

УДК 621.371+530.145

к.т.н., професор Човнюк Ю. В.,

uchovnyuk@ukr.net, ORCID: 0000-0002-0608-0203,

Національний університет біоресурсів і природокористування України,

к.т.н., доцент Діктерук М.Г., dicteruk@ukr.net, ORCID: 0000-0003-1889-0876,

доцент Чередніченко П.П., petro\_che@ukr.net, ORCID: 0000-0001-7161X,

к.т.н., доцент Остапущенко О.П., olga\_ost\_17@ukr.net,

ORCID: 0000-0001-8114-349X,

Київський національний університет будівництва і архітектури

## **ВИКОРИСТАННЯ ГЕОРАДАРНИХ ТЕХНОЛОГІЙ У ПРОЦЕСАХ МОНІТОРИНГУ ДОРОЖНЬОГО ОДЯГУ НЕЖОРСТКОГО ТИПУ: МОДЕЛЮВАННЯ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ ПАДАЮЧИХ/ВІДБИТИХ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ У СИСТЕМАХ АЕРОКОСМІЧНОЇ ЗЙОМКИ**

*Запропонована фізико-механічна та математична моделі для аналізу процесу розповсюдження падаючих та відбитих електромагнітних хвиль у системах аерокосмічної зйомки, що використовуються для досліджень з допомогою георадарних технологій стану дорожнього одягу нежорсткого типу методами, притаманними системам аерокосмічної зйомки. Визначені основні характеристики падаючих/відбитих електромагнітних хвиль різної поляризації при їх похилому/нормальному падінні на поверхню дорожнього одягу. Останній розглядається як однорідне та неоднорідне середовище. В останньому випадку, в межах обмежень геометричної оптики, знайдені основні характеристики електромагнітних хвиль (падаючих/відбитих), взаємодіючих з дорожнім одягом, і обчислені їх параметри з урахуванням залежностей діелектричної, магнітної проникностей і питомої електропровідності від просторової координати  $z$  (що характеризує заглиблення у середовище дорожнього одягу), як для нескінченного середовища, так і для дорожнього одягу скінченої товщини.*

*Ключові слова: георадарні технології, моніторинг, дорожній одяг, нежорсткий тип одягу, моделювання, розповсюдження, падаючі та відбиті електромагнітні хвилі, системи аерокосмічної зйомки.*

**Актуальність.** Діагностика доріг України є дуже важливим і актуальним питанням сьогодення. Перш за все, вона необхідна для встановлення розрахункових характеристик дорожнього одягу, по-друге, задля проектування ремонтів, підсилення конструкції вказаного одягу, а, по-третє, для забезпечення всіх необхідних транспортно-експлуатаційних характеристик автомобільних доріг.

Одними з нових прогресивних методів, які добре відомі і надійні у застосуванні, є георадарні технології, що використовують при діагностиці дорожнього одягу електромагнітні хвилі певного частотного діапазону (падаючі та відбиті), характеристики котрих, зокрема, коефіцієнт відбиття, залежать від діелектричної, магнітної проникності середовища, у якому хвилі розповсюджуються, як і від питомої електропровідності останнього. Проте встановлення відповідних залежностей коефіцієнта відбиття електромагнітних хвиль (ЕМХ) від характеристик дорожнього одягу, їх закону розподілу по просторових координатах вимагає подальшого уточнення і дослідження.

**Аналіз публікацій по темі дослідження.** Методологія моніторингу дорожнього одягу нежорсткого типу з використанням георадарних технологій викладена у роботах [2-5]. Основні рівняння та властивості відбитих електромагнітних хвиль від однорідних та неоднорідних за фізико-механічними властивостями середовищ розглянуті у [6,7]. При цьому використані підходи, розвинуті у [1].

Результати цитованих вище робіт будуть використані у даному дослідженні для всебічного аналізу стану дорожнього одягу автомобільних доріг як однорідних/неоднорідних середовищ, взаємодіючих з ЕМХ, у межах геометричної оптики.

**Мета роботи** полягає у обґрунтуванні моделей розповсюдження падаючих та відбитих ЕМХ у системах аерокосмічної зйомки при використанні георадарних технологій задля моніторингу дорожнього одягу нежорсткого типу.

#### **Виклад основного змісту дослідження.**

1. Фізико-механічне моделювання процесу поширення електромагнітних хвиль (ЕМХ) у дорожньому одязі як однорідному середовищі.

1.1. Плоскі ЕМХ у однорідному ізотропному середовищі.

За допомогою комплексних рівнянь поля дослідимо перш за все розповсюдження у дорожньому одязі монохроматичних плоских ЕМХ. При цьому дорожній одяг вважаємо однорідним ізотропним середовищем, що має постійні значення комплексних проникностей: діелектричної ( $\epsilon$ ) та магнітної ( $\mu$ ). Якщо обрати вісь  $OZ$  перпендикулярною до системи паралельних площин, вектори ЕМХ на яких приймають постійні значення, тоді у монохроматичній плоскій хвилі комплексні амплітуди полів  $\vec{E}$  (електричної напруженості) і  $\vec{H}$  (магнітної напруженості) будуть залежати тільки від координати  $z$ , але не від координат  $x$  та  $y$ . Тоді для кожної з чотирьох величин  $\{E_x, H_y, E_y, H_x\}$  можна отримати [6] просте рівняння ( $E_z = H_z = 0$ ):

$$\frac{d^2 F}{dz^2} + \left( \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \mu + i \frac{4\pi\omega}{c^2} \sigma \right) F = 0, F = \{E_x, H_y, E_y, H_x\}, \quad (1)$$

$$F \propto \exp(-i\omega t), i^2 = -1,$$

де:  $\omega$  – кругова (циклічна) частота ЕМХ;  $t$  – час;  $(\varepsilon, \mu)$  – комплексні діелектрична ( $\varepsilon$ ) та магнітна ( $\mu$ ) проникності середовища (дорожнього одягу);  $c$  – швидкість світла у вакуумі;  $\sigma$  – питома електропровідність середовища. (У (1) використана система одиниць К. Гаусса). При цьому слід зазначити, що рівняння (1) отримане з рівняння, наведеного у [1]:

$$\Delta \vec{E} - \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \cdot \frac{d^2 \vec{E}}{dt^2} - \frac{4\pi\sigma}{c^2} \cdot \frac{d\vec{E}}{dt} = 0. \quad (2)$$

У найбільш загальному випадку маємо:

$$\begin{cases} \varepsilon = \operatorname{Re} \varepsilon + i \operatorname{Im} \varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''; \mu = \operatorname{Re} \mu + i \operatorname{Im} \mu = \mu' + i\mu''; \\ \sigma = \operatorname{Re} \sigma + i \operatorname{Im} \sigma = \sigma' + i\sigma''. \end{cases} \quad (3)$$

