґрунтування урахування попередніх деформацій при визначенні напружено-деформованого стану конструкцій будівель і споруд, що проектуються та експлуатуються в складних інженерно-геологічних умовах.

Ключові слова: попередні деформації, напружено-деформований стан, розрахункові моделі, складні інженерно-геологічні умови, деформована схема

Abstract

The theoretical justification of account of prestrains in determination of stress-strain state of constructions of buildings and structures designed and exploited in difficult engineer-geological conditions is done.

Keywords: prestrains, stress-strain state, difficult engineer-geological conditions, calculation models, deformed scheme