

УДК 621.873.3

©Подоляк О.С., Родионов Л.А.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА ПОДЪЕМА ГРУЗА С ЖЕСТКОГО ОСНОВАНИЯ АВТОМОБИЛЬНЫМ КРАНОМ

1. Введение

Анализ литературных источников [1, 2] показывает, что наибольшие динамические нагрузки в грузоподъемных механизмах возникают при подъеме груза с жесткого основания. В расчетах динамики любой конструкции можно условно выделить следующие основные этапы:

- идеализация свойств заданной конструкции и внешних воздействий (построение динамической модели);
- математическая формулировка поведения динамической модели (построение математической модели);
- выбор метода исследования математической модели и проведение этих исследований;
- анализ полученного математического результата.

2. Цель и задачи статьи

Реальная конструкция, поведение которой под действием заданных внешних воздействий исследуется, имеет бесконечно много особенностей геометрии, свойств материала, характера внешнего нагружения и т.д. В практических расчетах невозможно, а главное и не нужно, учитывать все особенности исходного объекта, влияющие на его поведение. Объект заменяется некоторой моделью, обладающей конечным числом особенностей из числа тех, которые присущи исходному объекту. Некоторые свойства объекта при переносе на модель могут подвергаться каким-то изменениям, которые, незначительно влияя на интересующие нас стороны поведения данного объекта, существенно упрощают его модельное представление, а значит, упрощают и исследование. В данной статье необходимо построить динамическую и математическую модели автомобильного крана при работе механизма подъема груза, как наиболее нагруженного механизма.

3. Основная часть

Динамическая и математическая модели крана

Для анализа влияния динамических нагрузок на крановые элементы необходимо детально рассмотреть схему стреловой системы (см. рис. 1) и схему запасовки канатов выбранного крана (см. рис. 2). Стреловая система состоит из балочной стрелы фермового типа прямоугольного сечения. Стрела длиной L_c и массой m_c закреплена в

двух точках: стреловом шарнире и стреловым канатом у оголовка стрелы.

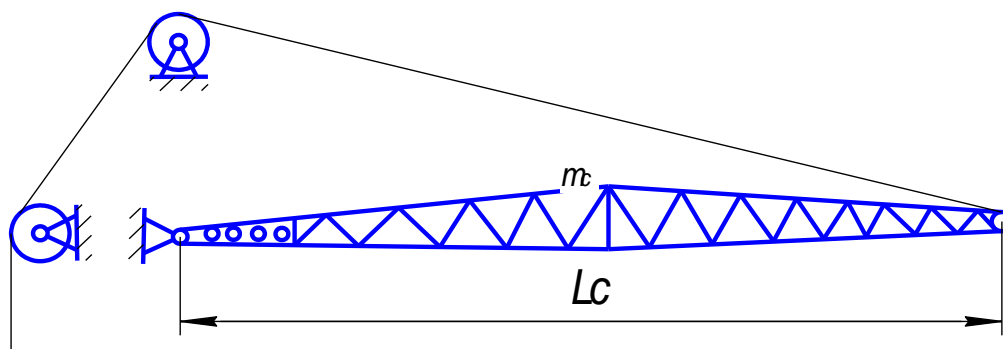


Рис. 1 - Схема стреловой системы автомобильного крана

Исследования показали, что при изучении динамических нагрузок, воспринимаемых металлоконструкцией крана и грузовыми канатами, анализе совместного влияния различных параметров крана на характер протекания переходных процессов, а также при решении многих других задач автомобильные краны, с достаточной для инженерных работ точностью, могут быть представлены трехмассовой двухсвязной динамической моделью [1] (см. рис. 3). Масса стрелы крана представлена в виде приведенной сосредоточенной массы m_c , соединенной упруго – вязкой связью, характеризующейся коэффициентами жесткости стрелы c_c и стрелового каната c_p а также демпфирования k_D металлоконструкции.