Оскільки завжди  $(\varepsilon'', \mu'', \sigma'') > 0$ , а у переважній більшості випадків  $(\varepsilon', \mu', \sigma') > 0$ , тоді (3) можна подати у такій формі:

$$\begin{cases} \varepsilon = |\varepsilon| \exp(i\delta), |\varepsilon| = \sqrt{(\varepsilon')^2 + (\varepsilon'')^2}, \delta = \operatorname{arctg}(\varepsilon'' / \varepsilon'), \\ \mu = |\mu| \exp(i\Delta), |\mu| = \sqrt{(\mu')^2 + (\mu'')^2}, \Delta = \operatorname{arctg}(\mu'' / \mu'), \\ \sigma = |\sigma| \exp(i\alpha), |\sigma| = \sqrt{(\sigma')^2 + (\sigma'')^2}, \alpha = \operatorname{arctg}(\sigma'' / \sigma'). \end{cases} \quad (4)$$

При цьому  $(\delta, \Delta, \alpha) \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right)$  [6]. Тоді рівняння (1) можна подати наступним

чином:

$$\frac{d^2 F}{dz^2} + k^2 \left\{ |\varepsilon| \cdot |\mu| \cdot \exp[i(\delta + \Delta)] + \frac{4\pi|\sigma|}{\omega} \cdot \exp\left[i\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)\right] \right\} F = 0, \quad (5)$$

де  $k^2 = \omega^2 / c^2$  – квадрат хвильового вектора ЕМХ.

Остаточно рівняння (5) можна представити так:

$$\frac{d^2 F}{dz^2} + k^2 \tilde{A} \exp\{i\tilde{\psi}\} F = 0, \quad (6)$$

де:

$$\tilde{A} = \left\{ \left[ \left[ |\varepsilon| \cdot |\mu| \cos(\delta + \Delta) - \frac{4\pi|\sigma|}{\omega} \sin \alpha \right]^2 + \left[ |\varepsilon| \cdot |\mu| \sin(\delta + \Delta) + \frac{4\pi\sigma}{\omega} \cos \alpha \right]^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}, \quad (7)$$

$$\tilde{\Psi} = \operatorname{arctg} \left\{ \frac{\left[ |\varepsilon| \cdot |\mu| \sin(\delta + \Delta) + \frac{4\pi|\sigma|}{\omega} \cos \alpha \right]}{\left[ |\varepsilon| \cdot |\mu| \cos(\delta + \Delta) - \frac{4\pi|\sigma|}{\omega} \sin \alpha \right]} \right\}.$$

Вираз у лівій частині рівняння (6) суттєво спрощується після введення комплексного хвильового вектора  $K$  зі співвідношення:

$$K = \tilde{A}^{\frac{1}{2}} \cdot k \exp \left\{ i \frac{\tilde{\Psi}}{2} \right\}. \quad (8)$$

Тоді (6) можна подати у вигляді:

$$\frac{d^2 F}{dz^2} + K^2 F = 0. \quad (9)$$

Рівняння (9) має загальний розв'язок у вигляді:

$$F = C_1 \exp \{ iKz \} + C_2 \exp \{ -iKz \}, \quad (10)$$

де  $C_1, C_2$  – довільні константи. Вказані константи можна знайти з граничних умов конкретної задачі.

1.2. Нормальне падіння ЕМХ на плоску границю розділу середовищ: (повітря)/дорожній одяг.

Розглянемо задачу для ЕМХ, яка падає нормально на границю розділу середовищ: (повітря)/дорожній одяг. Нехай у порожньому просторі  $z < 0$  розповсюджується у напрямку до площини розділу  $z = 0$  плоска ЕМХ. Складові поля цієї ЕМХ згідно [6] дорівнюють:

$$E_x = H_y = A \exp(i\tilde{k}z), \quad \tilde{k} \equiv k, \quad \varepsilon = \mu = 1. \quad (11)$$

Це поле, що розповсюджується у повітрі, не залежить від  $x$  та  $y$ . З міркувань симетрії зрозуміло, що у результаті падіння цієї хвилі на границю виникає додаткове поле, також не залежне від  $x$  та  $y$ , тобто при  $z > 0$  ( $z < 0$ ) будуть існу-

вати плоскі хвилі, котрі розповсюджуються у напрямках  $\pm z$ . Повне поле у повітрі запишемо у вигляді:

$$\begin{cases} E_x = A \cdot \{ \exp(i\tilde{k}z) + R \cdot \exp(-i\tilde{k}z) \}, \\ H_y = A \cdot \{ \exp(i\tilde{k}z) - R \cdot \exp(-i\tilde{k}z) \} \end{cases} \text{ при } z < 0, \quad (12)$$

де введено позначення  $R = B / A$  комплексний коефіцієнт відбиття за електричним полем; коефіцієнт відбиття за магнітним полем дорівнює  $(-R)$ .

Напівпростір  $z > 0$  є однорідним середовищем (власне дорожній одяг) з комплексними проникностями  $\varepsilon$  та  $\mu$  (4). Повне поле у ньому природно шукати у вигляді [6]:

$$\begin{cases} E_x = \tilde{A} \cdot \exp(iKz) + \tilde{B} \cdot \exp(-iKz), \\ H_y = \frac{1}{\zeta} \cdot [\tilde{A} \cdot \exp(iKz) - \tilde{B} \cdot \exp(-iKz)] \end{cases} \text{ при } z > 0, \quad (13)$$

де  $\zeta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \sqrt{\frac{|\mu|}{|\varepsilon|}} \cdot \exp\left\{i \frac{(\Delta - \delta)}{2}\right\}$  – хвильовий імпеданс даного середовища

(дорожнього одягу). Електромагнітне поле (13) також не повинне залежати від  $x$  та  $y$ . Тут  $\tilde{A}$ ,  $\tilde{B}$  – нові постійні,  $K$  визначається зі співвідношень (4), (7), (8).

Перший доданок у виразах (13), пропорційний  $\tilde{A}$ , дає хвилю, яка розповсюджується від границі  $z = 0$  всередину середовища (дорожнього одягу), а другий доданок, пропорційний  $\tilde{B}$ , визначає хвилю, що розповсюджується у протилежному напрямку. З фізичних міркувань зрозуміло, що у даній задачі слід покласти  $\tilde{B} = 0$ . Вводячи позначення  $T = \tilde{A} / A$  – коефіцієнта проходження ЕМХ, можемо остаточно записати:

$$E_x = AT \cdot \exp(iKz), H_y = \frac{1}{\zeta} \cdot AT \cdot \exp(iKz) \text{ при } z > 0. \quad (14)$$

Зазначимо, що величину  $T$  називають комплексним коефіцієнтом проходження за електричним полем, а коефіцієнт проходження за магнітним полем дорівнює  $T / \zeta$ . Для визначення коефіцієнтів  $R$  та  $T$  слід скористатися граничними умовами:

$$E_x \Big|_{z=0} = E_x \Big|_{z=0}, H_y \Big|_{z=0} = H_y \Big|_{z=0}. \quad (15)$$

