

УДК 624.046

д.т.н., професор Усаковський С.Б.,  
Київський національний університет будівництва та архітектури

## ТЕОРІЯ НАДІЙНОСТІ СПОРУД ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ В ЗАДАЧАХ ЗАХИСТУ ТЕРИТОРІЇ.

*Розглянуті інженерні задачі, в яких методи теорії надійності використані як інструменти дослідження.*

### 1. Ідея і алгоритм оцінки надійності конструкцій.

У звичайних (детермінованих) розрахунках міцності і стійкості будівельних конструкцій фігурують дві групи факторів. Перша група –  $Q$  пов'язана з зовнішніми навантаженнями і діючими зусиллями, друга  $R$  – з несучою здатністю конструкції і залежить від міцності конструктивних матеріалів і ґрунтів.

Вимоги міцності потребують щоби

$$R > Q \quad (1)$$

Імовірнісний розрахунок надійності конструкції теж оснований на виразі (1). Але при цьому  $R$  і  $Q$  розглядаються як випадкові величини:  $\tilde{R}$  і  $\tilde{Q}$ , бо вони є функціями інших випадкових величин, таких як міцність матеріалів і ґрунтів для  $R$ , навантажень – для  $Q$ .

Перехід від детермінованої задачі до імовірнісної задачі оцінки надійності полягає в тому, що визначається імовірність

$$P = \rho(\tilde{R} > \tilde{Q}) = \rho(\tilde{R} - \tilde{Q} > 0) \quad (2)$$

Сенс виразу (2) такий: показник надійності  $P$  дорівнює імовірності того, що несуча здатність конструкції  $\tilde{R}$  більше  $\tilde{Q}$ .

О.Р.Ржаніцин [1] ввів термін «резерв міцності конструкції»  
 $\tilde{\psi} : \tilde{\psi} = \tilde{R} - \tilde{Q}$ .

Тоді  $P = \rho(\tilde{\psi} > 0)$ .

Цю імовірність називають оцінкою надійності, показником надійності, іноді просто надійністю.

В розрахунках надійності стійкості підпірної стінки проти зсуву  $Q$  – це сила, що зсуву стінку, а  $R$  – сила, що протидіє зсуву.

Алгоритм оцінки надійності конструкції складається з таких етапів.

1. Необхідно обрати аналітичну модель, що описує поведінку конструкції (тобто розрахункову формулу, за якою звичайно ведуть розрахунок конструкції)
2. В обраній формулі слід виявити випадкові фактори.
3. Потрібно зібрати статистику для кожного з випадкових факторів. Перш за все це середні значення цих факторів, та їх середні квадратичні відхилення (стандарти).
4. Слід записати основний вираз для  $P$  на основі обраної розрахункової формули.
5. На основі цього виразу слід підраховувати  $P$ , використовуючи методи теорії імовірності.

Конкретний приклад оцінки надійності буде наведений в наступних розділах.

О.Р.Ржаніцин запропонував простий спосіб оцінки надійності конструкції, коли випадкові фактори незалежні і підпорядковуються нормальному закону розподілення. З деякою похибкою цей спосіб можна застосовувати і в інших ситуаціях. В цьому способі для оцінки надійності необхідно знати «характеристику безпеки»  $\gamma$ .

$$\gamma = \frac{\bar{R} - \bar{Q}}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_Q^2}}. \quad (3)$$

Тут  $\bar{R}$  і  $\bar{Q}$  – середні значення величин  $\tilde{R}$  і  $\tilde{Q}$ ,  $\sigma_R$  і  $\sigma_Q$  – їх середні квадратичні відхилення (стандарти), які характеризують мінливий характер  $\tilde{R}$  і  $\tilde{Q}$ .

Визначивши характеристику безпеки  $\gamma$ , можна, користуючись таблицями функції Лапласа [ 2 ], перейти до оцінки показника надійності конструкції  $P$ , який показує імовірність безвідмовної роботи конструкції.

