УДК 05.13.12

к.т.н., доцент Безклубенко І.С.,
Київський національний університет будівництва і архітектури

ВИБІР МОДЕЛІ УПРАВЛІННЯ ПОТОКОРОЗПОДІЛОМ ІНЖЕНЕРНОЇ МЕРЕЖІ В АВАРІЙНІЙ СИТУАЦІЇ

Використовуючи теорію графів, побудовані дві математичні моделі, які дозволяють ще на стадії проектування врахувати можливість аварійної ситуації і відключити аварійний вузол, оперативно змінити структуру і параметри магістральних та розподільчих мереж і забезпечити функціонування мережі.

Проведено порівняльний аналіз цих математичних моделей і визначені умови для їх застосування.

Ключові слова: інженерна мережа, графи, проектування, оптимізація.

Вступ. Задача проектування інженерної мережі полягає в визначенні розташування підсистем мережі [1], значень її параметрів і змінних, а також такі схеми з’єднання цих підсистем, що будуть забезпечувати (без обмежень на параметри і змінні) бажаний потокорозподіл в підсистемах споживання при мінімізації деякого критерія.

В процесі експлуатації мережевих систем виникає необхідність управління потокорозподілом в мережі. Задача управління потокорозподілом в аварійній ситуації полягає в виборі таких координат регулюючих органів, які дозволяють відключити аварійний вузол забезпечити функціонування мережі. Таку ситуацію бажано враховувати на стадії проектування мережевої системи. Мова йде про те, щоб спроектувати мережу таким чином, щоб непрацюючий вузол відключався за допомогою мінімальної кількості засувок, зменшуючи при цьому втрати від неподання цільового продукту користувачам.

Виклад основного матеріалу. Під інженерною мережею, в її класичному витлумаченні [1], розуміють мережу (газову, водопровідну, вентиляційну і т.п.) для процесів потокорозподілу або транспортування цільового продукту якої визначені перший і другий закони Кірхгофа. Вважаємо, що топологія мережі, розташування джерел і споживачів відомі. Припустимо, що витік цільового продукту відбувається в k-й вершині і нам відомі усі шляхи (i), які ведуть до k-тої вершини (i=$\overline{I,N}$). Граф мережі містить L ребер, кожному j-му ребру графа (j=$\overline{I,L}$) відповідає деяка змінна величина x_j, яка може приймати тільки два значення:

$$x_i = \begin{cases} 0, якщо\ є\ засувка\ на\ j-му\ ребрі \\ 1, якщо\ нема\ засувки\ на\ j-му\ ребрі \end{cases} \qquad (1)$$

Тоді умову відсутності цільового продукту можемо записати таким чином:

$$\sum_{i=1}^{N} \prod_{j \in I_1} x_i(k) = 0, \qquad (2)$$

де I_i множина тих ребер *j,* які входять до *i*-го шляху, що веде до *k*-ї вершини.

Нехай $\sum_{j \in I_1} (1 - x_j(k))$ загальна кількість засувок, яку необхідно мінімізувати, виключаючи з цього виразу сталу і змінюючи напрям оптимізації, отримаємо першу цільову функцію задачі:

$$\sum_{j \in I_1} x_j(k) \to max \qquad (3)$$

Через $F(x)$ позначимо, алгоритмічно задану функцію збитків від недопостачання цільового продукту користувачам системи, яку необхідно мінімізувати. Функція $F(x)$ являє собою різницю між кількістю цільового продукту, що має бути подано користувачем мережі $(F^{**}(x))$, і кількістю цільового продукту, що подано користувачам $(F^{*}(x))$, тобто

$$F(x) = F^{**}(x) - F^{*}(x).$$

Очевидно, що мінімізація функції $F(x)$ рівносильна максимізації функції $F^{*}(x)$:

$$F^{*}(x) = max \qquad (4)$$

Інакше кажучи, $F^{*}(x)$ - функція, яка визначається кількістю не відключених користувачів, відповідаючих визначеної комбінації перекритих ребер. Задача полягає в знаходженні таких значень x_j, які будуть максимізувати (3), (4) при обмеженнях (1), (2).

Розглянемо інший підхід до побудови математичної моделі тієї ж задачі.