Тоді для  $R$  й  $T$  маємо співвідношення:

$$1 + R = T, 1 - R = T / \zeta. \quad (16)$$

З (16) можна отримати значення  $R$  та  $T$ :

$$R = \frac{\zeta - 1}{\zeta + 1}, T = \frac{2\zeta}{\zeta + 1}. \quad (17)$$

Слід зазначити, що вирази та  $\zeta$ ,  $R$  та  $T$  визначені при  $\sigma \rightarrow 0$ . Якщо ж  $\sigma \neq 0$  у середовищі дорожнього одягу (тобто виникає електропровідність, ви-

кликана наявністю води), тоді слід замінити  $\zeta \rightarrow \bar{\zeta}$  й записати вирази (17) інакше:

$$R = \frac{\bar{\zeta} - 1}{\bar{\zeta} + 1}, T = \frac{2\bar{\zeta}}{\bar{\zeta} + 1}, \quad (18)$$

де вираз для  $\bar{\zeta}$  при  $\sigma \neq 0$  набуває вигляду:

$$\bar{\zeta} = \sqrt{\frac{\mu}{\tilde{\varepsilon}}} = \sqrt{\frac{|\mu| \cdot \exp(i\Delta)}{|\varepsilon| \cdot \exp(i\delta) + \frac{4\pi|\sigma|}{\omega \cdot |\mu|} \cdot \exp\left[i\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) - i\Delta\right]}}. \quad (19)$$

Якщо подати  $\tilde{\varepsilon}$  у вигляді:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{\varepsilon} = |\tilde{\varepsilon}| \cdot \exp\{i\gamma\} = \sqrt{(\tilde{\varepsilon}')^2 + (\tilde{\varepsilon}'')^2} \cdot \exp\{i\gamma\}, \\ \tilde{\varepsilon}' = |\varepsilon| \cdot \cos \delta + \frac{4\pi|\sigma|}{\omega \cdot |\mu|} \cdot \cos\left[\alpha + \frac{\pi}{2} - \Delta\right] = |\varepsilon| \cdot \cos \delta - \frac{4\pi|\sigma|}{\omega \cdot |\mu|} \cdot \sin(\alpha - \Delta), \\ \tilde{\varepsilon}'' = |\varepsilon| \cdot \sin \delta + \frac{4\pi|\sigma|}{\omega \cdot |\mu|} \cdot \sin\left[\alpha + \frac{\pi}{2} - \Delta\right] = |\varepsilon| \cdot \sin \delta + \cos(\alpha - \Delta) \cdot \frac{4\pi|\sigma|}{\omega \cdot |\mu|}, \\ \gamma = \arctg\left(\frac{\tilde{\varepsilon}''}{\tilde{\varepsilon}'}\right), \end{array} \right. \quad (20)$$

тоді вираз для  $\bar{\zeta}$  можна подати наступним чином:

$$\bar{\zeta} = \sqrt{\frac{\mu}{\tilde{\varepsilon}}} = \sqrt{\frac{|\mu| \cdot \exp(i\Delta)}{|\varepsilon| \cdot \exp(i\gamma)}} = \sqrt{\frac{|\mu|}{|\varepsilon|}} \cdot \exp\left\{i \cdot \left[\frac{\Delta - \gamma}{2}\right]\right\}. \quad (21)$$

Отже, наявність провідника у дорожньому одязі полотна (зокрема, води, або прошарків води) суттєво змінює значення хвильового імпедансу даного середовища (тобто, самого дорожнього одягу).

Формули (17) та (18) для  $R$  показують, що речовина, у котрої  $\zeta = 1$  ( $\tilde{\zeta} = 1$ ), тобто у котрої  $\mu = \varepsilon$  ( $\mu = \tilde{\varepsilon}$ ), не відбиває ЕМХ при нормальному падінні. Прошарок дорожнього одягу з такими показниками діелектричної та магнітної проникності, який знаходиться на шляху ЕМХ, що випромінюються радіолокатором, буде “радіолокаційно невидимий” внаслідок того, що радіолокатор/радар при опромінюванні плоскої поверхні такого дорожнього одягу приймає тільки ЕМХ, які відбиті нормально до нього.

1.3. Векторні рівняння Гельмгольца для ЕМХ. Узагальнені плоскі (неоднорідні плоскі) хвилі.

У подальшому ми будемо розглядати ситуацію, коли слід використовувати для середовища дорожнього одягу комплексний хвильовий коефіцієнт  $K$  (7), (8) та хвильовий імпеданс  $\bar{\zeta}$  (20), (21).

Розглянемо процес розповсюдження ЕМХ у однорідному ізотропному середовищі (дорожньому одязі) під іншим кутом.

Розглянемо комплексні рівняння поля:

$$\operatorname{rot} \vec{E} = ik\mu \vec{H}, \operatorname{rot} \vec{H} = -ik\varepsilon \vec{E}, \quad (22)$$

де у однорідному середовищі  $\varepsilon = \text{const}$ ,  $\mu = \text{const}$ . У однорідному середовищі з рівнянь (22) у якості наслідку матимемо:

$$\operatorname{div} \vec{E} = 0, \operatorname{div} \vec{H} = 0. \quad (23)$$

З комплексних рівнянь поля (22) можна виключити один з векторів поля  $\vec{E}$  чи  $\vec{H}$ . Для цього застосуємо операцію  $\operatorname{rot}$  до обох частин цих рівнянь і скористаємось відомими перетвореннями (тотожністю) векторного аналізу:

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{A} = -\Delta \vec{A} + \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{A}, \quad (24)$$

яке приймає у зв'язку з (23) для векторів  $\vec{E}$  та  $\vec{H}$  більш простий вигляд:

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{E} = -\Delta \vec{E}, \operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{H} = -\Delta \vec{H}. \quad (25)$$

(Тут через  $\Delta \vec{A}$  позначений оператор Лапласа, який при застосуванні до  $\vec{A}$ , тобто такий вектор, складові котрого по вісям  $(x, y, z)$  декартової системи координат:

$$(\Delta \vec{A})_x = \Delta A_x, (\Delta \vec{A})_y = \Delta A_y, (\Delta \vec{A})_z = \Delta A_z. \quad (26)$$

Остаточно отримаємо для векторів  $\vec{E}$  та  $\vec{H}$  рівняння:

$$\Delta \vec{E} + K^2 \cdot \vec{E} = 0, \Delta \vec{H} + K^2 \cdot \vec{H} = 0. \quad (27)$$

Ці рівняння є хвильовими рівняннями для монохроматичних коливань або ж векторними рівняннями Гельмгольца.

