

УДК 621.873

© Иванов В. Н., Седов И. Б., Исьемини И. И.

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПАРАМЕТРОВ БЕЗУДАРНЫХ ТУПИКОВЫХ УПОРОВ

Постановка проблемы.

Крановые пути в соответствии с п. 4.12.27 /1/ должны оборудоваться тупиковыми упорами, предназначенными для гашения скорости грузоподъемного крана и предотвращения его схода с концевых участков пути. Безударные тупиковые упоры (гравитационные и фрикционно-гравитационные) находят все большее распространение при эксплуатации кранов мостового типа, а также при эксплуатации башенных кранов. При этом известны случаи, когда принятые высотные габариты таких упоров были столь малы, что крановая опора выходила за профильный участок такого упора. Отчего кран не мог самостоятельно вернуться на крановый путь.

Анализ исследований.

Гравитационное торможение /2/ основано на том, что при наезде крана на тупиковый упор кинетическая энергия движущегося крана переходит в потенциальную энергию при подъеме центра масс на некоторую высоту. При этом имеет место формула

$$\frac{M \cdot v^2}{2} = M \cdot g \cdot h, \quad (1)$$

где M – масса движущегося крана;

v – скорость передвижения;

h – высота подъема центра масс.

Для фрикционно-гравитационного торможения /3/ справедлива следующая формула, в левой части которой записана кинетическая энергия

движущегося свободно (без влияния привода) крана, а в правой части приведена потенциальная энергия и работа, затраченная на преодоление трения:

$$\frac{M \cdot v^2}{2} = M \cdot g \cdot h + M \cdot g \cdot \left(\frac{f \cdot d_0 + 2 \cdot k}{D} \right) \cdot l, \quad (2)$$

где h – высота подъёма центра масс;

f – коэффициент трения в опоре между роликом и осью;

d_0 – диаметр оси;

k – коэффициент трения ролика по направляющей упора;

D – диаметр ролика;

l – путь трения.

При этом в обоих случаях не учитывается влияние гибкого подвеса груза.

Постановка задачи. Оценить влияние груза на гибком подвесе при наезде крана на безударный тупиковый упор с целью обоснованного назначения основных параметров таких упоров.

Основной материал.

Анализ процесса торможения крана при наезде на безударный упор показывает, что роль подвешенного, а значит, раскачивающегося груза может быть существенной. Известная из курса теоретической механики формула кинетической энергии поступательно движущегося тела с подвешенным грузом учитывает колебания груза. При этом

$$T = \frac{1}{2} (M + m) v^2 + \frac{1}{2} m \cdot S^2 \cdot \dot{\psi}^2 + m \cdot v \cdot S \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \psi, \quad (3)$$

где S – длина подвеса груза массой m ;

ψ – угол отклонения груза;

v – скорость движения крана.

Отсюда видно, что в случае, когда колебание подвешенного груза совпадает с направлением движения крана, кинетическая энергия движущегося крана возрастает.

При выводе дифференциальных уравнений движения, описывающих наезд крана с грузом на профилированный упор, были приняты следующие допущения и упрощения:

- масса канатов по сравнению с массой подвешенного груза пренебрежительно мала и гибко подвешенный груз подобен математическому маятнику;
- потери на блоках полиспаста малы и не учитываются;
- кран и подкрановые сооружения рассматриваются как абсолютно жесткие конструкции;
- наезд происходит на упор, профиль которого образован окружностью радиуса R .

При наезде крана с подвешенным грузом на безударный профилированный упор (гравитационный или фрикционно-гравитационный) происходит подъем центра масс, замедление и остановка крана, а также раскачивание груза. Для получения уравнения движения крана с грузом при наезде на упор рассмотрим кинематическую схему, приведенную на рис. 1, где обозначено:

P – мгновенный центр скоростей;

AB – база крана (принято, что катковая опора находится на оси ходового колеса);

AM – профиль фрикционно-гравитационного упора;

CD – длина подвеса груза;

ψ – угол отклонения груза.

На схеме (см. рис.1), кроме того, принято:
 $AB = OM = L$; $KA = KM = R$; $CD = S$.

