

© Нестеров А.П., Осипова Т.Н.

## УПРОЩЕНИЕ МНОГОМАССОВЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С УПРУГО-ВЯЗКИМИ СВЯЗЯМИ

### ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

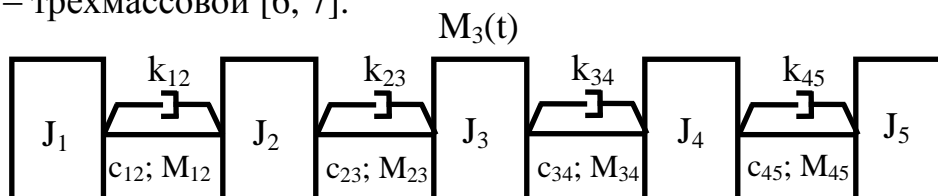
В технической литературе по динамике машин [1, 2, 3, 4, 5, 6 и др.] рассматривается приведение сложных многомассовых механических систем с упругими связями к упрощенным системам. Приведение проводится по параметрам жесткости, податливости упругих звеньев и инерционности дискретных и распределенных масс. Вопросы же упрощения многомассовых систем по параметрам диссипации ранее не рассматривались.

### ЦЕЛЬ ИССЛЕДОВАНИЙ

Цель исследований – определение закономерностей приведения пятимассовой системы шахтного подъемника с демпфирующими устройствами к трехмассовой системе.

### ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ

На рис. 1 показана крутильная динамическая эквивалентная схема пятимассовой системы канатного подъемника с упруго-вязкими связями, а на рис. 2 – трехмассовой [6, 7].

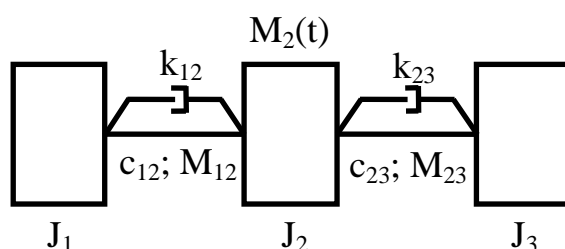


**Рис. 1** – Крутильная динамическая схема клетьевого канатной подъемной установки с качающимися площадками и упруго-вязкими вставками:

$c_{12}$ ,  $c_{45}$  – жесткости упруго-вязких вставок;  $c_{23}$ ,  $c_{34}$ , – жесткости соответственно короткого и длинного канатов;  $J_1$ ,  $J_5$  – моменты инерции дискретных масс

груженых клеток с учетом массы канатов;  $J_3$  – суммарный момент инерции барабана, редуктора и роторов электродвигателей;  $J_2, J_4$  – моменты инерции дискретных масс прицепных устройств;  $k_{12} = k_{45} = k$  – диссипативные коэффициенты упруго-вязких вставок;  $k_{23}, k_{34}$  – диссипативные коэффициенты соответственно короткого и длинного канатов;  $M_3(t)$  – приведенный, постоянный, мгновенно приложенный к барабану момент двигателей;  $M_{12}$  и  $M_{45}$  – моменты сил упругости в упруго-вязких вставках;  $M_{23}$  и  $M_{34}$  – упругие моменты в канатах

Ниже приведена динамическая трехмассовая система, эквивалентная пятимассовой.



**Рис. 2** - Расчетная, приведенная к валу барабана, трехмассовая крутильная динамическая схема канатного подъемника с упруго-вязкими вставками:  $c_{12}, c_{23}$  – крутильные жесткости соответственно короткой и длинной ветвей канатов;  $J_1, J_3$  – приведенные моменты инерции дискретных масс клеток с учетом массы канатов;  $J_2$  – суммарный момент инерции барабана, редуктора и роторов электродвигателей;  $k_{23}, k_{23}$  – диссипативные коэффициенты ветвей канатов;  $M_2(t)$  – приведенный к барабану момент электродвигателей;  $M_{12}$  и  $M_{23}$  – упругие моменты в ветвях канатов