Таким чином, при розв'язуванні задач про розповсюдження ЕМХ у однорідному середовищі можна виходити не з рівнянь електромагнітного поля, а з хвильового рівняння (27) для одного з векторів поля. При цьому, крім хвильового рівняння, цей вектор повинен ще задовольняти одному з рівнянь (23). Наприклад, знаходимо вектор  $\vec{E}$ , який задовольняє обом рівнянням:

$$\Delta \vec{E} + K^2 \cdot \vec{E} = 0, \operatorname{div} \vec{E} = 0, \quad (28)$$

а потім знаходимо вектор  $\vec{H}$  з першого рівняння (22), тобто за формулою:

$$\vec{H} = (1 / ik\mu) \cdot \operatorname{rot} \vec{E}, \quad (29)$$

і тим самим розв'язуємо вихідні рівняння (22). Аналогічно, маючи розв'язки рівнянь для магнітного поля:

$$\Delta \vec{H} + K^2 \cdot \vec{H} = 0, \operatorname{div} \vec{H} = 0 \quad (30)$$

і визначаючи електричне поле формулою:

$$\vec{E} = (-1 / ik\varepsilon) \cdot \operatorname{rot} \vec{H}, \quad (31)$$

також отримаємо вектори, що задовольняють вихідним рівнянням (22).

Векторні рівняння (27), по суті, означають, що будь-яка декартова складова кожного з векторів поля задовольняє скалярному хвильовому рівнянню (рівнянню Гельмгольца):

$$\Delta F + K^2 \cdot F = 0. \quad (32)$$

Дослідимо більш детально частинні розв'язки рівняння (32). Легко показати, що функція  $\vec{F} = C \exp\left[iK(\tilde{\alpha}x + \tilde{\beta}y + \tilde{\gamma}z)\right]$  є розв'язком цього рівняння, якщо  $C$  є постійною величиною, а постійні коефіцієнти  $\tilde{\alpha}$ ,  $\tilde{\beta}$ ,  $\tilde{\gamma}$  у експоненті задовольняють співвідношенню:

$$\tilde{\alpha}^2 + \tilde{\beta}^2 + \tilde{\gamma}^2 = 1. \quad (33)$$

Такий частинний розв'язок скалярного хвильового рівняння (32) і є узагальненою плоскою хвилею. Числа  $\tilde{\alpha}$ ,  $\tilde{\beta}$ ,  $\tilde{\gamma}$  мають зміст направляючих косинусів, що фіксують напрямок вісі  $z'$  відносно системи координат  $(x, y, z)$ .

Розглянемо більш детально випадок комплексних чисел  $\tilde{\alpha}$ ,  $\tilde{\beta}$ ,  $\tilde{\gamma}$ . Покладемо:  $\tilde{\alpha} = \tilde{\alpha}' + i\tilde{\alpha}''$ ,  $\tilde{\beta} = \tilde{\beta}' + i\tilde{\beta}''$ ,  $\tilde{\gamma} = \tilde{\gamma}' + i\tilde{\gamma}''$ , де  $\tilde{\alpha}'$ ,  $\tilde{\beta}'$ ,  $\tilde{\gamma}'$  – дійсні числа,  $\tilde{\alpha}''$ ,  $\tilde{\beta}''$ ,  $\tilde{\gamma}''$  – уявні частини чисел  $\tilde{\alpha}$ ,  $\tilde{\beta}$ ,  $\tilde{\gamma}$ . У вакуумі ( $K = k$ ) і формула для  $\vec{F}$  приймає вигляд:

$$F = C \cdot \exp\left[ki(\tilde{\alpha}'x + \tilde{\beta}'y + \tilde{\gamma}'z)\right] \cdot \exp\left[-k(\tilde{\alpha}''x + \tilde{\beta}''y + \tilde{\gamma}''z)\right], \quad (34)$$

тому поверхні рівної фази будуть площинами:

$$\tilde{\alpha}'x + \tilde{\beta}'y + \tilde{\gamma}'z = \text{const}, \quad (35)$$

а поверхні рівної амплітуди – площинами:

$$\tilde{\alpha}''x + \tilde{\beta}''y + \tilde{\gamma}''z = \text{const}. \quad (36)$$

Площини (35) та (36) перпендикулярні одна до одної, оскільки з умови (33) випливає співвідношення:

$$\tilde{\alpha}'\tilde{\alpha}'' + \tilde{\beta}'\tilde{\beta}'' + \tilde{\gamma}'\tilde{\gamma}'' = 0. \quad (37)$$

У поглинаючих середовищах (а дорожній одяг відноситься до таких) площини рівної амплітуди і площини рівної фази можуть утворювати гострі кути. В усіх випадках неспівпадіння цих площин амплітуда хвилі змінюється у площині рівної фази, тому узагальнені плоскі хвилі називають неоднорідними плоскими хвилями.

1.4. Відбиття плоскої хвилі від плоскої границі розділу середовищ: (повітря/дорожній одяг) при похилому падінні ЕМХ.

**Постановка задачі.** Нехай плоска ЕМХ, яка розповсюджується у вакуумі, падає на плоску границю напівнескінченного середовища (дорожнього одягу), яке має комплексні проникності  $\varepsilon$  та  $\mu$ . Направляємо вісь  $z$  перпендикулярно плоскій поверхні розділу усередину цього середовища. Будемо вважати, що площина  $(xy)$  тієї ж системи координат співпадає з границею розділу. Позначимо напрямок розповсюдження плоскої хвилі через  $z'$  і проведемо вісь  $z'$  через початок координатної системи  $(x, y, z)$ . Крім того, оберемо вісь  $x$  так, щоб вона лежала у площині  $(z, z')$ , котру у оптиці зазвичай називають площиною падіння.

При розгляді явищ, які відбуваються при падінні хвилі на границю розділу, необхідно знати ще поляризацію падаючої хвилі. У даній задачі необхідно

розрізняти дві різні поляризації падаючої хвилі у залежності від орієнтації її електричного і магнітного полів по відношенню до площини падіння, а саме:

1) магнітне поле падаючої хвилі перпендикулярне до площини падіння і, відповідно, паралельне границі розділу: воно має тільки складову  $H_y$ . Електричне поле лежить у площині падіння і має складові  $E_x$  та  $E_z$ . (Перша поляризація ЕМХ,  $p$  – поляризація);

2) електричне поле перпендикулярне площині падіння і, відповідно, паралельне площині розділу: воно має одну складову  $E_y$ . Магнітне поле паралельне площині падіння і має складові  $H_x$  та  $H_z$ . (Друга поляризація ЕМХ,  $s$  – поляризація).

