

УДК 624.04

Струк О.О., Бортник О.В.,
к. т. н., доцент Пасічник Р.В.,
Луцький національний технічний університет

ПЕРЕВІРКА МЕТОДУ ЗАМІНИ ФЕРМИ ЕКВІВАЛЕНТНОЮ БАЛКОЮ В СТАТИЧНИХ РОЗРАХУНКАХ

Проведено аналіз доцільності та ефективності використання стержнів зведеної жорсткості в якості розрахункової схеми для певних типів наскрізних конструкцій. Розглянуто метод розрахунку ферми як балкової системи. Запропоновано розрахунок балкової системи, як розрахункової, що полягає в використанні формули Мора з врахуванням Q .

Ключові слова: *наближений розрахунок, наскрізні стрижневі системи, ферми, еквівалентна система, система з розподіленими параметрами.*

Основними несучими конструкціями будівельних об'єктів є балки, ферми, рами, колони, пластини, оболонки, тощо. При проектуванні і конструюванні цих елементів необхідно проводити інженерні розрахунки на міцність, жорсткість, стійкість при статичному і динамічному навантаженні. В деяких випадках в залежності від виду об'єкта дослідження такі розрахунки можуть виявитись досить об'ємними через складність математичної моделі розрахункової схеми. В таких випадках часто вдаються до спрощеного розрахунку, замінюючи розрахункову схему об'єкта простішою, еквівалентною заданій з деякими допущеннями.

Відома практика заміни ферми еквівалентною балкою в статичних розрахунках[1]. Однак і в теперішній час залишається багато питань по спрощенню розрахунків ферм.

Ця робота присвячена обґрунтуванню заміни наскрізної стрижневої системи стрижневим балочним елементом.

Балка являє собою стержень суцільного поперечного перерізу, що працює на згин. При згині стержня виникають, в основному, нормальні напруження, які змінюються по лінійному закону, з найбільшими значеннями в найбільш віддалених від нейтральної осі волокнах, рис.1.

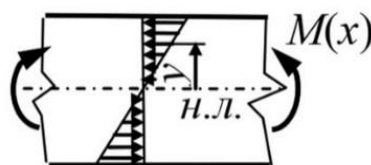


Рис.1. Розподіл навантаження по сеченню стержня при прогині.

$$\sigma = \frac{M(x)}{J_z} y. \quad (1)$$

Нормальними напруженнями в волокнах прилеглих до нейтральної осі можна знехтувати. Це означає, що товщину балки в межах нейтральної осі, тобто поблизу центру ваги поперечних січень, можна зробити невелику по відношенню до волокон, які віддалені від нейтральної лінії, рис. 2.

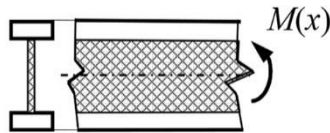


Рис.2. Раціональна форма січення балки.

Але, повністю викинути цю тонку діафрагму не можна, так як на нейтральній осі виникають найбільші дотичні напруження, що викликають зсув, і діафрагма повинна забезпечити роботу балки-стержня на зсув. Очевидно, суцільне січення такої діафрагми доцільно замінити наскрізним, у вигляді решітки стержнів, що утворює замість балки ферму, рис. 3.

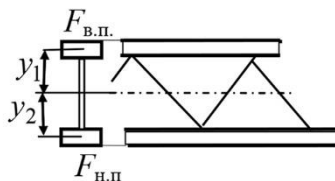


Рис.3. Балка з наскрізною діафрагмою.

Стержні такої статично визначеної конструкції при вузловому навантаженні працюють на розтяг або стиск. Тому в розрахунковій схемі ферма зображується у вигляді системи прямих стержнів, зв'язаних між собою шарнірами, рис. 4.

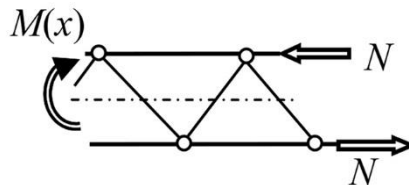


Рис.4. Розрахункова схема ферми.

При згині ферми стержні верхнього і нижнього поясів сприймають розтяг-стиск і зусилля в них зрівноважують момент зовнішнього навантаження, а розтягнуто-стиснені стержні решітки ферми зрівноважують поперечну силу, яка зі згинаючим моментом зв'язана диференціальною залежністю

$$Q(x) = \frac{dM(x)}{dx}. \quad (2)$$

З вище висловленого твердження випливає, що балку можна замінити еквівалентною по міцності фермою і це виявиться економічно доцільно. Впливає і зворотнє твердження, що ферму можна замінити рівномірною балкою.

В балках розрахунок на міцність визначається головним чином побудовою епюр згинаючих моментів і поперечних сил, а в розрахунку на жорсткість, крім основоположного наближеного диференціального рівняння зігнутої осі, використовуються і інші ефективні методи: метод початкових параметрів, правило Верещагіна та ін.