На основі формули (3) можна оцінити вплив мінливості всіх діючих випадкових факторів, розписавши значення  $\sigma_R$  і  $\sigma_Q$ .

$$\gamma = \frac{\bar{R} - \bar{Q}}{\sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial x_1} \sigma_{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial x_2} \sigma_{x_2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial Q}{\partial y_1} \sigma_{y_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial Q}{\partial y_2} \sigma_{y_2}\right)^2 + \dots}} \quad (4)$$

Тут  $x_i$  – випадковий фактор, що впливає на  $R$ , а  $y_i$  – те ж саме – на  $Q$ ;  $\sigma_{x_i}$  та  $\sigma_{y_i}$  – стандарти цих факторів. Чим більше значення величини в дужках, тим вагоміше вплив мінливості цього фактору.

О.Р. Ржаніцин розділив в (3) чисельник і знаменник на  $\bar{Q}$  і одержав іншу модифікацію цієї формули:

$$\gamma = \frac{\xi - 1}{\sqrt{A_R^2 \cdot \xi^2 + A_Q^2}} \quad (5)$$

Тут  $\xi = \frac{\bar{R}}{\bar{Q}}$  – коефіцієнт запасу за О.Р.Ржаніциним,  $A_R$  і  $A_Q$  – коефіцієнти мінливості (коефіцієнти варіації) факторів  $R$  і  $Q$ .

$$A_R = \frac{\sigma_R}{R}; \quad A_Q = \frac{\sigma_Q}{Q}.$$

Одержана формула (5) має узагальнений характер і теж може бути використана в задачах оцінки надійності.

Приклад конкретної оцінки надійності конструкції буде показаний далі.

Для інженерів, які хочуть опанувати імовірнісні методи, можна порекомендувати відомий підручник Е.С. Вентцель «Теорія ймовірності». [2] Нижче наведено співвідношення між деякими значеннями  $\gamma$  і  $P$ , взяті з таблиці 1 цього підручника.

#### Співвідношення між характеристикою безпеки та надійністю

Характеристика безпеки $\gamma$	1,3	2,3	3,1	3,7	4,2	4,7
Надійність $P$	0,9	0,99	0,999	0,9 <sup>4</sup>	0,9 <sup>5</sup>	0,9 <sup>6</sup>

#### 2. Гравітаційні підпірні стіни, їх стійкість проти зсуву і відповідна надійність

Гравітаційні підпірні стіни будують із природного каміння, бетону і залізобетону. При проектуванні перевіряють їх стійкість проти зсуву і перекидання. Для залізобетонних підпірних стін (товщина їх невелика) ще роблять розрахунок міцності перерізу стіни на дію згинального моменту. Визначальний розрахунок для гравітаційних стін – це перевірка стійкості проти зсуву.

При розрахунку стійкості стіни проти зсуву порівнюють силу зсуву  $T_{зс}$  з силою, що утримує –  $T_{утр}$ , це сила тертя. Формула розрахунку має вигляд

$$\frac{T_{цн}}{T_{одд}} \leq m = 0,8$$

іноді буває введений інший коефіцієнт умов роботи:  $m = 0,7$ .

Силу зсуву можна знайти за формулою Кулона

$$T_{цн} = E_p = 1,2 \cdot \frac{1}{2} \gamma_{ад} \cdot H^2 \cdot tg^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right),$$

де 1,2 – коефіцієнт надійності за навантаженням від ваги ґрунту.

$\gamma_{гр}$  – щільність ґрунту;

$H$  – висота підпірної стіни;

$\varphi$  – кут внутрішнього тертя ґрунту засипки за стіною.

Сила тертя –  $T_{утр} = T_{терт}$ , дорівнює

$$T_{утр} = (P_1 + P_2) \cdot \psi$$

Тут  $\psi$  – коефіцієнт тертя фундаменту стіни по ґрунту (часто  $\psi \approx 0,3-0,35$ );  $P_1$  і  $P_2$  – вага підпірної стіни і вага ґрунту на плиті фундаменту стіни відповідно.

Розрахунок ведуть для одного погонного метру стіни.