Крутильные колебания пятимассовой системы (см. рис. 1) при приложении внешнего момента к барабану при разгоне подъемной машины описываются следующей системой обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами (1) [6, 7]:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{M}_{12} + k_{12} \left( \frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \right) \dot{M}_{12} + \beta_{12}^2 M_{12} - \frac{c_{12} k_{23}}{c_{23} J_2} \dot{M}_{23} - \frac{c_{12}}{J_2} M_{23} &= 0; \\ \ddot{M}_{23} + k_{23} \left( \frac{1}{J_2} + \frac{1}{J_3} \right) \dot{M}_{23} + \beta_{23}^2 M_{23} - \frac{c_{23} k_{12}}{c_{12} J_2} \dot{M}_{12} - \frac{c_{23}}{J_2} M_{12} - \frac{c_{23} k_{34}}{c_{34} J_3} \dot{M}_{34} - \frac{c_{23}}{J_3} M_{34} &= -\frac{c_{23}}{J_3} M_3(t); \\ \ddot{M}_{34} + k_{34} \left( \frac{1}{J_3} + \frac{1}{J_4} \right) \dot{M}_{34} + \beta_{34}^2 M_{34} - \frac{c_{34} k_{23}}{c_{23} J_3} \dot{M}_{23} - \frac{c_{34}}{J_3} M_{23} - \frac{c_{34} k_{45}}{c_{45} J_4} \dot{M}_{45} - \frac{c_{34}}{J_4} M_{45} &= -\frac{c_{34}}{J_3} M_3(t); \\ \ddot{M}_{45} + k_{45} \left( \frac{1}{J_4} + \frac{1}{J_5} \right) \dot{M}_{45} + \beta_{45}^2 M_{45} - \frac{c_{45} k_{34}}{c_{34} J_4} \dot{M}_{34} - \frac{c_{45}}{J_4} M_{34} &= 0, \end{aligned} \right\} (1)$$

$$\text{где } \beta_{12} = \sqrt{\tilde{n}_{12} \left( \frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \right)}; \beta_{23} = \sqrt{\tilde{n}_{23} \left( \frac{1}{J_2} + \frac{1}{J_3} \right)}; \beta_{34} = \sqrt{\tilde{n}_{34} \left( \frac{1}{J_3} + \frac{1}{J_4} \right)}; \beta_{45} = \sqrt{\tilde{n}_{45} \left( \frac{1}{J_4} + \frac{1}{J_5} \right)}.$$

Для трехмассовой системы (см. рис. 2) – уравнениями (2):

$$\left. \begin{aligned} \ddot{M}_{12} + k_{12} \left( \frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \right) \dot{M}_{12} + \beta_{12}^2 M_{12} - \frac{c_{12} k_{23}}{c_{23} J_2} \dot{M}_{23} - \frac{c_{12}}{J_2} M_{23} &= -\frac{\tilde{n}_{12}}{J_2} M_2(t); \\ \ddot{M}_{23} + k_{23} \left( \frac{1}{J_2} + \frac{1}{J_3} \right) \dot{M}_{23} + \beta_{23}^2 M_{23} - \frac{c_{23} k_{12}}{c_{12} J_2} \dot{M}_{12} - \frac{c_{23}}{J_2} M_{12} &= -\frac{c_{23}}{J_3} M_2(t). \end{aligned} \right\} (2)$$

При упрощении рассматриваемой пятимассовой системы выполним следующее:

1. Пренебрегаем массой прицепных устройств.
2. Суммируем последовательно соединенные податливости канатов и упруговязких вставок [6].
3. Распределенную массу канатов приводим от узла колебаний первой формы к близлежащим дискретным массам [6].
4. Диссипативные силы в канатах не учитываем.

Оценку адекватности пятимассовой и трехмассовой систем по диссипативным силам проводим по коэффициентам динамичности канатов без учета в них внутренних сил трения. Рассматриваем случай приложения внешнего момента к барабану для клетьевого подъемника, оборудованного качающимися площадками.

Коэффициенты динамичности в канатопроводе «барабан - клеть» для трехмассовой и пятимассовой систем при одинаковых коэффициентах диссипации будут отличаться из-за различной величины деформации упруго-