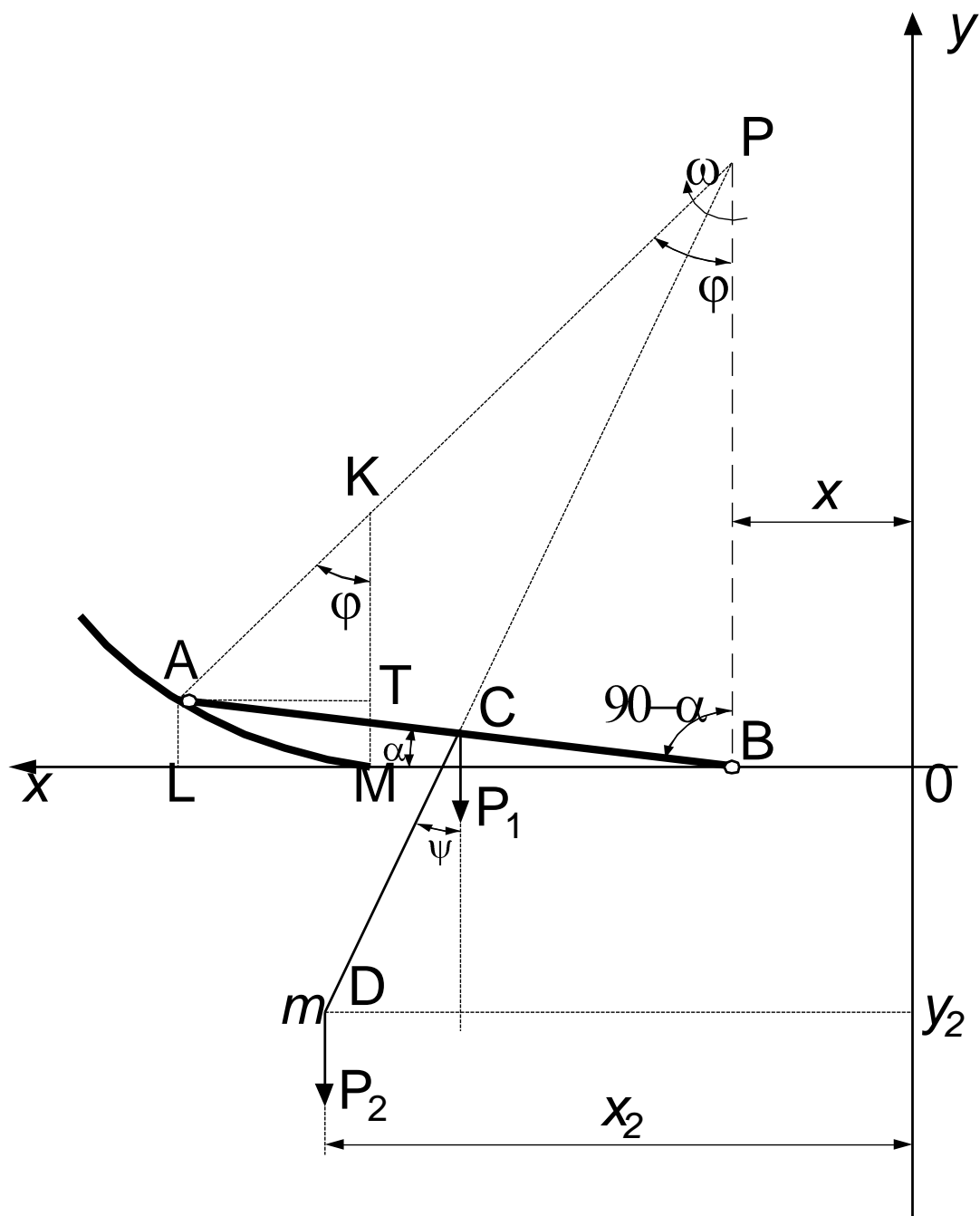


Рис. 1 - Расчетная схема наезда грузоподъемного крана на безударный упор

Тогда

$$LM = R \cdot \sin \phi;$$

$$KT = R \cdot \cos \phi;$$

$$MB = L - x;$$

$$BL = MB + LM = L - x + R \cdot \sin \phi;$$

$$AL = KM - KT = R - R \cdot \cos \phi = R \cdot (-\cos \phi)$$

(4)

Зависимость между углом φ и обобщённой координатой x найдём из $\triangle ABL$:

$$AB^2 = AL^2 + BL^2. \quad (5)$$

$$\text{Откуда } L^2 = R^2 \cdot (-\cos \varphi)^2 + (-x + R \cdot \sin \varphi)^2. \quad (6)$$

$$\text{Тогда } x = L - \sqrt{L^2 - R^2 \cdot (-\cos \varphi)^2} + R \cdot \sin \varphi. \quad (7)$$