Нижче наведений алгоритм оцінки надійності стійкості підпірної стіни проти зсуву. Аналітична модель була розглянута раніше і тому тут запишемо основний вираз показника надійності

$$P = p(0,8 T_{одд} / T_{цн})$$

$$P = p \left[ 0,8 \cdot (P_1 + P_2) \psi / \left( 1,2 \cdot \frac{1}{2} \gamma_{ад} H^2 \cdot tg^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \right) \right]$$

Випадкові фактори тут для  $T_{утр}$  і  $T_{зсув}$  такі:

$$\tilde{T}_{одд} = f(\tilde{P}_1; \tilde{P}_2; \tilde{\psi})$$

$$\tilde{T}_{цн} = f(\tilde{\gamma}_{ад}; \tilde{\varphi})$$

Тобто для сили утримання мінливий характер мають щільність ґрунту, щільність залізобетону (матеріал стіни) і коефіцієнт тертя бетонної підошви по ґрунту.

Для сил зсуву мінливі – щільність ґрунту і кут внутрішнього тертя ґрунту.

Коефіцієнти мінливості (варіації) дорівнюють:

для щільності залізобетону  $C_v = 0,033$ ,

для щільності ґрунту  $C_v = 0,07-0,08$ .

Коефіцієнти варіації для сил тертя  $\tilde{\Psi}$  і кута внутрішнього тертя  $\tilde{\Phi}$  можуть мати різні значення, в цьому розрахунку доцільно використати узагальнену модель надійності (5), де прийняти  $A_R = 0,10$  і  $A_Q = 0,10$ .

$$\gamma = \frac{\xi - 1}{\sqrt{A_R^2 \cdot \xi^2 + A_Q^2}}$$

Коефіцієнт запасу  $\xi$  тут має складові  $\frac{1}{0,8}$  і 1,2, або  $\frac{1}{0,7}$  і 1,2.

$$\xi = \frac{1,2}{0,8} = 1,5, \text{ або } \xi = \frac{1,2}{0,7} = 1,71.$$

$$\text{При } \xi = 1,5 \quad \gamma = \frac{1,5 - 1}{\sqrt{(0,10 \cdot 1,5)^2 + (0,10)^2}} = 2,78.$$

По таблицях функції Лапласа  $P = 0,9972$ .

$$\text{При } \xi = 1,71 \quad \gamma = \frac{1,71 - 1}{\sqrt{(0,10 \cdot 1,71)^2 + (0,10)^2}} = 3,55.$$

$$P = 0,9998.$$

Для порівняння наведемо показники надійності залізобетонних конструкцій (розрахунок міцності).

$$\gamma = 3,7 \div 4,5; \quad P = 0,99990 \div 0,99999$$

Тобто надійність залізобетонної конструкції значно більше.

Із наведеного можна зробити висновок, що в розрахунках стійкості підірної стіни проти зсуву доцільно вводити коефіцієнт умов роботи 0,7, а не 0,8, щоб наблизити надійність стійкості залізобетонної стінки проти зсуву до надійності міцності її залізобетонної конструкції.

### 3. Підірні стіни у вигляді габіонів

Габіони – це наскрізні ящики з арматури або полосової сталі, які заповнюються природним каменем. Їх можна вважати гравітаційними підірними стінами і відповідно розраховувати на стійкість проти зсуву. В Україні габіони були поширені для захисту берегів річок від розмиву.

У габіонів на схилах є така особливість. Крім природного каміння, їх заповнюють родючим ґрунтом з насінням трав і кущів, які мають розвинуту систему коріння. Ефект від цього подвійний: коріння – це елемент, що закріплює габіон в ґрунті, а трави і кущі прикрашають схил.

Коефіцієнт тертя при розрахунку на стійкість проти зсуву можна приймати 0,40. Надійність стійкості споруди проти зсуву з часом буде підвищуватись за рахунок проростання коріння.

Розрахунок стійкості габіону проти зсуву і надійності слід проводити, як для гравітаційної стіни.

## 4. ПРО ЗАПАСИ МІЦНОСТІ І НАДІЙНІСТЬ КРУТИХ СХИЛІВ І СПОРУД НА ЦИХ СХИЛАХ

Інженери розглядають крутий схил як особливу природну конструкцію і перевіряють стійкість такої конструкції проти зсуву.