При розгляді 1-ої поляризації будемо вважати, що падаюча хвиля має одиничну амплітуду, тому її складова  $H_y$  дорівнює:

$$H_y^o = \exp(ikz'). \quad (38)$$

Позначимо через  $\varphi$  кут падіння, тобто кут між вісями  $z$  та  $z'$ . Тоді:

$$z' = z \cos \varphi + x \sin \varphi \quad (39)$$

і падаюча хвиля (38) записується у вигляді:

$$H_y^o = \exp\{ik(z \cos \varphi + x \sin \varphi)\}. \quad (40)$$

Припустимо, що повне магнітне поле має тільки складову  $H_y$  у правому середовищі ( $z > 0$ ). Будемо шукати  $H_y$  у вигляді узагальненої плоскої хвилі:

$$H_y = T_1 \cdot \exp\{iK(\bar{\alpha}x + \bar{\beta}y + \bar{\gamma}z)\}, \quad (41)$$

амплітуда  $T_1$  котрої вважається постійною, а коефіцієнти  $\bar{\alpha}$ ,  $\bar{\beta}$ ,  $\bar{\gamma}$  обираються з наступних міркувань. По-перше, падаюча хвиля (40) не залежить від  $y$ , тому з міркувань симетрії і повне поле в усьому просторі не повинно залежати від  $y$ , внаслідок чого вважаємо  $\bar{\beta} = 0$ , при цьому задовольняється також і друге рівняння (23). Далі, залежність падаючої хвилі від  $x$  дається множителем  $\exp[iKx \sin \varphi]$ . Хвиля, збуджена у правому середовищі, повинна залежати від  $x$  за одним і тим самим законом, інакше за допомогою хвилі (41) не можна задовольнити граничним умовам на всій площині розділу  $z = 0$ , тобто при будь-яких значеннях  $x$ ; звідси випливає, що:

$$K\bar{\alpha} = k \sin \varphi, \quad \bar{\alpha} = \sin \varphi / n. \quad (42)$$

Тут  $n$  – показник заломлення середовища (дорожнього одягу). Третій коефіцієнт  $\bar{\gamma}$  повинен бути визначений зі співвідношення:  $\bar{\alpha}^2 + \bar{\beta}^2 + \bar{\gamma}^2 = 1$ , але при цьому необхідні додаткові міркування, котрі дозволяють обрати знак квадратного кореня у виразі:

$$\bar{\gamma} = \left\{1 - \sin^2 \varphi / n^2\right\}^{\frac{1}{2}} \quad (43)$$

Цей знак обирається з тих самих міркувань, що були задіяні вище, а саме: якщо праве середовище (дорожній одяг) має втрати (дисипацію), тоді  $\bar{\gamma}$  визначається умовою:

$$\operatorname{Im} v = 0, v = n\bar{\gamma} = \sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi}. \quad (44)$$

(Саме у цьому випадку хвиля (41) у правому середовищі буде затухати при віддаленні від границі розділу “повітря-дорожній одяг”, що і слід очікувати від хвилі, яка збуджується на вказаній границі розділу). Слід завжди обирати таке  $v$ , щоб розповсюдження енергії йшло від границі розділу середовищ.

Для того, щоб задовольнити граничним умовам на площині  $z = 0$ , необхідно вважати, що у лівому напівпросторі ( $z < 0$ ), поряд з падаючою хвилею (40) має місце ще додаткове поле, котре також шукаємо у вигляді узагальненої плоскої хвилі:

$$H_y^{(1)} = R_1 \cdot \exp\{ik(\bar{\alpha}x + \bar{\beta}y + \bar{\gamma}z)\}. \quad (45)$$

З тих самих міркувань, що наведені вище, матимемо:  $\bar{\beta} = 0$  й  $\bar{\alpha} = \sin \varphi$ , звідки зі співвідношення  $\bar{\alpha}^2 + \bar{\beta}^2 + \bar{\gamma}^2 = 1$ ,  $\bar{\gamma} = -\cos \varphi$ , оскільки при  $\gamma = \cos \varphi$  матимемо хвилю виду (40), котру додавати до падаючої не можна, бо амплітуда останньої дорівнює одиниці за умовою задачі.

Отже, для складової  $H_y$  повного поля у лівому і правому напівпросторах прийдемо до виразів:

$$\begin{cases} H_y = \{\exp[ikz \cos \varphi] + R_1 \exp[-ikz \cos \varphi]\} \cdot \exp\{ikx \sin \varphi\} \text{ при } z < 0; \\ H_y = T_1 \{\exp[ik(vz + x \sin \varphi)]\} \text{ при } z > 0. \end{cases} \quad (46)$$

Невідомі коефіцієнти  $R_1$  та  $T_1$  у цих формулах повинні бути визначені з граничних умов, котрим повинні задовольняти поля на площині розділу  $z = 0$ . Вони мають назви:  $R_1$  – коефіцієнт відбиття;  $T_1$  – коефіцієнт проходження. Індекс 1 вказує, що вони відносяться до 1-ї поляризації (і до магнітного поля).

У подальшому вважатимемо, що магнітне поле має єдину складову (46). Воно задовольняє рівнянням (30) і дозволяє по формулі (31) обчислити електричне поле.

Граничні умови для хвиль 1-ої поляризації даються формулами (15). Враховуючи, що згідно рівнянню (31)  $E_x = (1/ik\varepsilon)\partial H_y/\partial z$ , перша гранична умова (15) може бути записана у вигляді:

$$\left. \frac{\partial H_y}{\partial z} \right|_{z=0} = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \left. \frac{\partial H_y}{\partial z} \right|_{z=+0}. \quad (47)$$

Підставляючи вирази (46) у ці граничні умови, прийдемо до наступних рівнянь:

$$1 + R_1 = T_1, \varepsilon \cos \varphi (1 - R_1) = v T_1, \quad (48)$$

звідки  $R_1$  та  $T_1$  будуть мати вигляд:

$$R_1 = \frac{\varepsilon \cos \varphi - v}{\varepsilon \cos \varphi + v}; T_1 = \frac{2\varepsilon \cos \varphi}{\varepsilon \cos \varphi + v}. \quad (49)$$

Розрахунок 2-ої поляризації здійснюється аналогічним чином.

Повне поле шукаємо у вигляді:

$$\begin{cases} E_y = \{ \exp(ikz \cos \varphi) + R_2 \exp(-ikz \cos \varphi) \} \cdot \exp(ikx \sin \varphi) \text{ при } z < 0; \\ E_y = T_2 \exp[ik(vz + x \sin \varphi)] \text{ при } z > 0. \end{cases} \quad (50)$$

Величина  $H_x$  визначається наступним чином:

$$H_x = (-1/ik\mu) \cdot \frac{\partial E_y}{\partial z} \quad (51)$$

Для  $R_2$  й  $T_2$  маємо:

$$R_2 = \frac{\mu \cos \varphi - v}{\mu \cos \varphi + v}; \quad T_2 = \frac{2\mu \cos \varphi}{\mu \cos \varphi + v}. \quad (52)$$

Для нормального падіння ЕМХ маємо  $\varphi = 0$  і з (49) й (52) маємо (17). Точніше, при врахуванні  $\sigma \neq 0$  (дорожнього одягу), отримаємо (18), звідки:

$$R = -R_1 = R_2, \quad T = \bar{\zeta} T_1 = T_2. \quad (53)$$

Отже, при нормальному падінні площина падіння стає невизначеною і відмінність у поляризації ЕМХ знищується.

2. Фізико-механічне моделювання процесу поширення ЕМХ у дорожньому одязі як неоднорідному середовищі.