Зависимость между углами α и φ найдём из соотношения:

$$\sin \alpha = \frac{AL}{AB} = \frac{R \cdot (-\cos \varphi)}{L}. \quad (8)$$

Кинетическая энергия движущейся системы (крана с подвешенным грузом) равна:

$$T = T_1 + T_2, \quad (9)$$

где T_1 – кинетическая энергия собственно крана;

T_2 – кинетическая энергия подвешенного груза.

Кинетическая энергия собственно крана, совершающего плоское движение, запишется:

$$T_1 = \frac{I \cdot \omega^2}{2} + \frac{M \cdot v_c^2}{2}, \quad (10)$$

где I – момент инерции крана относительно оси, проходящей через центр масс крана;

ω – угловая скорость относительно этой же оси;

v_c – скорость центра масс в поступательном движении (скорость крана).

Угловая скорость $\omega = \frac{\dot{x}}{PB}$, где PB находим из треугольника APB по

теореме синусов

$$\frac{L}{\sin \varphi} = \frac{PB}{\sin [80^\circ - (90^\circ - \alpha + \varphi)]} = \frac{PB}{\sin (90^\circ + \alpha - \varphi)} = \frac{PB}{\cos (\varphi - \alpha)}. \quad (11)$$

$$\text{Откуда } PB = \frac{L \cdot \cos (\varphi - \alpha)}{\sin \varphi}. \quad (12)$$

Таким образом, получена зависимость, определяющая положение (координату) мгновенного центра скоростей.

$$\text{Тогда } \omega = \frac{\dot{x} \cdot \sin \varphi}{L \cdot \cos(\alpha - \varphi)}. \quad (13)$$

Дифференцируя (7) по времени t , получим:

$$\dot{x} = R \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi - \frac{2 \cdot R^2 \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi \cdot \dot{\varphi}}{2\sqrt{L^2 - R^2 \cdot \cos^2 \varphi}} = \left[R \cdot \cos \varphi - \frac{R^2 \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi}{\sqrt{L^2 - R^2 \cdot \cos^2 \varphi}} \right] \cdot \dot{\varphi}. \quad (14)$$

$$\text{Скорость центра масс } v_c = \omega \cdot PC = \frac{\dot{x} \cdot PC}{PB}. \quad (15)$$

Из $\triangle APB$, в котором PC – медиана находим $PC^2 = \frac{1}{4} [AB^2 + PA^2 - AB^2]$,

где PA определяется по теореме синусов $\frac{PA}{\sin(90^\circ - \alpha)} = \frac{AB}{\sin \varphi}$; $PA = \frac{L \cdot \cos \alpha}{\sin \varphi}$.

Тогда

$$PC^2 = \frac{1}{4} \left[2 \cdot \left(\frac{L^2 \cdot \cos^2(\alpha - \varphi)}{\sin^2 \varphi} + \frac{L^2 \cdot \cos^2 \alpha}{\sin^2 \varphi} \right) - L^2 \right] = \frac{L^2}{4} \left(\frac{2 \cdot \cos^2(\alpha - \varphi) + 2 \cdot \cos^2 \alpha - \sin^2 \varphi}{\sin^2 \varphi} \right). \quad (16)$$

Подставляя полученные значения в (8, 10) и приведя подобные члены, запишем выражение для кинетической энергии крана:

$$T_1 = \left(R \cdot \cos \varphi - \frac{R^2 \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi}{\sqrt{L^2 - R^2 \cdot \cos^2 \varphi}} \right)^2 \cdot \dot{\varphi}^2 \times \\ \times \left[\frac{I \cdot \sin^2 \varphi}{2 \cdot L^2 \cdot \cos^2(\alpha - \varphi)} + \frac{M \cdot \cos^2(\alpha - \varphi) + 2 \cdot \cos^2 \alpha - \sin^2 \varphi}{8 \cdot \cos^2(\alpha - \varphi)} \right]. \quad (17)$$

Для нахождения кинетической энергии груза определим его координаты x_2 и y_2 .