В інженерній практиці використовують графо-аналітичний метод розрахунку стійкості схилу, розглянутий в цьому довіднику вище. Вважається, що в граничному стані маса ґрунту сповзає по круглоциліндричній поверхні. Масив, що може зсунутись, розбивають на блоки. Порівнюють сумарну силу зсуву з сумарними силами тертя і зчеплення, останні дві сили протидіють зсуву. Сила зсуву зростає при збільшенні крутизни схилу, протидіюча сила тертя при цьому зменшується. Особливість ситуації в тому, що всі ці сили залежать від ваги ґрунтових мас. Тому збільшити запаси стійкості крутого схилу складно. Нормований коефіцієнт стійкості  $k$  – не більше 1,35. Збільшити стійкість масштабного схилу проти зсуву можна шляхом зміни рельєфу: зрізка ґрунту зверху, підсипка знизу, або за рахунок паль, які виходять на більш міцні

глибинні горизонти. Допомагають тут і плити з ґрунтовими анкерами. Всі ці заходи потребують значних зусиль і коштів.

Стійкість схилу перевіряють за формулою

$$k = \frac{\sum \tilde{g}_i \cdot \cos \alpha_i \cdot tg \tilde{\varphi}}{\sum \tilde{g}_i \cdot \sin \alpha_i} \quad (6)$$

Якщо стійкість перевіряють на великий термін, то сили зчеплення не враховуються.

Коефіцієнт стійкості може бути в діапазоні 1,1-1,35, в залежності від ступеню відповідальності об'єкту, тоді основний вираз для показника надійності на основі (6) буде мати вигляд:

$$P = p(\tilde{R} > \tilde{Q}) = p\left(\sum \tilde{g}_i \cdot \cos \tilde{\alpha}_i \cdot tg \tilde{\varphi}_i > k \left(\sum \tilde{g}_i \cdot \sin \tilde{\alpha}_i\right)\right) \quad (**)$$

Оскільки вага ґрунту входить і в  $R$  і в  $Q$ , то коефіцієнти надійності за навантаженням ґрунту  $\gamma_f = 1,2$  взаємно знімаються і коефіцієнт запасу  $\xi$  тут дорівнює коефіцієнту стійкості  $k$ . Тобто максимальне значення  $\xi = 1,35$ .

При коефіцієнті варіації ваги ґрунту  $C_v = 0,07$   $A_R$  і  $A_Q$  теж будуть дорівнювати по 0,07 і при  $\xi = 1,35$  характеристика безпеки  $\gamma$  буде:

$$\gamma = \frac{\xi - 1}{\sqrt{A_R^2 \cdot \xi^2 - A_Q^2}} = \frac{1,35 - 1}{\sqrt{0,07^2 \cdot 1,35^2 + 0,07^2}} = 2,976$$

за таблицею функції Лапласа [ 2 ]

$$P = 0,9984$$

Мінливість коефіцієнту тертя, який в (6) має вигляд  $tg \varphi$ , теж може впливати на  $A_R$ , і  $A_R = 0,10$ , тоді

$$\gamma = \frac{1,35 - 1}{\sqrt{0,10^2 \cdot 1,35^2 - 0,07^2}} = 2,30$$

$$P = 0,9893$$

Порівняємо надійність стійкості схилу з надійністю міцності залізобетонних конструкцій будівлі на цьому схилі. Для залізо-

бетонних конструкцій притаманний високий рівень надійності:  $\gamma = 3,7 \div 4,5$ ,  $P = 0,99990 - 0,99999$ . Це значно більше ніж  $\gamma = 2,30 \div 2,98$ ,  $P = 0,989 - 0,999$ , характерних для стійкості схилу. Важливо і те, що підвищити запаси міцності залізобетонних, сталевих, кам'яних конструкцій легше і на стадіях проектування, і під час експлуатації.

Існує ще група факторів, дію яких на зсувні процеси не можливо оцінити методами теорії надійності, бо ці фактори суто невизначені. Відомо, що теорія надійності оперує факторами випадковими в математичному сенсі. Тобто вважається, що ці фактори: міцність матеріалів і ґрунтів, діючі навантаження – мають статистичну стійкість. Суто невизначені фактори не мають статистичної стійкості. Розглянемо їх.

– Обводнення схилу в результаті значних атмосферних опадів, або прориву водонесучих комунікацій.

– Підрізка схилу, коли в нижній частині схилу ведуть будівельні роботи: розширюють або ремонтують дорогу, розробляють котлован під фундамент будівлі.

