УДК 624.012.045

к.т.н. Яковенко И.А., Национальный авиационный университет

## К ОБРАЗОВАНИЮ НАКЛОННЫХ ТРЕЩИН В СОСТАВНЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЯХ

Статья посвящена определению полной картины трещинообразования вееров наклонных трещин, прилегающего к грузу и к опоре, что позволяет существенно уточнить действительное напряженно-деформированное состояние железобетонных составных конструкций в процессе нагружения. расчетные модели для определения усилий в продольной и Рассмотрены поперечной арматуре в наклонных трещинах первого и второго и третьего типов для различных уровней трещинообразования, и расчетные схемы для определения деформаций растянутого бетона  $\varepsilon_{bt}(y)$ между этими трещинами.

**Ключевые слова**: уровни трещинообразования, наклонные трещины, расчетная модель, расчетная схема, напряженно-деформированное состояние железобетонные составные конструкции

Существующие методы расчета по образованию наклонных трещин и нормативный метод ограничиваются рассмотрением трещин лишь второго типа. Они основаны на сравнении величин главных растягивающих напряжений на центральной оси элемента, полученных по формулам теории упругости, с пределом прочности бетона при растяжении. При этом не только не используется существенный резерв, заложенный в способности растянутого бетона к неупругому деформированию, но и не учитывается реальная возможность развития неупругих деформаций в бетоне.

Оправданность использования столь упрощенного подхода при расчете по образованию наклонных трещин объясняли в свое время тем, что ширина их раскрытия считалась не значительной, и их влияние на напряженнодеформированное состояние элемента в целом невелико. Однако рядом исследователей четко установлено, что при определенных, но вполне реальных условиях наклонные трещины могут появляться раньше нормальных, ширина их раскрытия может быть значительной, а в предварительно напряженных тонкостенных элементах вслед за появлением наклонных трещин может даже произойти хрупкое разрушение.

Для успешного исследования напряженно-деформированного состояния при наличии наклонных трещин и анализа его влияния на трещиностойкость,

необходимо располагать четкой классификацией трещин, а также неискаженными результатами экспериментов.

В этих зонах, как известно [1] появляются трещины первого и второго типа. Для трещин первого типа определяющим усилием, вызывающим их появление, является изгибающий момент *M*. Они начинаются от растянутой грани, вначале к ней нормальны, затем искривляются в сторону силы. С увеличением нагрузки зона образования трещин постепенно перемещается в сторону уменьшения изгибающего момента (в обычных балках – к опоре).

Трещины второго типа появляются, когда определяющим усилием является поперечная сила Q. Эти трещины образуются в средней части высоты балки и с ростом нагрузки развиваются в сторону груза и в сторону опоры. В коротких балках при больших поперечных силах и в предварительно напряженных двутавровых балках с тонкой стенкой они могут появляться



Рис. 1. Расчетная модель для определения усилий в продольной и поперечной арматуре в трещинах, образующих веер 1, прилегающий к сосредоточенной силе

Кроме общеизвестных двух типов трещин, в проведенных исследованиях [2] выявлен третий тип наклонных трещин, развивающихся в приопорной части вдоль сжатого столба образующейся арки, которые могут соединяться (при определенных геометрических параметрах и армировании) с трещинами, появляющимися на верхней грани железобетонной конструкции над аркой. Как подтверждают эксперименты, их слияние происходит практически мгновенно. Угол их наклона может существенно изменяться, образуя веер 2 [1]. Этот тип трещин развивается не от опоры к силе, а пробивается через сжатый столб образующейся арки, который может выходить на верхнюю грань железобетонной конструкции и приводить к ее разрушению.

В работах [2, 3] с участием автора предложены расчетные модели для оценки сопротивлений в зоне наклонных трещин первого, второго и третьего типов.

Расчетные схемы для оценки сопротивлений в зоне наклонных трещин первого, второго и третьего типа приведены на рис. 1 и 2, соответственно.

Для определения действительного напряженно-деформированного состояния железобетонных составных конструкций возникает необходимость в определении полной картины трещинообразования в процессе нагружения. При этом важно располагать не только различными уровнями трещинообразования нормальных трещин, но и иметь полную картину вееров наклонных трещин.