Розглянемо розповсюдження ЕМХ у дорожньому одязі як неоднорідному середовищі. При цьому поширення ЕМХ вважатимемо таким, що відбувається у неоднорідному (але ізотропному) середовищі (дорожньому одязі). У рівняннях Максвелла вважатимемо скрізь  $\mu = 1$ , тоді маємо:

$$\text{rot} \vec{E} = \frac{i\omega}{c} \cdot \vec{H}, \quad \text{rot} \vec{H} = -i\varepsilon \frac{\omega}{c} \cdot \vec{E}, \quad \varepsilon = \varepsilon(z), \quad (54)$$

тобто  $\varepsilon$  є функцією координат точки. Підставляючи  $\vec{H}$  з першого рівняння (54) у друге, матимемо для  $\vec{E}$  рівняння:

$$\Delta \vec{E} + \frac{\varepsilon \omega^2}{c^2} \cdot \vec{E} - \text{grad} \text{div} \vec{E} = 0. \quad (55)$$

Виключення  $\vec{E}$  дає для  $\vec{H}$  рівняння:

$$\Delta \vec{H} + \frac{\varepsilon \omega^2}{c^2} \cdot \vec{H} + \frac{1}{\varepsilon} \cdot [\vec{\nabla} \varepsilon \times \text{rot} \vec{H}] = 0. \quad (56)$$

Ці рівняння (55) та (56) не враховують провідності середовища (дорожнього одягу). Якщо врахувати цей фізичний механізм, тоді матимемо (для  $\vec{E}$  складової ЕМХ):

$$\Delta \vec{E} + \left( \frac{\varepsilon \omega^2}{c^2} + i \cdot \frac{4\pi\omega}{c^2} \cdot \sigma \right) \vec{E} - \text{grad} \text{div} \vec{E} = 0. \quad (57)$$

Для  $\vec{H}$  складової електромагнітного поля можна отримати :

$$\Delta \vec{H} + \frac{\omega^2}{c^2} \left( \varepsilon + i \cdot \frac{4\pi\sigma}{\omega} \right) \cdot \vec{H} + \frac{1}{\left( \varepsilon + i \cdot \frac{4\pi\sigma}{\omega} \right)} \left[ \vec{\nabla} \left( \varepsilon + i \cdot \frac{4\pi\sigma}{\omega} \right) \times \text{rot} \vec{H} \right] = 0, \quad (58)$$

що означає, до речі, залежність від координат точки ще й самої електричної провідності середовища, тобто  $\sigma = \sigma(z)$ .

Ці рівняння (57) та (58) суттєво спрощуються у одновимірному випадку, коли  $\varepsilon$  та  $\sigma$  змінюються у одному напрямку у просторі, наприклад, як вказано вище вповдовж вісі  $0z$ . Обираємо саме цей напрямок у якості вісі  $z$  й розглянемо ЕМХ, напрямок розповсюдження котрої лежить у площині  $x0z$ . У такій ЕМХ всі величини не залежать зовсім від координати  $y$ , а у зв'язку з однорідністю простору вповдовж вісі  $0x$  можна розглядати залежність від  $x$ , яку дає множник  $\exp(i\chi x)$  з постійним  $\chi$ . При  $\chi = 0$  ЕМХ / поле залежить тільки від  $z$ , тобто мова йде про нормальне проходження ЕМХ через прошарок дорожнього одягу (речовини) з  $\varepsilon = \varepsilon(z)$ ,  $\sigma = \sigma(z)$ . Якщо  $\chi \neq 0$ , тоді існує похиле проходження ЕМХ через середовище. При цьому знову слід розрізняти (при  $\chi \neq 0$ ) дві незалежні поляризації ЕМХ. У одному випадку вектор  $\vec{E}$  перпендикулярний до площини розповсюдження хвилі (тобто спрямований вповдовж вісі  $0y$ ), а магнітне поле  $\vec{H}$  відповідно лежить у цій площині. Рівняння (57) приймає вигляд:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + \left( \frac{\varepsilon \omega^2}{c^2} + i \cdot \frac{4\pi\sigma\omega}{c^2} - \chi^2 \right) \cdot E = 0. \quad (59)$$

У іншому випадку вповдовж вісі  $0y$  спрямоване поле  $\vec{H}$ , а  $\vec{E}$  лежить у площині розповсюдження. У цьому випадку зручніше виходити з рівняння (58), котре дає:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{\varepsilon + i \cdot \frac{4\pi\sigma}{\omega}} \cdot \frac{\partial H}{\partial z} \right) + \left( \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\chi^2}{\varepsilon + i \cdot \frac{4\pi\sigma}{\omega}} \right) \cdot H = 0. \quad (60)$$

Умовно можна називати ці два типи ЕМХ відповідно  $E$ - та  $H$ -хвилями.

Рівняння (59) і (60) можуть бути розв'язані у загальному випадку, коли умови розповсюдження близькі до умов геометричної оптики [7]; функцію  $\varepsilon(z)$  вважаємо нижче комплексною величиною згідно із співвідношеннями (3) та (4). Ті ж міркування стосуються  $\sigma(z)$ .

У рівнянні (59) величина  $2\pi/\sqrt{|f|}$ , де  $f(z) = \frac{\varepsilon\omega^2}{c^2} - \chi^2 + i \cdot \frac{4\pi\sigma\omega}{c^2}$ , грає роль довжини хвилі у напрямку вісі  $0z$ . Наближенню геометричної оптики відповідає нерівність:

$$\frac{d}{dz} \left\{ \frac{1}{\sqrt{|f|}} \right\} \ll 1, \quad (61)$$

а два незалежних розв'язки рівняння (59) мають вигляд:

$$\frac{const}{f^{\frac{1}{4}}} \cdot \exp\left\{\pm i \cdot \int \sqrt{f} dz\right\}. \quad (62)$$

Цим завершується аналіз розв'язків для  $E$ -хвиль. Легко бачити, що у наближенні геометричної оптики доволі аналогічні формули можуть бути написані і для  $H$ -хвиль. Якщо зробити у рівнянні (60) підстановку  $H = u \cdot \sqrt{\varepsilon}$ , тоді похідні від  $\varepsilon$  увійдуть помноженими тільки на  $u$  (але не на  $u'$ ); нехтуючи потім членами, які мають ці похідні (малими у зв'язку з умовою (61)), матимемо для функції  $u(z)$  рівняння:

$$\frac{d^2 u}{dz^2} + \left( \frac{\varepsilon \omega^2}{c^2} - \chi^2 + i \cdot \frac{4\pi\sigma\omega}{c^2} \right) u = 0, \quad (63)$$

яке співпадає з рівнянням (59). Тому всі формули для  $H$  відрізняються від формул (62) лише множником  $\sqrt{\varepsilon}$ .

3. Визначення коефіцієнтів відбиття ЕМХ від поверхні дорожнього одягу як неоднорідного середовища.

3.1. Коефіцієнт відбиття ЕМХ при нормальному падінні ЕМХ з вакууму/повітря на поверхню дорожнього одягу.