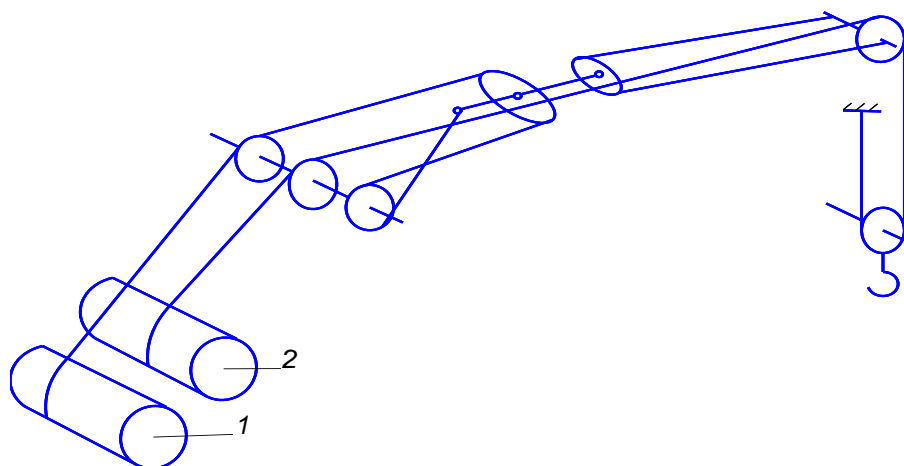


Рис. 2 – Схема запасовки канатов: **1** – барабан стреловой лебедки; **2** – барабан грузовой лебедки

Известно, что максимальные динамические нагрузки в кранах возникают при подъеме груза с жесткого основания (подъем с подхватом), который включает три этапа: первый – этап холостого хода, когда масса вращающихся частей привода m_n под воздействием силы привода P_{dq} выбирает суммарный зазор Δ_k в канатах и приводе; второй этап - развитие нагрузки в канатах до усилия в них, равного весу груза Q , причем масса m_2 на протяжении второго этапа находится в состоянии покоя; третий этап – совместное движение всех упруго связанных масс системы.

На первом этапе выбирается зазор Δ_k в канатах и приводе, а динамические нагружения в металлоконструкции и в канатах отсутствуют.

второй этап движения описывается уравнениями

$$\begin{aligned}
 m_{\Pi} \cdot \frac{d^2 y_{\Pi}}{dt^2} + P_{K2} - P_{Dq} &= 0; \\
 m_c \cdot \frac{d^2 y_c}{dt^2} - P_{K2} + k_D \cdot \frac{dy_c}{dt} + c_c \cdot y_c &= 0.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Заканчивается второй этап движения при натяжении грузовых канатов

$$P_{K2} = c_c (y_{\Pi} - y_c) + k'_D (\dot{y}_{\Pi} - \dot{y}_c) = Q.$$

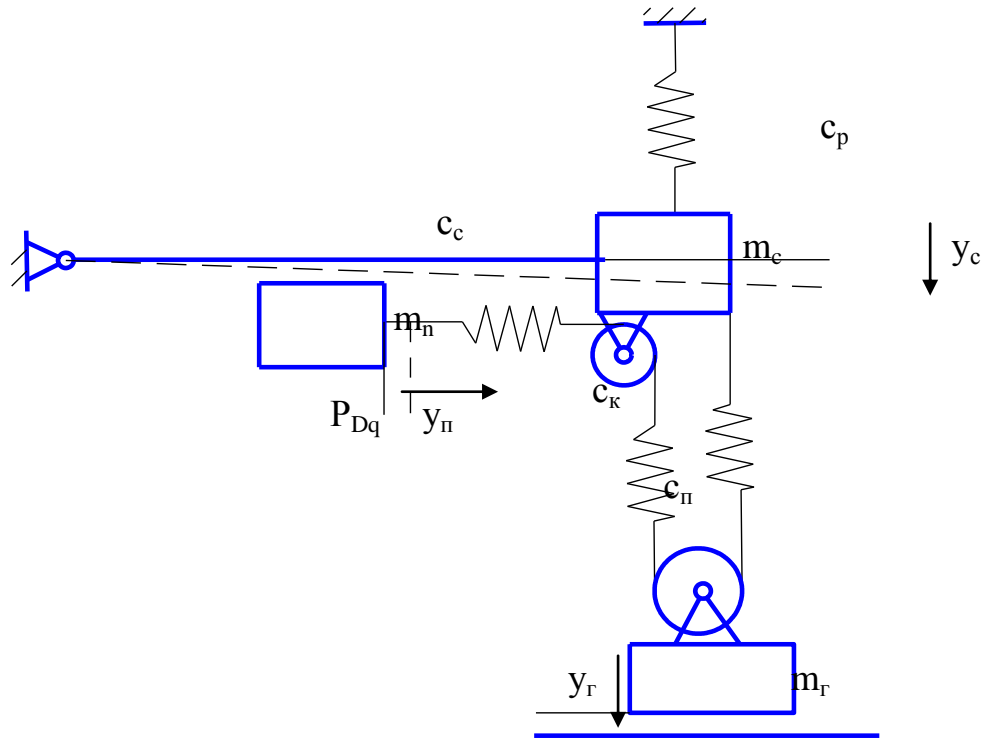


Рис. 3 – Трехмассовая модель стреловой системы автомобильного крана при подъеме груза с жесткого основания