К расчету привлекается для описания напряженно-деформированного состояния участков  $A_2B_2B_1A_1$  и  $I_3A_3A_2I_2$  формулы клина (рис. 2, 6, 7) для точек, расположенных на его оси. Затем определяются усилия M, N и Q, используя усредненные прямоугольные эпюры их распределения по сечению с использованием коэффициентов наполнения  $\omega = 0.8$ . Опираясь на полученные внутренние усилия, уточняется распределение нормальных и касательных напряжений по поперечным сечениям блоков IV и V, используя формулы для внецентренного сжатия (растяжения) и формулу Журавского для стержневых элементов.

В верхней зоне пролета «среза» клин (рис. 3) образуется из-за наличия трещин веера 1 (см. [2, 4]). В любом случае, напряженно-деформированное состояние по линии  $A_2A_1$  близко к предельному при образовании трещин по направлению траектории главных деформаций удлинения. Если трещина только что образовалась, то равнодействующая усилия по линии  $A_2A_1$ передается (обеспечивается) на поперечную арматуру, причем ее величина практически не изменяется. В момент образования трещин нагельными усилиями в хомутах можно пренебречь в виду их незначительности ( $a_{crc}$  близко к нулю). Составляющие же осевых (для клина) и перпендикулярных им усилий находятся простым разложением вертикальных усилий в хомутах по правилу параллелограмма.



Из рис. 4 следует, что в точке *B* клина, расположенной в окрестности вершины клина (на расстоянии  $t_k = \theta \cdot l_{sup} \cdot \cos \alpha$ ) сила  $P_1$  по направлению оси *x* равна  $N_B \cdot \cos \alpha + Q_B \sin \alpha$ , а сила  $P_2$  по направлению оси  $y_1$  равна  $Q_B \cdot \cos \alpha - N_B \sin \alpha$ . Здесь угол  $\alpha$  в первом приближении принимается равным 16°, а на последующих итерациях определяется по найденным параметрам  $x_{B,2}$ и  $c_2$  равен половине угла наклона трещины  $0,5\alpha_{crc}$ .

В свою очередь, напряжения  $\sigma_{x,loc}$ ,  $\sigma_{y,loc}$  и  $\tau_{xy,loc}$  в сечении 1 – 1, (необходимые для нахождения усилий – составляющая  $N_B$  и  $Q_B$ , приложенных в вершине клина) определяется в соответствии с рекомендациями норм. При этом на эти напряжения накладываются ограничения, в соответствии с которыми они не могут превышать предельного сопротивления бетона сжатию  $R_b$  или растяжению  $R_{bt}$ , а сдвигающие усилия в шве между бетонами определяются из расчетной схемы составных стержней.

Напряжения  $\tau_{\alpha,H}$  в точке H (рис. 3, рис. 4) для практических расчетов может быть принятым равным нулю, так как лежит на площадке, близкой к главной, а напряжение  $\sigma_{bl,\alpha,H}$  достигает значения  $R_{bl}$ , а его вертикальная составляющая равна  $R_{bl} \cdot \cos 2\alpha$ . При этом из условия совместности деформаций бетона и поперечной арматуры, напряжения в поперечных стержнях на участке  $A_2A_1$  равно:  $2\alpha_{sw}R_{bl}\cos 2\alpha$ . В итоге вертикальная равнодействующая равна:

$$R_{bt} \cdot \cos 2\alpha \cdot b \cdot l_{A_{A}A_{V}} + 2\alpha_{sw} \cdot R_{bt} \cos 2\alpha \cdot A_{sw} \cdot l_{A_{A}A_{V}} = R_{v}.$$
 (1)

Горизонтальная равнодействующая равна:

$$R_{bt} \cdot \sin 2\alpha \cdot b \cdot l_{AA} = R_{H}. \tag{2}$$



Рис. 3. Силовые воздействия на клин: а) – в точке В; б) –на участке OL клина

В предлагаемой расчетной схеме для описания напряженнодеформированного состояния зоны *А*,*B*,*B*,*A*, используются формулы клина.

При этом их значения ограничиваются усилиями  $N_{B}$  и  $Q_{B}$ , найденными из решения задачи прочности.