При нормальному падінні обидва випадки поляризації ЕМХ еквівалентні і коефіцієнт відбиття дається наступною формулою:

$$R = R_{\perp} = R_{\square} = \frac{(\bar{n} - 1)^2 + (\bar{\chi})^2}{(\bar{n} + 1)^2 + (\bar{\chi})^2}, \quad (64)$$

де:  $R_{\perp}$  – коефіцієнт відбиття для ЕМХ, у якої поле  $\vec{E}$  лежить у площині, перпендикулярній до площини падіння;  $R_{\square}$  – коефіцієнт відбиття для ЕМХ, у якої поле  $\vec{E}$  лежить у площині, що співпадає з площиною падіння;  $R$  – загальний коефіцієнт відбиття. Величини  $\bar{n}$  та  $\bar{\chi}$  даються наступними співвідношеннями:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{\bar{\varepsilon}} = \bar{n} + i\bar{\chi}; \bar{\varepsilon} = \varepsilon + \frac{i4\pi\sigma}{\omega}; \varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''; \sigma = \sigma' + i\sigma''; \bar{\chi} = \sqrt{|\varepsilon|} \sin\left(\frac{\bar{\delta}}{2}\right); \\ |\bar{\varepsilon}| = \sqrt{\left[\varepsilon' - \frac{4\pi\sigma''}{\omega}\right]^2 + \left[\varepsilon'' + \frac{4\pi\sigma'}{\omega}\right]^2}; \bar{\delta} = \arctg\left\{\frac{\varepsilon'' + \frac{4\pi\sigma'}{\omega}}{\varepsilon' - \frac{4\pi\sigma''}{\omega}}\right\}; \bar{n} \sqrt{|\bar{\varepsilon}|} \cos\left(\frac{\bar{\delta}}{2}\right) \end{array} \right. \quad (65)$$

де значення функцій  $\varepsilon(z)$ ,  $\varepsilon'(z)$ ,  $\varepsilon''(z)$ ,  $\sigma(z)$ ,  $\sigma'(z)$ ,  $\sigma''(z)$  взяті на поверхні розділу між вакуумом/повітрям і дорожнім одягом, тобто  $z = 0$ .

У випадку похилого падіння ЕМХ на поверхню  $z=0$  (кут падіння  $\theta_0 \neq 0, 0 < \theta_0 < \frac{\pi}{2}$ ) маємо різні значення  $R_{\perp}$  та  $R_{\square}$ , що визначаються наступними співвідношеннями:

$$\left\{ \begin{aligned} R_{\perp} &= \frac{\left| \bar{\mu} \exp(i\Delta) \cos \theta_0 - \sqrt{|\varepsilon| \cdot |\mu| \exp[i(\bar{\delta} + \Delta)] - \sin^2 \theta_0} \right|^2}{\left| \mu \exp(i\Delta) \cos \theta_0 + \sqrt{|\varepsilon| \cdot |\mu| \exp[i(\bar{\delta} + \Delta)] - \sin^2 \theta_0} \right|^2}; \\ R_{\square} &= \frac{\left| \bar{\varepsilon} \exp(i\bar{\delta}) \cos \theta_0 - \sqrt{|\bar{\varepsilon}| \cdot |\mu| \exp[i(\bar{\delta} + \Delta)] - \sin^2 \theta_0} \right|^2}{\left| \bar{\varepsilon} \exp(i\bar{\delta}) \cos \theta_0 + \sqrt{|\bar{\varepsilon}| \cdot |\mu| \exp[i(\bar{\delta} + \Delta)] - \sin^2 \theta_0} \right|^2}. \end{aligned} \right. \quad (66)$$

У (66) магнітна проникність дорожнього одягу задається співвідношеннями для  $\mu$  з (4).

Знайдемо  $R_{\perp}$  й  $R_{\square}$  для випадку, коли дорожній одяг представляє собою прошарок товщини  $h$ , і це середовище у подальшому будемо нумерувати індексом 2, що знаходиться між вакуумом/повітрям (середовище 1,  $\varepsilon_1 = \mu_1 = 1$ ) і підґрунтям дорожнього одягу/полотна або основою, на яку кладуть дорожній одяг (середовище 3). Будемо вважати, що  $\varepsilon_2, \mu_2, \sigma_2$  задовольняють співвідношенням (4), а також цим співвідношенням задовольняє  $\varepsilon_3, \mu_3, \sigma_3, \bar{\varepsilon}_2, \bar{\varepsilon}_3, \bar{\delta}_2, \bar{\delta}_3, \Delta_2, \Delta_3$ .

Для  $R_{\perp}$  у цьому випадку маємо:

$$\left\{ \begin{aligned} R_{\perp} &= |r_{\perp}|^2; r_{\perp} = \frac{(r_{12})_{\perp} \exp(-2i\psi) + (r_{23})_{\perp}}{\exp(-2i\psi) + (r_{12})_{\perp} \cdot (r_{23})_{\perp}}; (r_{23})_{\perp} = \frac{(r_{12})_{\perp} - (r_{13})_{\perp}}{(r_{12})_{\perp} \cdot (r_{13})_{\perp} - 1}; \\ \psi &= \frac{\omega}{c} h \left\{ \varepsilon_2 + \frac{i4\pi\sigma_2}{\omega} \right\} = \frac{\omega}{c} h \left\{ \varepsilon'_2 + i\varepsilon''_2 + \frac{i4\pi}{\omega} (\sigma'_2 + i\sigma''_2) \right\}; \\ (r_{12})_{\perp} &= \frac{|\mu_2| \exp(i\Delta_2) \cos \theta_0 - \sqrt{|\bar{\varepsilon}_2| \cdot |\mu_2| \exp[i(\bar{\delta}_2 + \Delta_2)] - \sin^2 \theta_0}}{|\mu_2| \exp(i\Delta_2) \cos \theta_0 + \sqrt{|\bar{\varepsilon}_2| \cdot |\mu_2| \exp[i(\bar{\delta}_2 + \Delta_2)] - \sin^2 \theta_0}}; \\ (r_{13})_{\perp} &= \frac{|\mu_3| \exp(i\Delta) \cos \theta_0 - \sqrt{|\bar{\varepsilon}_3| \cdot |\mu_3| \exp[i(\bar{\delta}_3 + \Delta_3)] - \sin^2 \theta_0}}{|\mu_3| \exp(i\Delta_3) \cos \theta_0 + \sqrt{|\bar{\varepsilon}_3| \cdot |\mu_3| \exp[i(\bar{\delta}_3 + \Delta_3)] - \sin^2 \theta_0}}. \end{aligned} \right. \quad (67)$$