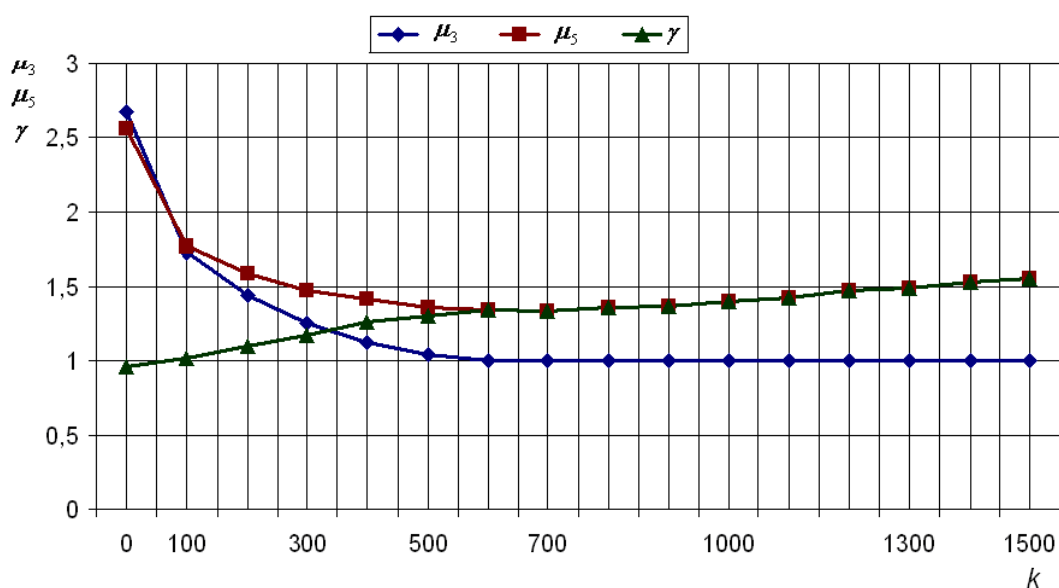
вязких вставок этих систем. Для приведения диссипативных сил пятимассовой системы к трехмассовой введем коэффициент неравномерности  $\gamma$ , который равен отношению коэффициентов динамичности пятимассовой системы к трехмассовой при одинаковых значениях коэффициентов диссипации упругих связей.

В табл. 1 приведены коэффициенты динамичности и неравномерности рассматриваемых систем при жесткости упруго-вязкой вставки равной 0,8 жесткости длинного каната.

**Таблица 1** – Коэффициенты динамичности  $\mu_3$  и  $\mu_5$  и неравномерности  $\gamma$  упруго-вязких вставок шахтного подъемника в зависимости от коэффициента диссипации упруго-вязких вставок

<b>к</b>	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400	1500
$\mu_3$ (трехмассовая схема)	2,6	2,023	1,81	1,63	1,5	1,37	1,28	1,99	1,14	1,09	1,05	1,02	1	1	1	1
$\mu_5$ (пятимассовая схема)	2,49	2,15	2,07	1,99	1,93	1,87	1,86	1,83	1,81	1,8	1,79	1,76	1,76	1,76	1,77	1,78
$\gamma = \frac{\mu_5}{\mu_3}$	0,96	1,06	1,1	1,22	1,3	1,37	1,45	1,52	1,59	1,66	1,71	1,72	1,76	1,76	1,77	1,78

Данные, приведенные в табл. 1, представлены в виде графиков на рис. 3.



**Рис. 3** – Графики коэффициентов динамичности и неравномерности короткого каната для пяти- и трехмассовых схем

Из табл. 1 и графиков рис. 3 видно, что коэффициенты динамичности для обеих систем максимальные при малом коэффициенте диссипации, затем они достигают минимума при увеличении  $k$ . Для пятимассовой системы коэффициент динамичности возрастает с увеличением диссипации упруго-вязкой вставки.

Связь между двумя рассматриваемыми системами определяется коэффициентом неравномерности  $\gamma$ , график которого представлен на рис. 3. Коэффициент неравномерности может быть выражен аналитической зависимостью через коэффициент диссипации  $k$  для различных значений  $\alpha$  (см. табл. 2), где  $\alpha$  – отношение жесткости упруго-вязкой вставки к жесткости длинного каната