Тогда,

$$\sigma_{x} = -\frac{2P_{1}}{2\alpha + \sin 2\alpha} \cdot \frac{x_{1}^{3}}{\left(x_{1}^{2} + y^{2}\right)^{2}} - \frac{2P_{2}}{2\alpha - \sin 2\alpha} \cdot \frac{x_{1}^{2}y}{\left(x_{1}^{2} + y^{2}\right)^{2}};$$
(3)

$$\sigma_{y} = -\frac{2P_{1}}{2\alpha + \sin 2\alpha} \cdot \frac{x_{1}y^{2}}{\left(x_{1}^{2} + y^{2}\right)^{2}} - \frac{2P_{2}}{2\alpha - \sin 2\alpha} \cdot \frac{y^{3}}{\left(x_{1}^{2} + y^{2}\right)^{2}};$$
(4)

$$\tau_{xy} = -\frac{2P_1}{2\alpha + \sin 2\alpha} \cdot \frac{x_1^2 y}{\left(x_1^2 + y^2\right)^2} - \frac{2P_2}{2\alpha - \sin 2\alpha} \cdot \frac{x_1 y^2}{\left(x_1^2 + y^2\right)^2}.$$
 (5)

В сечении 2–2 используется новая система координат, в которой ось x совпадает с направлением геометрической оси железобетонной конструкции, а ось у перпендикулярна к ней. Тогда, для определения напряжений  $\sigma_{x2}$  и  $\tau_{xv2}$ . можно воспользоваться формулами механики твердого деформируемого тела:

$$\sigma_{\alpha} = \sigma_{x} \cos^{2} \alpha + \sigma_{y} \sin^{2} \alpha + \tau_{xy} \sin 2\alpha; \qquad (6)$$

$$\tau_{\alpha} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha - \tau_{xy} \cos 2\alpha \,. \tag{7}$$

Применительно к точке *L* сечения 2–2 на основании формул (3)–(7) при использовании системы координат, принятой для клина, получим:

$$\sigma_{x,A} = -\frac{2P_1}{(2\alpha + \sin 2\alpha)} \cdot \frac{\cos \alpha}{(a - b_3 - c_2)}; \quad \sigma_{y,A} = 0, \ \tau_{xy} = 0.$$
(8)

В итоге, на основании формул (3) – (5), будем иметь

$$\sigma_{x^2} = -\frac{2P_1}{2\alpha + \sin 2\alpha} \cdot \frac{\cos^3 \alpha}{(a - b_3 - c_2)};$$
(9)

$$\tau_{xy,2} = -\frac{P_1}{2\alpha + \sin 2\alpha} \cdot \frac{\cos \alpha - \sin 2\alpha}{\left(a - b_3 - c_2\right)}.$$
(10)

На полученное напряженно-деформированное состояние клина необходимо наложить дополнительное поле напряжений (деформаций), вызываемое равнодействующими усилиями, возникающими на наклонной грани клина  $A_2A_1$  (рис. 4).

Теперь, из уравнения проекций всех сил на ось x для блока IV, расположенного сверху от ломанного сечения  $I_2 - A_2 - A_2 - B_2$ , определяем высоту сжатого бетона  $x_{B,2}$  над наклонной трещиной в сечении II - II  $(\sum 0X = 0)$ :

$$x_{B,2} = \frac{\sigma_{s,3}A_{s,3} + \varepsilon_{bt,3} \cdot E_b \cdot v_b \cdot b \cdot h_3 + q_{sw,hor} \cdot c_2}{\omega_{\sigma,2} \cdot \sigma_{s,2} \cdot b},$$
(11)

 $\omega_{\sigma,2} \cdot \sigma_{x,2}$  определяется в соответствии с рассмотренными формулами (для клина  $A_2 B_2 B_1 A_1$ .



Рис. 4. Силовые воздействия на клин на участке I<sub>0</sub>O<sub>i,d</sub>

Аналогично, используя приведенные формулы клина отыскиваются нормальные и касательные напряжения в сечении 3-3 и в любом поперечном сечении i-i для клина  $I_3A_3A_2I_2$ , расположенного ниже опасной косой трещины третьего типа.

Применительно к зоне, расположенной под опасной наклонной трещиной третьего типа, схема усилий, приложенных в клине будет иметь вид, приведенный на рис. 4.

Определение расстояний и уровней появления наклонных трещин третьего типа было рассмотрено в работе [4]. Что же касается последующих уровней трещинообразования наклонных трещин первого и второго типов, то вопрос остался открытым. Ниже рассмотрено решение этой задачи.

После определения опасной косой трещины по критерию образования или наибольшей ширины их раскрытия [1, 2], необходимо нанести весь веер наклонных трещин первого и второго типа.