Для  $R_{\square}$  у цьому випадку маємо:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 R_{\square} = |r_{\square}|^2; r_{\square} = \frac{(r_{12})_{\square} \exp(-2i\psi) + (r_{23})_{\square}}{\exp(-2i\psi) + (r_{12})_{\square} \cdot (r_{23})_{\square}}; (r_{23})_{\square} = \frac{(r_{12})_{\square} - (r_{13})_{\square}}{(r_{12})_{\square} \cdot (r_{13})_{\square} - 1}; \\
 (r_{12})_{\square} = \frac{|\bar{\varepsilon}_2| \exp(i\bar{\delta}_2) \cos \theta_0 - \sqrt{|\bar{\varepsilon}_2| \cdot |\mu_2| \exp[i(\bar{\delta}_2 + \Delta_2)] - \sin^2 \theta_0}}{|\bar{\varepsilon}_2| \exp(i\bar{\delta}_2) \cos \theta_0 + \sqrt{|\bar{\varepsilon}_2| \cdot |\mu_2| \exp[i(\bar{\delta}_2 + \Delta_2)] - \sin^2 \theta_0}}; \\
 (r_{13})_{\square} = \frac{|\bar{\varepsilon}_3| \exp(i\bar{\delta}_3) \cos \theta_0 - \sqrt{|\bar{\varepsilon}_3| \cdot |\mu_3| \exp[i(\bar{\delta}_3 + \Delta_3)] - \sin^2 \theta_0}}{|\bar{\varepsilon}_3| \exp(i\bar{\delta}_3) \cos \theta_0 + \sqrt{|\bar{\varepsilon}_3| \cdot |\mu_3| \exp[i(\bar{\delta}_3 + \Delta_3)] - \sin^2 \theta_0}}.
 \end{array} \right. \quad (68)$$

### ВИСНОВКИ

1. Обґрунтована фізико-механічна та математична моделі розповсюдження падаючих/відбитих електромагнітних хвиль у системах аерокосмічної зйомки при використанні георадарних технологій у процесах моніторингу дорожнього одягу нежорсткого типу.

2. Визначені основні характеристики плоских електромагнітних хвиль (ЕМХ) (амплітуди, закони розподілу у просторі і часі), хвильовий імпеданс дорожнього одягу як для плоских однорідних хвиль, так і для неоднорідних хвиль при їх нормальному та похилому падінні на поверхню дорожнього полотна.

3. Проведене фізико-механічне моделювання процесу поширення ЕМХ у дорожньому одязі як неоднорідному середовищі у наближенні геометричної оптики, знайдені коефіцієнти відбиття ЕМХ від поверхні дорожнього одягу нескінченної/скінченної товщини  $h$  для різних варіантів поляризації ЕМХ (при нормальному та похилому їх падінні).

4. Результати даного дослідження можуть бути у подальшому використані для уточнення і вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку параметрів георадарних пристроїв, що використовуються у процесах моніторингу дорожнього одягу нежорсткого типу, як на стадіях їх проектування/конструювання, так і у режимах реальної експлуатації.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Борн М. Основы оптики / М.Борн, Э.Вольф. – М.: Наука, 1973. – 720 с.
2. Батракова А.Г. Методология мониторинга дорожных одежд нежесткого типа с применением георадарных технологий [Текст]: диссертация на соискание степени докт. техн. наук/ А.Г. Батракова. – Харьков, 2014. – 397с.
3. Батракова А.Г. Моделі розповсюдження хвиль у системах аерокосмічної геодезії / А.Г. Батракова//Науковий вісник будівництва. – 2017.– Т.89, №3. – С.117-121.

4. Batrakov D.O. Solution of a General Inverse Scattering Problem Using the Distorted Born Approximation and Iterative Technique [Text] / D.O.Batrakov, N.P.Zyuck // Inverse Problems.—1994. — Vol.10 ,No1.— P.39-54.

5. Zyuck N.P. Determination of electrophysical properties of a layered structure with a statistically rough surface via an inversion method [Text] / N.P.Zhuck, D.O.Batrakov // Physical Review B. — 1995. — Vol.51, No23.— P.17073-17080.

6. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны/Л.А.Вайнштейн. — М.: Радио и связь, 1988. — 440с.

7. Ландау Л.Д. Электродинамика сплошных сред / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. — М.: Наука, 1982. — 624с.

к.т.н., профессор Човнюк Ю. В.,

Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины,

к.т.н., доцент Диктерук М.Г., доцент Чередниченко П.П.,

к.т.н., доцент Остапущенко О.П.,

Киевский национальный университет строительства и архитектуры

## **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГЕОРАДАРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ПРОЦЕССЕ МОНИТОРИНГА ДОРОЖНОЙ ОДЕЖДЫ НЕЖЕСТКОГО ТИПА: МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПАДАЮЩИХ/ОТРАЖЕННЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В СИСТЕМАХ АЭРОКОСМИЧЕСКОЙ СЪЕМКИ**

Предложена физико-механическая и математическая модели для анализа процесса распространения падающих и отраженных электромагнитных волн в системах аэрокосмической съемки, которые используются для исследований с помощью георадарных технологий состояния дорожной одежды нежесткого типа методами, присущими системам аэрокосмической съемки. Определены основные характеристики падающих/отраженных электромагнитных волн разной поляризации при их наклонном/нормальном падении на поверхность дорожной одежды. Последняя рассматривается как однородная и неоднородная среда. В последнем случае, в рамках ограничений геометрической оптики, найдены основные характеристики электромагнитных волн (падающих/отраженных), взаимодействующих с дорожной одеждой, и рассчитаны их параметры с учетом зависимостей диэлектрической, магнитной проницаемостей и удельной электропроводности от пространственной координаты  $z$  (что характеризует углубление в среду дорожной одежды), как для бесконечной среды, так и для дорожной одежды конечной толщины.

Ключевые слова: георадарные технологии, мониторинг, дорожная одежда, нежесткий тип одежды, моделирование, распространение, падающие и отраженные электромагнитные волны, системы аэрокосмической съемки

Ph.D., Professor Chovnyuk Yu. V.,  
National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine,  
Ph.D., associate Professor Dikteruk M.G.,  
associate Professor Cherednichenko P.P.,  
Ph.D., associate Professor Ostapushchenko O.P.,  
Kyiv National University of Construction and Architecture

**THE UTILIZATION OF GEORADAR TECHNOLOGIES AT THE  
PROCESSES OF MODELING OF TRANSPORT ROAD CLOTHING OF  
NON-RIGID TYPE: MODELING OF PROPAGATION OF  
INCIDENT/REFLECTED ELECTROMAGNETIC WAVES IN THE  
AEROSPACE SURVEY SYSTEMS**

A physical, mechanical and mathematical model are proposed for the analyzing of the propagation of incident and reflected electromagnetic waves in aerospace survey systems. Such systems are used for exploration, with the help georadar technology, state of non-rigid type road clothing. One may use the methods common to the aerospace survey system. The main characteristics of incident/reflected electromagnetic waves of different polarization are determined for their oblique/normal incidence on the surface of the transport clothing. The latter is regarded as a homogeneous and inhomogeneous medium, as well. In the latter case, within the limits of geometric optics, the main characteristics of electromagnetic waves (incident/reflected/transmitted) interacting with a road clothing have been found, and their parameters have been calculated taking into account the dependences of the dielectric, magnetic permeabilities and specific electrical conductivity on the spatial coordinate (which characterizes the groove in the environment of the road clothing), both for the infinite environment and for road clothing of the finite thickness.

Key words: georadar technologies, monitoring, road clothing, non-rigid type of clothing, modeling, propagation, incident and reflected electromagnetic waves, aerospace survey systems.