– Сейсмічні поштовхи різної активності.

– Навантаження верхньої частини схилу новою спорудою.

Кожний із наведених вище факторів являє загрозу стійкості схилу, збіг цих факторів у часі може стати катастрофічним.

З вищесказаного можна зробити такі висновки, важливі для інженера-проектувальника споруд на крутих схилах.

1. Крутий масштабний схил і споруда на цьому схилі мають різні запаси міцності і різну надійність. Так в розрахунках залізобетонних конструкцій (а це може бути будинок на схилі) вводиться система коефіцієнтів, яка забезпечує не менш ніж двократний запас міцності, для стійкості схилу цей запас не більше 1,35. Суттєво відрізняються і показники надійності. Для міцності залізобетонної споруди це, наприклад,  $P = 0,99995$ , для стійкості схилу може бути  $P = 0,995$ .

2. Конструкцію будівлі на схилі легко підсилити під час проектування, збільшуючи площі її перерізів.

Для збільшення стійкості схилу треба змінювати рельєф (зрізка ґрунту зверху, підсипка знизу), або перерізати товщу ґрунтів палями, виходячи на глибинні горизонти, або застосовувати плити з ґрунтовими анкерами. Всі ці методи складні і коштовні.

3. Природна конструкція, якою є схил, більш чутлива до природних і техногенних аномалій. Ці ризики важко передбачити, вчасно виявити і усунути.

4. Процес експлуатації забудованого масштабного схилу складніше ніж експлуатація будівлі на цьому схилі.



Експлуатація будівлі – це локальний процес, пов'язаний з конструкціями будівлі. Для експлуатації схилу треба вести спостереження за всіма його ділянками, а вони часто належать різним організаціям і власникам. Треба застосовувати різні методи спостереження за зсувними процесами і факторами, які провокують ці процеси, і мати сили швидкого реагування на зсувні процеси.

5. Інженер, який проектує споруду на схилі, повинен аналізувати стійкість всього схилу і оцінювати усі можливі фактори і негативні наслідки забудови схилу.

6. Мешканцям будинків на схилах можна порадити вимогати від забудовників страхового захисту від страхових випадків, пов'язаних зі зсувними процесами. Готовність чи неготовність страхових компаній надати такі страхові послуги можуть служити оцінкою безпеки проживання в таких будинках.

## 5. ОЦІНКА РЕЗЕРВІВ МІЦНОСТІ І НАДІЙНОСТІ ІСНУЮЧИХ КОНСТРУКЦІЙ МАСОВОГО БУДІВНИЦТВА В УМОВАХ ДЕФІЦИТУ ІНФОРМАЦІЇ

В цьому розділі, використовуючи методи теорії надійності, ми виходимо за межі конструкцій захисту територій і розглядаємо іншу задачу, яка може постати перед інженерами міського будівництва.

При реконструкції п'ятиповерхових житлових будинків шляхом добудови нових поверхів виникає задача оцінки резервів міцності і надійності існуючих залізобетонних конструкцій і фундаментів цих будинків. Тобто мова йде про територію компактної житлової забудови 50-60 років і типових рішень відповідних конструкцій.

Постає проблема дати узагальнено рішення цієї задачі, не вдаючись до детального дослідження кожного будинку.

Задача має значну невизначеність, яку пропонується в певній мірі подолати, використовуючи методи теорії надійності.

Ідейний каркас рішення поставленої задачі полягає в наступному.

1. Розглядаються конструкції, розраховані методом граничних станів відповідно з діючими в період будівництва нормами. Отже, можна на основі цих норм визначити коефіцієнт запасу, «зібрав» всі розрахункові коефіцієнти. Це такі коефіцієнти, які в російськомовних СНиПах мали назву «коэффициент перегрузки», «коэффициент однородности», «коэффициент условий работы». В нових діючих нормах – ДБН ці коефіцієнти мають інші назви, наприклад «коефіцієнт надійності за навантаженням», «коефіцієнт надійності за призначенням споруди».

2. Нове збільшене навантаження зменшує коефіцієнт запасу, його теж можна визначити. Або відбувається знос конструкцій, це теж впливає на коефіцієнт запасу.