При этом расстояние между наклонными трещинами *i*-ого уровня,  $l_{crc,i}$ , расположенными вдоль продольной арматуры определяются из следующих соотношений (рис.5):

$$\frac{l_{crc,lef,i}}{l_{crc,rig,i}} = \frac{M_{rig,i}}{M_{lef,i}} \cdot \frac{A_{S,rig,i}}{A_{S,lef,i}} = \eta_i.$$
(12)

$$\frac{l_{crc, lef, *,i}}{l_{crc, rig, *,i}} = \frac{M_{rig, *,i}}{M_{lef, *,i}} \cdot \frac{A_{S, rig, *,i}}{A_{S, lef, *,i}} = \eta_{*,i}.$$
(13)



Рис. 5. К определению следующего уровня появления трещин

Таким образом трещинообразование продолжается до момента разрушения. При этом выделяется не один (как это принято в ряде известных методик), а несколько уровней трещинообразования:

Расстояние между трещинами является важнейшим параметром, необходимым для определения ширины раскрытия трещин в железобетонных конструкциях. Из физических соображений в формуле для определения ширины раскрытия трещин логично использовать уровневое (дискретное) значение *l<sub>crc</sub>* в соответствии с неравентсвами (14).

При наличии расстояний между трещинами вдоль продольной арматуры в пролете «среза» на различных уровнях их трещинообразования и усилиями в продольной арматуре в местах ее пересечения трещинами, несложно перейти к определению напряжений в продольной арматуре  $\sigma_{s,x}$ , а также деформаций в бетоне  $\varepsilon_{bt}(x)$  и относительных взаимных смещений арматуры и бетона  $\varepsilon_{g}(x)$  в произвольном сечении x [2].

Располагая уровнями трещинообразования вдоль продольной арматуры в пролете «среза», строится вероятный веер трещин первого и второго типов, прилегающий к сосредоточенной силе. Степень реализации трещин веера I (пересекут ли эти трещины поперечную арматуру, либо ее будет пересекать опасная наклонная трещина) определяются только ИЗ рассмотрения напряженно-деформированного состояния вдоль ХОМУТОВ на основании расчетной схемы, приведенной на рис. 2, которая соответствует расчетной модели (рис. 1).

Из расчетной модели (рис. 1) следует, что располагая усилиями в продольной и поперечной арматуре в опасной наклонной трещине несложно получить такие усилия и в соседней наклонной трещине веера І. Для заштрихованной на рис. 2 арки составляются уравнения равновесия моментов относительно точки  $B_*$  ( $\sum M_{B_*} = 0$ ) и уравнения равновесия проекций всех сил на ось 0Y ( $\sum 0$ Y = 0):

$$N_{s,i}(h_0 - x_B) - N_s(h_0 - x_B) + Q_{s,i}(l_{*,i} + c_{i,1}) - Q_s c_{i,1} + q_{sw,i} \cdot 0,5(l_{*,i} + c_{i,1})^2 - q_{sw,i} \cdot 0,5(c_{i,1}^2 + q_{sw,i}, 0,5(l_{*,i} + c_{i,1})^2 - q_{sw,i} \cdot 0,5(c_{i,1}^2 = 0);$$
(15)

$$f_{sw} \cdot 0,5c_{i,1} + q_{sw,i,hor} \cdot 0,5(l_{*,i} + c_{i,1}) - q_{sw,hor} \cdot 0,5c_{i,1} = 0;$$
(15)

$$Q_{s,i} - Q_s + q_{sw,i} (l_{*,i} + c_{i,1}) - q_{sw} \cdot c_{i,1} = 0.$$
<sup>(16)</sup>



Рис. 6. Расчетная схема к определению деформаций растянутого бетона  $\varepsilon_{bt}(y)$  между наклонными трещинами первого, второго и третьего типов в железобетонной составной конструкции (случай 1)

В этих уравнениях неизвестными являются  $N_{s,i}$  и  $q_{sw,i}$ . При этом  $Q_{s,i}$  равняется  $0,2 N_{s,i}$ , а  $q_{sw,i,hor}$  равняется  $0,2 q_{sw,i}$ .