Розрахунок ферми на міцність зводиться до обчислення внутрішніх зусиль у всіх стержнях методом вирізання вузлів або методом моментних точок, і ця робота хоча і проста, але трудомістка. Переміщення вузлів ферми обчислюють за формулою Мора, що істотно більш трудомістка.

$$\delta_i \sum \frac{N_{ip} N_{i1}}{EF_i} l_i. \quad (3)$$

Особливо надзвичайно великою трудомісткістю характеризується динамічний розрахунок ферм. Навіть у спрощеному динамічному розрахунку ферми потрібно скласти подвійну кількість (по числу вузлів ферми) диференціальних рівнянь руху умовного інерційного навантаження. Такий розрахунок доволі трудомісткий і малоефективний для інженерної практики.

Необхідно розробити спрощений розрахунок переміщень в балочній системі з застосуванням його до еквівалентної балки, яка замінює ферму.

Основи заміни наскрізного стержня еквівалентною балкою

Відомо, що переміщення в балці залежать від згинаючого моменту і поперечної сили. Так, наприклад, в формулі Мора для обчислення переміщення (прогину або кута повороту) міститься три складові [2,3]

$$\begin{aligned} \delta = & \sum \int \frac{M_p(x)M_1(x)}{EJ} dx + \\ & + \sum K \int \frac{Q_p(x)Q_1(x)}{GF} dx + \\ & + \sum \int \frac{N_p(x)N_1(x)}{EF} dx. \end{aligned} \quad (4)$$

Легко показати, що впливом поперечної сили Q порівняно з впливом згинаючого моменту M в балках можна нехтувати, а вплив поздовжнього

зусилля ще менше, ніж поперечної сили. Але слід зауважити, що $y(x)=y(M)+y(Q)$.

Розглянемо елемент балки під дією поперечної сили, рис. 5. Додаткове переміщення по вертикалі правого січення по відношенню до лівого рівне $dy(Q) = -\gamma Q(x)dx$ (при додатній поперечній силі кут повороту січення від'ємний – по ходу годинникової стрілки). Тут γ – відносний зсув, тобто кут зсуву від одиничної поперечної сили.

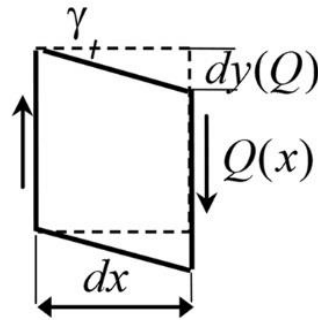


Рис. 5. Деформація зсуву в елементі балки.

Інтегруючи представлену залежність, знаходимо додатковий прогин від поперечної сили

$$y(Q) = -\gamma \int Q(x)dx + C. \quad (5)$$

Постійна інтегрування залежить від вибору початку координат. При виборі початку координат на опорі балки $C=0$.

Таким чином, сумарне переміщення в балці при згині складається з двох складових

$$y(x) = -y(M) - \gamma M(x). \quad (6)$$

Перша складова враховує дію згинаючого моменту, друга – поперечної сили.

Поширюючи це судження на ферму, слід зауважити, що першу складову (6) можна обчислювати по розрахунковим формулам (або рівнянням) балки, тобто в додатку до ферми в балкових формулах потрібно враховувати момент інерції площі поперечного січення поясів ферми відносно нейтральної осі, тобто відносно центральної осі січення поясів ферми, рис. 3

$$J = F_{\text{в.п.}} y_1^2 + F_{\text{н.п.}} y_2^2. \quad (7)$$

Для врахування впливу поперечної сили потрібно знати кут зсуву γ в залежності від схеми решітки ферми і її січення. Найпростіше цей кут знаходиться для решітки з паралельними кіццями, рис. 6.

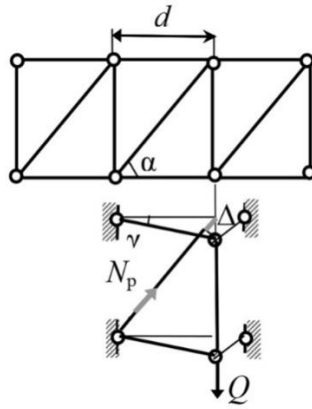


Рис. 6. Схема визначення деформації зсуву в фермі.

Для довільної панелі з нерухожими вузлами в лівому січенні і рухомими у вертикальному напрямку (перпендикулярному напрямку поясів) правими вузлами зусилля в кісці від поперечної сили $N_p = Q / \sin \alpha$. Від цього зусилля виникає поздовжня деформація кісця

$$\Delta l = \frac{N_p l_p}{EF_p} = \frac{1}{\sin \alpha} \frac{d}{\cos \alpha} \frac{1}{EF_p}$$

Перпендикуляр до напрямку кінця стиснутого кісця на стійку $\Delta = \Delta l / \sin \alpha$ визначає катет кута γ , тобто

$$\gamma = \frac{1}{EF_p} \frac{1}{\sin^2 \alpha \cos \alpha} \quad (8)$$

Така ж формула кута зсуву буде і в фермі з трикутною решіткою[4].