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= x + CB \cdot \cos \alpha + CD \cdot \sin \psi = x + \frac{L}{2} \cdot \cos \alpha + S \cdot \sin \psi; \\ y_2 &= -(CD' - CB \cdot \sin \alpha) + CD' \cdot \sin^2 \psi \end{aligned} \right\}. \quad (18)$$

Принимая $\sin^2 \psi = 0$, получим $y_2 = \frac{L}{2} \cdot \sin \alpha - S \cdot \cos \psi$.

Тогда производные координат по времени можно записать:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_2 &= \dot{x} + \frac{L}{2} \cdot \left(\sin \alpha \right) \dot{\alpha} + S \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \psi; \\ \dot{y}_2 &= \frac{L}{2} \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\alpha} + S \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \psi \end{aligned} \right\}, \quad (19)$$

где $\dot{\alpha}$ находим, дифференцируя по времени (8)

$$\dot{\alpha} = \frac{R}{L} \cdot \frac{\sin \varphi \cdot \dot{\varphi}}{\cos \alpha}. \quad (20)$$

Подставляя значение \dot{x} и $\dot{\alpha}$ в формулы для \dot{x}_2 и \dot{y}_2 получим:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_2 &= \left[R \cdot \cos \varphi - \frac{R^2 \cdot \left(-\cos \varphi \right) \sin \varphi}{\sqrt{L^2 - R^2 \cdot \left(-\cos \varphi \right)^2}} \right] \cdot \dot{\varphi} + \frac{L}{2} \cdot \sin \alpha \cdot \frac{R}{L} \cdot \frac{\sin \varphi \cdot \dot{\varphi}}{\cos \alpha} + S \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \psi \\ \dot{y}_2 &= S \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \psi + \frac{R}{2} \cdot \sin \varphi \cdot \dot{\varphi}. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Кинетическая энергия груза запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} T_2 &= \frac{m}{2} \left(\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2 \right) = \frac{m}{2} \left\{ \left[R \cdot \cos \varphi - \frac{R^2 \cdot \left(-\cos \varphi \right) \sin \varphi}{\sqrt{L^2 - R^2 \cdot \left(-\cos \varphi \right)^2}} \right] \cdot \dot{\varphi} + \right. \\ &\left. + \frac{R}{2} \cdot \tan \alpha \cdot \sin \varphi \cdot \dot{\varphi} + S \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \psi \right\}^2 + \frac{m}{2} \cdot \left(S \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \psi + \frac{R}{2} \cdot \sin \varphi \cdot \dot{\varphi} \right)^2 \end{aligned} \quad (22)$$

Введём следующие обозначения:

$$\left. \begin{aligned} R \cdot \cos \alpha - \frac{R^2 \cdot \left(-\cos \alpha \right) \sin \alpha}{\sqrt{L^2 - R^2 \cdot \left(-\cos \alpha \right)^2}} &= A; \\ \frac{I \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot L^2 \cdot \cos^2 \left(\alpha - \varphi \right)} + \frac{M \cdot \left(\cos^2 \left(\alpha - \varphi \right) + 2 \cdot \cos^2 \alpha - \sin^2 \varphi \right)}{8 \cdot \cos^2 \left(\alpha - \varphi \right)} &= B. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Тогда полная кинетическая энергия системы после подстановки и приведения подобных членов примет вид:

$$\begin{aligned} T &= \left[A^2 \cdot B + \frac{m}{2} \cdot \left(A + \frac{R}{2} \cdot \tan \alpha \cdot \sin \varphi \right) + \frac{R^2}{4} \cdot \sin^2 \varphi \right] \cdot \dot{\varphi}^2 + \\ &+ m \cdot \left[\left(A + \frac{R}{2} \cdot \tan \alpha \cdot \sin \varphi \right) \cdot S \cdot \cos \psi + \frac{S \cdot R}{2} \cdot \sin \psi \cdot \sin \varphi \right] \cdot \dot{\varphi} \cdot \dot{\psi} + m \cdot S^2 \cdot \dot{\psi}^2, \end{aligned} \quad (24)$$

где

$$\begin{aligned} \cos(\alpha - \varphi) &= \cos \alpha \cdot \cos \varphi + \sin \alpha \cdot \sin \varphi = \frac{L^2 - R^2 \cdot (-\cos \varphi)^2}{L} \cdot \cos \varphi + \frac{R \cdot (-\cos \varphi)}{L} \cdot \sin \varphi = \\ &= \frac{L^2 \cdot \cos \varphi - R^2 \cdot (-\cos \varphi)^2 + R \cdot \sin \varphi \cdot (-\cos \varphi)}{L}. \end{aligned} \quad (25)$$