**Таблица 2** – Формулы для определения  $\gamma = f(k)$ .

№ п/п	$\alpha$	$k$	Короткий канат	Длинный канат
			$\gamma(k) = C_0 \cdot k^{C_1} + C_2$	
1	0,8	0-600	$\gamma(k) = 1.415 \cdot 10^{-3} \cdot k^{0.885} + 0.953$	$\gamma(k) = 0.015 \cdot k^{0.579} + 0.987$
2	1,4	0-800	$\gamma(k) = 1.966 \cdot 10^{-3} \cdot k^{0.841} + 0.955$	$\gamma(k) = 0.21 \cdot k^{0.528} + 1$
3	2,7	0-1000	$\gamma(k) = 2.001 \cdot 10^{-3} \cdot k^{0.85} + 0.96$	$\gamma(k) = 0.27 \cdot k^{0.499} + 0.977$
4	4	0-1200	$\gamma(k) = 3.681 \cdot 10^{-3} \cdot k^{0.768} + 0.944$	$\gamma(k) = 0.3 \cdot k^{0.484} + 0.963$

Анализируя данные табл. 2, можно сделать вывод, что изменения коэффициента неравномерности  $\gamma$  описываются степенной функцией вида  $\gamma(k) = C_0 \cdot k^{C_1} + C_2$  в диапазоне  $\alpha = 0,8 \dots 4$  и  $k = 0 \dots 1200$ . Погрешность вычислений лежит в пределах 1 ... 2 %.

## ВЫВОДЫ

1. В работе установлено, что коэффициенты динамичности для пяти- и эквивалентной трехмассовой систем различны при одинаковых коэффициентах диссипации упруго-вязких вставок.

2. Найдены аналитические выражения для  $\gamma(k)$ , устанавливающие связь между коэффициентами динамичности рассматриваемых систем при одинаковых коэффициентах диссипации  $k$ .
3. Для шахтного канатного клетьевого подъемника с качающимися площадками в диапазоне  $\alpha = 0,8 \dots 4$  и  $k = 0 \dots 1200$  аналитическое выражение описывается степенными функциями одного вида  $\gamma(k) = C_0 \cdot k^{C_1} + C_2$  с различными, но близкими по величине коэффициентами  $C_0, C_1, C_2$ .
4. Найдя коэффициенты динамичности для упрощенной трехмассовой системы  $\mu_3$ , определяем коэффициенты динамичности для сложной пятимассовой системы по формуле  $\mu_5 = \gamma \cdot \mu_3$  для того же значения  $k$ .

#### Список использованных источников

1. Голубенцев А. Н. Динамика переходных процессов в машинах со многими массами / А. Н. Голубенцев. – М.: Машгиз, 1959. – 146 с.
2. Тимошенко С. П. Колебания в инженерном деле / С. П. Тимошенко, Д. Х. Янч, У. Уивер. – М.: Машиностроение, 1985. – 472 с.
3. Кожевников С. Н. Динамика нестационарных процессов в машинах / С. Н. Кожевников. – К. : Наук. Думка, 1986. – 285 с.
4. Степанов А. Г. Динамика шахтных подъёмных установок / А. Г. Степанов. – Пермь: УРО РАН, 1994. – 263 с.
5. Ловейкин В. С. Динамическая оптимизация подъемных машин / В. С. Ловейкин, А. П. Нестеров. – Луганск : Вид-во СНУ, 2002. – 368 с.
6. Федорова З. М. Подъемники : учеб. пособие для машиностр. спец. вузов / З. М. Федорова, И. Ф. Лукин, А. П. Нестеров ; под ред. З. М. Федоровой. – К. : Вища шк., 1976. – 296 с.
7. Нестеров А. П. Оптимизация параметров жесткости и диссипации ветвей канатов подъемной установки / А. П. Нестеров, Т. Н. Осипова // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2008. – № 1/1 (28). – С. 11 – 13. 1/5 (31) 2008. С. 27 – 30.

***Нестеров А.П., Осипова Т.Н.*** «Упрощение многомассовых механических систем с упруго-вязкими связями»

В статье находится аналитическая зависимость, связывающая коэффициенты динамичности пяти- и трехмассовой систем при одинаковых коэффициентах диссипации в упруго-вязких вставках.

***Нестеров А.П., Осипова Т.Н.*** «Спрощення многомассових механічних систем із пружно - в'язкими зв'язками»

У статті перебуває аналітична залежність, що зв'язує коефіцієнти динамічності п'яти- і трьохмасовій систем при однакових коефіцієнтах дисипації в пружно - в'язких вставках.

***Nesterov A.P., Osypova T.N.*** «Simplification of the multimass mechanical systems with resiliently-viscid couplings»

In the article there is analytical dependence linking the coefficients of dynamic quality of five- and three-mass systems at the identical coefficients of dissipation in the resiliently-viscid insertions.