Задано граф, який має *m* вершин і *L* дуг. Кожній дузі графа поставлені у відповідність послідовна (*q*) і паралельна (*h*) змінні, що задовольняють законам Кірхгофа, а також дискретна змінна x_j:

$$x_j = \begin{cases} 0, якщо\ засувка\ закрита\ на\ j-му\ ребрі \\ 1, якщо\ засувки\ відкрита\ на\ j-му\ ребрі \end{cases}$$

Математична модель потокорозподілу, що встановився з урахуванням нової змінної x_j запишется так:

$$Aqx = 0,\ Bh = 0 \qquad (1)$$

$$h = Sq^2 x .$$

Умова відсутності потоку в k-ї вершині виглядає так:

$$\sum_{j \in I_k} q_j = 0 \qquad (2)$$

де I_k – множина ребер, що входять в k-ту вершину,

q_j – поток в j-м ребрі, з'єднаним з k-ю вершиною.

Цільова функція (3) для цієї моделі виглядає так само:

$$\sum_{j \in I_i} x_j(k) \to max \qquad (3)$$

Функція $F \cdot (x)$ тут визначає сумарний тиск всіх користувачів системи. Враховуючи, що тиск в i-ой вершині складається із суми тисків в ребрах, що в неї входять, отримаємо:

$$F^*(x) = \sum_{i=1}^{m} C_i \sum_{j \in I_i} q_j^2 x_j r_j \to max \qquad (4)$$

де C_i – ваговий коефіцієнт i-ой вершини,

I_i – множина ребер, що входять до i-ї вершини,

r_j – опір j-го ребра.

Задача полягає в знаходженні таких значень x_j, які б максимізували (3) і (4) при обмеженнях (1), (2).

Перша математична модель системи дає стійкій по відношенню до змін параметрів мережі (тисків, потоків на аварійних ділянках) розв'язок, але застосування її для великих мереж пов'язане зі значними обчислювальними труднощами, бо вона формалізується у вигляді задачі дискретної оптимізації. Друга математична модель формалізується як задача неперервного опуклого програмування і може бути ефективно розв'язана існуючими методами [2,3] для відносно великих мереж, але дає не стійкий розв'язок, оскільки відключення аварійного вузла відбувається за рахунок встановлення динамічної рівноваги в мережі. Необхідно зауважити, що в результаті проведених обчислювальних експериментів, кількість необхідних регулюючих пристроїв (засувок) в першому випадку завжди перевищує їх кількість в другому.

Висновки. Тому можна зробити висновок, що застосування моделі першого типу доцільне для малих мереж, де необхідна стійкість до збурення відключень аварійного вузла і не висуваються особливі вимоги до числа регулюючих органів. Застосування моделі другого типу можливо для більш складних, але стабільних мереж.

Література

1. А.Г. Евдокимов «Оптимальные задачи на инженерных сетях». - Х., «Вища школа», 1976.

2. Хедли Дж. «Нелинейное и динамическое программирование». - М., Мир 1967.
3. Зуховицкий С.И., Авдеева А.И. «Линейное и выпуклое программирование ». - М., 1988.
4. Безклубенко І.С., Лесько В.І. «Застосування теорії графів до задач проектування інженерних мереж. Тези доповіді Третьої міжнародної науково-практичної конференції», «Математика в сучасному університеті». - К., НТУ «КПІ», грудень 2014р.

Аннотация

Використовуючи теорію графів, побудовані дві математичні моделі, які дозволяють ще на стадії проектування врахувати можливість аварійної ситуації і відключити аварійний вузол, оперативно змінити структуру і параметри магістральних та розподільчих мереж і забезпечити функціонування мережі.

Проведено порівняльний аналіз цих математичних моделей і визначені умови для їх застосування.

Ключові слова: інженерна мережа, графи, проектування, оптимізація.

Annotation

Using graph theory, built two mathematical models that allow at the design stage to consider the possibility of an emergency and disconnect the emergency unit, quickly change the structure and parameters of the transmission and distribution networks and to operate the network.

A comparative analysis of mathematical models and the conditions for their use.

Keywords: network engineering, columns, design, optimization.