Найдём производные $\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}}$ и $\frac{\partial T}{\partial \dot{\psi}}$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} &= 2 \cdot \dot{\varphi} \cdot \left[A^2 \cdot B + \frac{m}{2} \cdot \left(A + \frac{R}{2} \cdot \tan \alpha \cdot \sin \varphi \right) + \frac{R^2}{4} \cdot \sin^2 \varphi \right] + \\ &+ \dot{\psi} \cdot m \cdot \left[\left(A + \frac{R}{2} \cdot \tan \alpha \cdot \sin \varphi \right) \cdot S \cdot \cos \psi + \frac{S \cdot R}{2} \cdot \sin \psi \cdot \sin \varphi \right]; \\ \frac{\partial T}{\partial \dot{\psi}} &= m \cdot \dot{\psi} \cdot \left[\left(A + \frac{R}{2} \cdot \tan \alpha \cdot \sin \varphi \right) \cdot S \cdot \cos \psi + \frac{S \cdot R}{2} \cdot \sin \psi \cdot \sin \varphi \right] + 2 \cdot m \cdot S^2 \cdot \dot{\psi} \end{aligned} \quad (26)$$

Найдём производные по времени $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right)$ и $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\psi}} \right)$:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) &= 2 \cdot \ddot{\varphi} \cdot \left[A^2 \cdot B + \frac{m}{2} \cdot \left(A + \frac{R}{2} \cdot \tan \alpha \cdot \sin \varphi \right) + \frac{R^2}{4} \cdot \sin^2 \varphi \right] + \\ &+ 2 \cdot \dot{\varphi} \cdot \left[2 \cdot A \cdot \dot{A} \cdot B + A^2 \cdot \dot{B} + \frac{m}{2} \cdot \left(\dot{A} + \frac{R}{2} \cdot \tan \alpha \cdot \sin \varphi + \frac{R}{2} \cdot \tan \alpha \cdot \cos \varphi \cdot \dot{\varphi} \right) + \right. \\ &+ \left. \frac{R}{2} \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi \cdot \dot{\varphi} \right] + \dot{\psi} \cdot m \cdot \left[\left(A + \frac{R}{2} \cdot \tan \alpha \cdot \sin \varphi \right) \cdot S \cdot \cos \psi + \frac{S \cdot R}{2} \cdot \sin \psi \cdot \sin \varphi \right] + \\ &+ \dot{\psi} \cdot m \cdot \left[\left(\dot{A} + \frac{R}{2} \cdot \tan \alpha \cdot \sin \varphi + \frac{R}{2} \cdot \tan \alpha \cdot \cos \varphi \cdot \dot{\varphi} \right) \times S \cdot \cos \psi + \right. \\ &+ \left. \left(A + \frac{R}{2} \cdot \tan \alpha \cdot \sin \varphi \right) \cdot S \cdot (-\sin \psi) \cdot \dot{\psi} + \right. \\ &+ \left. \frac{S \cdot R}{2} \cdot \cos \psi \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \varphi + \frac{S \cdot R}{2} \cdot \sin \psi \cdot \cos \varphi \cdot \dot{\varphi} \right]; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\psi}} \right) &= m \cdot \ddot{\psi} \cdot \left[\left(A + \frac{R}{2} \cdot \tan \alpha \cdot \sin \varphi \right) \cdot S \cdot \cos \psi + \frac{S \cdot R}{2} \cdot \sin \psi \cdot \sin \varphi \right] + \\ &+ m \cdot \dot{\psi} \cdot \left[\left(\dot{A} + \frac{R}{2} \cdot \tan \alpha \cdot \sin \varphi + \frac{R}{2} \cdot \tan \alpha \cdot \cos \varphi \cdot \dot{\varphi} \right) \cdot S \cdot \cos \psi + \right. \\ &+ \left. \left(A + \frac{R}{2} \cdot \tan \alpha \cdot \sin \varphi \right) \cdot S \cdot (-\sin \psi) \cdot \dot{\psi} + \right. \\ &+ \left. \frac{S \cdot R}{2} \cdot \cos \psi \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \varphi + \frac{S \cdot R}{2} \cdot \sin \psi \cdot \cos \varphi \cdot \dot{\varphi} \right] + 2 \cdot m \cdot S^2 \cdot \ddot{\psi} \end{aligned} \quad (27)$$