В рассматриваемой расчетной модели в точке  $B_*$  безусловно созданы идеализированные условия (предположив, что площадь бетона в этой точке стремиться к нулю). Однако, если даже положить, что эта площадь имеет место и в точке  $B_*$  появится шарнирно-неподвижная опора с соответствующими реакциями  $N_{B,*}$  и  $Q_{B,*}$ , то на моментное уравнение (15) это никак не отразится, а в уравнение проекций (16) войдет лишь  $Q_{B,*}$ . При этом учитывая, что поперечная сила в сечении I–I распределяется большей своей частью над наклонной трещиной и под наклонной трещиной, то ее часть, прилегающая к окрестности точки  $B_*$  будет весьма незначительной, что вполне оправдывает принятую расчетную модель (рис. 1).

Последовательно перемещаясь от одной трещины к другой, используемая расчетная модель (рис. 1) позволяет определить усилия в продольной и поперечной арматуре в любой трещине из веера I из уравнений, аналогичных (14) и (15).

В итоге, общий алгоритм расчета сводится к следующему:

 Определяют в соответствии с разработанной методикой параметры напряженно-деформированного состояния в опасной наклонной трещине по критерию их наибольшей ширины раскрытия.



Рис. 7. Расчетная схема к определению деформаций растянутого бетона  $\varepsilon_{bt}(y)$  между наклонными трещинами первого, второго и третьего типов в железобетонной составной конструкции (случай 2)

2. Определяют функциональное значение  $l_{crc}$ . Затем, пользуясь соотношениями (12) – (13) и неравенствами (12), (14), находят уровневое значение  $l_{crc}$ .

3. В пролете «среза» железобетонного составного стержня наносится вероятный веер I наклонных трещин первого и второго типов.

4. Проверяется реализация веера I (пересекает ли трещина этого веера поперечную арматуру) с использованием предложенной расчетной модели для определения усилий в продольной и поперечной арматуре в трещинах и расчетной схемы для определения деформаций растянутого бетона  $\varepsilon_{bt}(y)$  между наклонными трещинами первого и второго типов в железобетонных составных конструкциях.

## Список использованной литературы

1. Голышев А. Б. Сопротивление железобетона : монография / А. Б. Голышев, В. И. Колчунов. – К. : Основа, 2009. – 432 с.

 К определению деформаций растянутого бетона для расчета трещиностойкости железобетонных конструкций по наклонным сечениям / [Х.
 Баширов, А. А. Дородных, Вл. И. Колчунов, И. А. Яковенко, Н. В. Усенко] // Строительная механика и расчет сооружений, № 6(245). – 2012. – С. 2 – 7.

3. Колчунов В. И. К образованию наклонных трещин последующих уровней в железобетонных составных конструкциях / В. И. Колчунов, И. А. Яковенко, Н. В. Усенко // Зб. наук. праць (галузеве машинобудування, будівництво), вып. 4(39), Т. 1. – Полтава : ПолтНТУ, 2013. – С. 140–149.

4. Усенко Н. В. Образование наклонных трещин третьего типа в железобетонных составных конструкциях / Н. В. Усенко, И. А. Яковенко, В. И. Колчунов // Будівництво України, вип. 2. – 2013. – С. 24–28.

5. Колчунов В. И. Разработка двухконсольного элемента механики разрушения для расчета ширины раскрытия трещин железобетонных конструкций / В. И. Колчунов, И. А. Яковенко // Вестник гражданских инженеров, №4(21). – Санкт-Петербург, СПбГАСУ, 2009. – С. 160–163.

## Анотація

Стаття присвячена визначенню повної картини тріщиноутворення віяла похилих тріщин, прилеглого до вантажу, що дозволяє істотно уточнити дійсний напружено-деформований стан залізобетонних складених конструкцій в процесі навантаження. Запропоновано розрахункову модель для визначення зусиль в повздовжній і поперечній арматурі в похилих тріщинах першого і другого типу для різних рівнів тріщиноутворення, та розрахункові схема для визначення деформацій розтягнутого бетону між цими тріщинами. Ключові слова: рівні тріщиноутворення, похилі тріщини, розрахункова модель, розрахункова схема, напружено-деформований стан, залізобетонні складені конструкції.

## Abstract

Article is devoted to the definition of a complete picture of cracking fans inclined cracks adjacent to the load, which can significantly clarify the actual stress-strain state of reinforced concrete composite constructions in the process of loading . Proposed a computational model to determine forces in the longitudinal and transverse reinforcement in the inclined cracks of the first and second types for different levels of cracking, and computational the scheme for determining the deformation of concrete in tension between the cracks.

**Keywords**: levels of cracking , inclined cracks, the calculation model, the design scheme , the stress- strain state, reinforced concrete composite constructions.