Третий этап движения описывается уравнениями:

$$m_{II} \cdot \frac{d^2 y_{II}}{dt^2} + P_{K3} - P_{\partial q} = 0,$$

$$m_c \cdot \frac{d^2 y_c}{dt^2} - P_{K3} + k_D \cdot \frac{dy_c}{dt} + c_c \cdot y_c = 0, \quad (2)$$

$$m_{II} \cdot \frac{d^2 y_{II}}{dt^2} - P_{K3} + m_{II} \cdot g = 0,$$

где $P_{K3} = c_2(y_{II} - y_c - y_{II}) + k'_D(\dot{y}_{II} - \dot{y}_c - \dot{y}_{II})$ – натяжение в канатах на третьем этапе движения.

Здесь m_{II} – приведенная к канатам масса вращающихся частей привода подъема груза, кг; m_c – приведенная масса стрелы, кг; m_2 – масса груза, кг; c_c – коэффициент жесткости стрелы рана, Н/м; c_p – коэффициент жесткости стрелового каната, Н/м; c_K – коэффициент жесткости грузового каната на участке от барабана до полиспаста, Н/м; c_n – коэффициент жесткости грузового полиспаста, Н/м; k_D – коэффициент затухания колебаний (демпфирования) металлоконструкции, Н·с/м; k'_D – коэффициент затухания колебаний (демпфирования) канатов, Н·с/м; $P_{\partial q}$ – приведенная к канатам сила двигателя, Н; y_{II} , y_c , y_{II} – пути, проходимые соответственно массами m_{II} , m_c , m_{II} от начала координат.

Расчет коэффициентов дифференциальных уравнений движения

1. Приведенная к канатам масса вращающихся частей механизма подъема груза m_n

$$m_n = \frac{(GD_p + GD_M) \cdot \delta}{g} \cdot \left(\frac{u_M}{2 \cdot r_d} \right)^2 \cdot \eta, \quad (3)$$

где GD_p – маховый момент двигателя, Нм^2 ; GD_M – маховый момент муфты сцепления; $\delta = 1,2$ – коэффициент приведения остальных вращающихся масс привода к первому валу механизма; u_M – полное передаточное число механизма с учетом кратности полиспаста; r_d – радиус барабана; η – КПД механизма.

2. Приведенная масса стрелы m_c

Приведение массы стрелы проведем по правилам сопротивления материалов [2]. К приведенной массе m_c приводится участок стрелы от шарнира до места крепления стрелового каната к оголовку.

$$m_c = \frac{q_c \cdot \int_{l=0}^{L_c} (\delta_c(l)^2 + \delta_d(l)^2) dl}{\delta_c^2}, \quad (4)$$

где q_c – масса стрелы;

L_c – длина стрелы;

l – координата вдоль оси стрелы;

δ_c – перемещение стрелы в точке крепления стрелового каната;

δ_d – прогиб стрелы.

3. Коэффициент жесткости стрелы (стрела, стреловой канат).

Для определения коэффициента жесткости стрелы представим схему удлинений стрелы и стрелового каната (рис. 4).

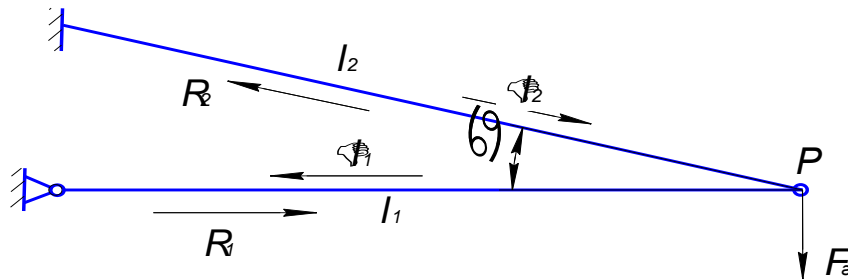


Рис. 4 – Схема удлинений стрелы и стрелового каната под действием силы груза.