Для оцінки точності цієї формули розглянемо чисто академічну задачу у вигляді консольної вертикальної ферми з квадратними панелями і трикутною решіткою, рис. 7. Площі поперечних січень прийемо однаковими. Обчислимо переміщення вузла завантаження по формулі Мора (3). Розрахунок представимо в таблиці 1.

З таблиці знаходимо переміщення верхнього вузла, завантаженого силою Р

$$\delta_{11} = 55,313 \frac{d}{EF}$$

В еквівалентній балці від зсуву

$$\gamma = - \frac{1}{EF_p \sin^2 \alpha \cos \alpha} = - \frac{1}{EF} 0,3535'$$

а відповідний прогин

$$\delta(Q) = -\gamma M(l) = - \frac{4d}{0,3535EF} = -11,315 \frac{d}{EF}$$

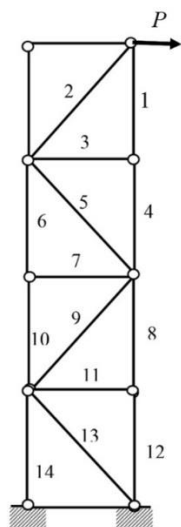


Рис. 7. Вертикальна консольна ферма.

Прогин від згинаючого моменту з врахуванням моменту інерції площі поперечного січення поясів (одної ферми)

$$I = 2F \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{Fd^2}{2}$$

обчислюється за відомою формулою для консолі

$$f(M) = \frac{Pl^3}{3EJ}, \text{ тобто}$$

$$\delta(M) = -\frac{l^3}{3EJ} = -\frac{(4d)^3 \cdot 2}{3EJ d^2} = -42,66 \frac{d}{EF}.$$

Таблиця 1.

Обчислення переміщень у фермі

№ст.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
l_i/d	1	$\sqrt{2}$	1	1	$\sqrt{2}$	1	1	1	$\sqrt{2}$	1	1	1	$\sqrt{2}$	1	
N_{i1}/P	-1	$\sqrt{2}$	0	-1	$-\sqrt{2}$	2	0	-3	$\sqrt{2}$	2	0	2	$-\sqrt{2}$	4	
N_{i1}	-1	$\sqrt{2}$	0	-1	$-\sqrt{2}$	2	0	-3	$\sqrt{2}$	2	0	2	$-\sqrt{2}$	4	
$N_{ip} N_{i1} l_i$	1	$2\sqrt{2}$	0	1	$2\sqrt{2}$	4	0	9	$2\sqrt{2}$	4	0	4	$2\sqrt{2}$	16	55,3

Сумарний прогин від одиничного навантаження

$$\delta_{11} = -53,98 \frac{d}{EF},$$

що відрізняється від розрахунку за формулою Мора на 2,4%.

Зауважимо, що формула Мора з врахуванням поперечної сили (4) приводить до кінцевого результату з великою точністю практично при одному обчисленні

$$y(Q) = \int_0^1 k \frac{Q(P) Q(1)}{GF} dx = k \int_0^{4d} \frac{P dx E}{EF G} = 1,2 \frac{P4d}{EF} 2,5 = 12 \frac{Pd}{EF}$$

Сумарне переміщення

$$\gamma = 54,66 \frac{d}{EF}$$

з відхиленням від точного значення на 1,8%.

Отже, в будівельній механіці стержневих систем для розрахунку наскрізних систем у вигляді ферм і стійок можна використовувати заміну заданої стержневої системи еквівалентною балкою.

Список використаних джерел

1. Жеданов, С.А. Новый способ расчета сквозных ферм, рам и арок [Текст] : Учебное пособие /С.А.Жеданов. – Донецк : ДПИ, 1974. – 76 с.
2. Курс сопротивления материалов [Текст] / Под общей редакцией Г. С. Писаренко. – К. : Вишшкола, 1986. – 776 с.
3. Шевченко, Ф.Л. Механика упругих деформируемых систем. Часть1. Напряженно-деформированное состояние стержней / Ф.Л. Шевченко. – Донецк : ДГТУ, 2006. – 293 с.

АННОТАЦИЯ

В работе проведен анализ целесообразности и эффективности использования стержней сводной жесткости в качестве расчетной схемы для определенных типов сквозных конструкций. Рассмотрен метод расчета фермы как балочной системы. Предложено расчет балочной системы, как расчетной, заключающийся в использовании формулы Мора с учетом Q.

Ключевые слова: приближенный расчет, сквозные стержневые системы, фермы, эквивалентная система, система с распределенными параметрами.

ANNOTATION

The paper analyzed the feasibility and effectiveness of the rods pivot stiffness as a design scheme for certain types of cross designs. The method of calculating the farm as a beam system. Proposed calculation of the beam system, as calculated, is to use the formula Mora considering Q.

Keywords: approximate calculation, through core systems, farms, equivalent to the system, a system with distributed parameters.