Для упрощения записи производных по времени введём следующие обозначения:

$$1 - \cos \varphi = C,$$

$$\text{тогда } \sin \alpha = \frac{R \cdot C}{L};$$

$$\sqrt{L^2 - R^2 \cdot (-\cos \varphi)^2} = \sqrt{L^2 - R^2 \cdot C^2} = D,$$

$$\text{тогда } \cos \alpha = \frac{D}{L}; \quad \tan \alpha = \frac{R \cdot C}{L}; \quad \cos(\varphi - \alpha) = \frac{D \cdot \cos \varphi + R \cdot C \cdot \sin \varphi}{L}.$$

Кроме того, найдём \dot{A} , \dot{B} , и др.

$$\left. \begin{aligned} A &= R \cdot \cos \varphi - \frac{R^2 \cdot C \cdot \sin \varphi}{D}; \\ B &= \frac{4 \cdot I \cdot \sin^2 \varphi + M \cdot L^2 \cdot \cos^2(\varphi - \alpha) - 2 \cdot \cos^2 \alpha - \sin^2 \varphi}{8 \cdot L^2 \cdot \cos^2(\varphi - \alpha)} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

$$\dot{\alpha} = \frac{R \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \varphi}{L \cdot \cos \varphi} = \frac{R \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \varphi}{D}; \quad (29)$$

$$\tan \dot{\alpha} = \left(\frac{R \cdot \sin \varphi}{D} + \frac{R^3 \cdot C^2 \cdot \sin \varphi}{D^3} \right) \cdot \dot{\varphi}; \quad (30)$$

$$\cos'(\varphi - \alpha) = \frac{\dot{\varphi}}{L} \cdot \left[-D \cdot \sin \varphi + \frac{R^2 \cdot C \cdot \sin 2\varphi}{2 \cdot D} + R \cdot C \cdot \cos \varphi + R \cdot \sin^2 \varphi \right]; \quad (31)$$

Тогда с учётом введённых обозначений производные по времени можно записать, исключая величины второго порядка малости:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) &= 2 \cdot \ddot{\varphi} \cdot \left[A^2 \cdot B + \frac{m}{2} \cdot \left(A + \frac{R}{2} \cdot \tan \alpha \cdot \sin \varphi \right) + \frac{R^2}{4} \cdot \sin^2 \varphi \right] + \\ &+ \ddot{\psi} \cdot m \cdot \left[\left(A + \frac{R}{2} \cdot \tan \alpha \cdot \sin \varphi \cdot S \cdot \cos \psi \right) + \frac{S \cdot R}{2} \cdot \sin \varphi \cdot \sin \psi \right]; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\psi}} \right) &= \ddot{\varphi} \cdot m \cdot \left[\left(A + \frac{R}{2} \cdot \tan \alpha \cdot \sin \varphi \cdot S \cdot \cos \psi \right) + \frac{S \cdot R}{2} \cdot \sin \varphi \cdot \sin \psi \right] + 2 \cdot m \cdot S \cdot \ddot{\psi}; \\ \frac{\partial T}{\partial \varphi} &= 0; \quad \frac{\partial T}{\partial \psi} = 0, \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

так как в выражения для двух последних производных входят величины только второго порядка малости, а именно $\dot{\varphi}^2$, $\dot{\varphi} \cdot \dot{\psi}$.

Для составления уравнений Лагранжа второго рода найдём выражения для потенциальной энергии системы и для обобщённых сил. При этом

трением в опорах пренебрегаем, что, несомненно, идёт в запас при определении высоты подъёма крана и амплитуды раскачивания груза.