Таким чином можна одержати «старий» коефіцієнт запасу і сучасний, зменшений за рахунок нових навантажень, або часткового зносу конструкції. При цьому і новий коефіцієнт запасу може бути більше одиниці. Так, наприклад, палі фундаменту були запроєктовані з коефіцієнтом запасу  $\xi = 1,7$ , а при збільшеному сучасному навантаженні  $\xi = 1,35$ . Якщо б фактори будівництва були детермінованими, то і такий коефіцієнт запасу, можливо, був достатнім. Але навантаження, що діють на споруди, міцність матеріалів і ґрунтів мають мінливу природу, і ця мінливість може вивести конструкцію за допустимі межі. Тому ситуацію слід розглянути з імовірнісних позицій.

3. Для оцінки резервів міцності конструкції слід перейти до імовірнісних методів теорії надійності і використати при цьому порівняно просту узагальнену модель О.Р. Ржаніцина:

$$\gamma = \frac{\xi - 1}{\sqrt{\xi^2 A_R^2 + A_Q^2}}; \quad P = f(\gamma)$$

Ця модель описана в попередньому розділі. В цій моделі, крім коефіцієнту запасу, слід знати коефіцієнти варіації (мінливості) діючих факторів, наприклад, коефіцієнти варіації міцності бетону, ґрунтів, навантажень. А ці дані одержати значно легше, ніж реальні параметри кожної конструкції.

4. Пропонується в деяких випадках вводити в модель діапазон реальних значень  $A_R$  і  $A_Q$ , характерних для діючих факторів, бо коефіцієнти варіації випадкових факторів мають певні діапазони. Тому і в результаті одержимо діапазон значень  $P_1 \div P_2$  для минулого і сучасного навантажень. (Цей пункт дозволяє уточнювати оцінки надійності).

5. Порівняння пар показників надійності:  $P_1^{\tilde{n}\tilde{o}} - P_2^{\tilde{n}\tilde{o}}$  і  $P_1^i - P_2^i$ , де одна пара  $P_1^{\tilde{n}} - P_2^{\tilde{n}}$  одержана при старому коефіцієнті запасу, а інша  $P_1^i - P_2^i$  – при новому, характеризує зміну надійності конструкції.

6. Задачі притаманна невизначеність: деякі важливі параметри конструкції невідомі. Проте в свій час проектування споруди виконувалось при повному об'ємі інформації згідно з діючими нормами. Це забезпечило необхідний на той час коефіцієнт запасу, на який спирається запропонований тут метод. До речі, вірність тих рішень підтверджують десятки років експлуатації споруди.

7. Знос конструкції, інші її зміни теж можна враховувати шляхом відповідної корекції коефіцієнта запасу.

8. Викладений підхід можна застосовувати не тільки для масових типових конструкцій, але й для конкретної конструкції: величина зміни надійності буде орієнтиром для інженера, наприклад, під час обстеження чи реконструкції споруди.

Нижче наведені результати оцінки надійності несучої здатності по ґрунту фундаментів міських шляхопроводів. Існуючі шляхопроводи були запроектовані в минулому столітті з використанням проектів прогонів згідно з діючими на той час нормами СН-200-62. В діючих сучасних нормах ДБН В.1.2-15:2009 рухомі навантаження суттєво збільшені. Тому коефіцієнт запасу фундаменту, який, наприклад, дорівнював 1,73, тепер став 1,48, а показник надійності, який був  $P = 0,999$ , став  $P = 0,990$ .

Висновок з проведених розрахунків такий. Хоча коефіцієнт запасу і показник надійності зменшились, але все ж залишаються значними. Тому не треба проводити підсилення всіх діючих фундаментів тільки тому, що рухоме навантаження збільшилось. А треба прийняти міри для виявлення незначної кількості фундаментів, де запобіжні заходи доцільні.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. А.Р. Ржаницин. Теория расчета строительных конструкций на надежность. – Москва, Стройиздат, 1978.
2. Е.С. Вентцель. Теория вероятностей. Москва. Наука, 1969.

#### АННОТАЦИЯ

Рассмотрены инженерные задачи, в которых методы теории надежности использованы как инструменты исследования.

#### ANNOTATION

Probabilistic methods of reliability theory are used as a tool for the study of engineering problems here.