Потенциальная энергия системы будет равна:

$$\begin{aligned} \Pi &= -m \cdot g \cdot \left(S \cdot \cos \psi - \frac{L}{2} \cdot \sin \alpha \right) + M \cdot g \cdot \frac{L}{2} \cdot \sin \alpha = \\ &= \frac{M+m}{2} \cdot g \cdot R \cdot (-\cos \varphi) - m \cdot g \cdot S \cdot \cos \psi. \end{aligned} \quad (33)$$

Отсюда выражения для обобщённых сил Q_φ и Q_ψ будут иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} Q_\varphi &= \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} = \frac{M+m}{2} \cdot g \cdot R \cdot \sin \varphi; \\ Q_\psi &= \frac{\partial \Pi}{\partial \psi} = m \cdot g \cdot S \cdot \sin \psi. \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

Тогда уравнения Лагранжа II рода принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{M+m}{2} \cdot g \cdot R \cdot \sin \varphi &= 2 \cdot \left[A^2 \cdot B + \frac{m}{2} \cdot \left(A + \frac{R}{2} \cdot \tan \alpha \cdot \sin \varphi \right) + \frac{R^2}{4} \cdot \sin^2 \varphi \right] \cdot \ddot{\varphi} + \\ + m \cdot \left[\left(A + \frac{R}{2} \cdot \tan \alpha \cdot \sin \varphi \right) \cdot S \cdot \cos \varphi + \frac{S \cdot R}{2} \cdot \sin \varphi \cdot \sin \psi \right] \cdot \ddot{\psi}; \\ m \cdot g \cdot S \cdot \sin \psi &= 2 \cdot m \cdot S^2 \cdot \ddot{\psi} + m \cdot \left[\left(A + \frac{R}{2} \cdot \tan \alpha \cdot \sin \varphi \right) \cdot S \cdot \cos \varphi + \frac{S \cdot R}{2} \cdot \sin \varphi \cdot \sin \psi \right] \cdot \ddot{\varphi}. \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

Таким образом, мы получили систему уравнений вида:

$$\begin{cases} C_1 \ddot{\varphi} + C_2 \ddot{\psi} = D_1 \\ C_3 \ddot{\varphi} + C_4 \ddot{\psi} = D_2 \end{cases} \quad (36)$$

Решение данной системы нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка с использованием численного метода Рунге–Кутты позволило оценить влияние подвешенного груза на процесс наезда крана на безударный тупиковый упор.

Вывод.

При наезде грузоподъемного крана на тупиковый упор нельзя не учитывать наличие подвешенного груза, т.к. последний вызывает изменение кинетической энергии движущегося крана и может оказать существенное влияние на процесс торможения, а значит, и на габаритные размеры

безударных тупиковых упоров. В результате принятые ранее высотные габариты безударных тупиковых упоров рекомендовано увеличить на 15-20%.

Список использованных источников

1. Правила будови і безпечної експлуатації вантажопідіймальних кранів. ДНАОП 0.00-1.03-02 / Держ. департамент України по нагляду за охороною праці. – Х. : ФОРТ, 2002. – 416 с.
2. Мартынов А. В. Исследование гравитационного торможения мостовых кранов и крановых тележек : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.05.05 / А. В. Мартынов, А. В. ; Укр. заоч. политехн. ин-т. – Х., 1976. – 20 с.
3. Дейнега В. И. Защита мостовых кранов от ударов при наездах на тупиковые упоры : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.05.05 / В. И. Дейнега ; Укр. заоч. политехн. ин-т. – Х., 1988. – 15 с.

Иванов В. М., Седов И. Б., Исъеміні І. І. До визначення параметрів безударних тупикових упорів

У роботі розглядається процес гальмування вантажопідіймального крана з вантажем на гнучкому підвісі при наїзді крана на безударний тупиковий упор. Приводиться математична модель процесу наїзду крана з вантажем на гнучкому підвісі на безударний тупиковий упор. Рекомендується враховувати вплив підвісу вантажу при призначенні параметрів безударних тупикових упорів.

Иванов В. Н., Седов И. Б., Исъемини И. И. К определению параметров безударных тупиковых упоров

В работе рассматривается процесс торможения грузоподъемного крана с грузом на гибком подвесе при наезде крана на безударный тупиковый упор. Приводится математическая модель процесса наезда крана с грузом на гибком подвесе на безударный тупиковый упор. Рекомендуется учитывать

влияние подвеса груза при назначении параметров безударных тупиковых упоров.

Ivanov V.N., Sedov I.B., Isyemini I.I. About anti-impacted buffer parameters calculation

This work is devoted to process of braking down of the hoist crane with weight located on the flexible wire by raiding on the anti-impacted buffer.

Mathematical model of this process of braking down of the crane with weight located on the flexible wire by raiding on the anti-impacted buffer is also supplied. It is recommended to consider the influence of weight hanger while setting the parameters of anti-impacted buffer.