Здесь: l_1, l_2 – длины соответственно стрелы и стрелового каната; R_1, R_2 – реакции, которые возникают под действием F_g в стреле и стреловом канате; $\Delta l_1, \Delta l_2$ – абсолютные удлинения стрелы и стрелового каната;

Определим реакции R_1, R_2 :

$$\begin{aligned} R_2 \sin \alpha &= F_g, & R_2 &= \frac{F_g}{\sin \alpha}; \\ R_2 \cos \alpha &= R_1, & R_1 &= \frac{F_g}{\operatorname{tg} \alpha}. \end{aligned} \quad (5)$$

Определим абсолютное удлинение стрелы и стрелового каната:

$$\begin{aligned} \Delta l_1 &= \frac{R_1 l_1}{EA_1} = \frac{F_g l_1}{\operatorname{tg} \alpha \cdot E_1 A_1}; \\ \Delta l_2 &= \frac{R_2 l_2}{EA_2} = \frac{F_g l_2}{\sin \alpha \cdot E_2 A_2}, \end{aligned} \quad (6)$$

где E_1 – модуль упругости стали;

E_2 – модуль упругости стальных канатов;
 A_1 – площадь поперечного сечения стрелы;
 A_2 – площадь поперечного сечения каната.

Найдем деформацию стрелы (см. рис. 5).

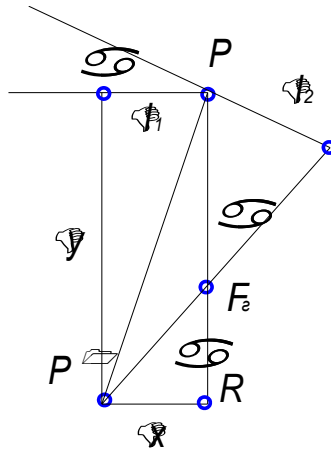


Рис. 5 – Расчетная схема для определения деформации стрелы.

Здесь:

$$\Delta x = \Delta l_1 = \frac{F_2}{\operatorname{tg} \alpha E_1 A_1}; \quad (7)$$

$$\Delta y = PF_2 + F_2 R; \quad (8)$$

$$PF_2 = \frac{\Delta l_2}{\sin \alpha}; \quad F_2 R = \frac{\Delta l_1}{\operatorname{tg} \alpha}; \quad (9)$$

$$\Delta y = \frac{\Delta l_2}{\sin \alpha} + \frac{\Delta l_1}{\operatorname{tg} \alpha}, \quad (10)$$

$$\Delta y = \frac{F_2 l_1}{\operatorname{tg}^2 \alpha E_1 A_1} + \frac{F_2 l_2}{\sin^2 \alpha E_2 A_2}, \quad (11)$$

$$\Delta y = \frac{F_z l_1}{\sin^2 \alpha E_1 A_1} \left(\cos^2 \alpha + \frac{l_2}{l_1} \cdot \frac{A_1}{A_2} \right); \quad (12)$$

$$\Delta P = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = \sqrt{\left(\frac{F_z l_1}{\operatorname{tg} \alpha E_1 A_1} \right)^2 + \left(\frac{F_z l_1}{\sin^2 \alpha E_1 A_1} \right)^2 \cdot \left(\cos^2 \alpha + \frac{l_2}{l_1} \cdot \frac{A_1}{A_2} \right)^2}; \quad (13)$$

жесткость стрелы:

$$\Delta P = \frac{F_z l_1}{\sin \alpha E_1 A_1} \cdot \sqrt{\cos^2 \alpha + \left(\cos^2 \alpha + \frac{l_2}{l_1} \cdot \frac{A_1}{A_2} \right)^2}$$

или

$$c_c = \frac{F_z}{\Delta P} = \frac{E_1 A_1 \sin \alpha}{l_1 \sqrt{\cos^2 \alpha + \left(\cos^2 \alpha + \frac{l_2}{l_1} \cdot \frac{A_1}{A_2} \right)^2}}. \quad (14)$$

4. Коэффициент жесткости грузового каната.

Коэффициент жесткости грузового каната c_2 определим как последовательное соединение упругих элементов (см. рис. 2, 3) []:

$$\tilde{n}_a = \frac{\tilde{n}_e \cdot \tilde{n}_i}{\tilde{n}_e + \tilde{n}_i}. \quad (15)$$

Здесь:

$$c_k = \frac{E_k F_k}{L_k}; \quad c_n = \frac{E_k F_k \cdot n}{L_n},$$

где E_k – модуль упругости стальных канатов;

F_k – площадь поперечного сечения каната;

L_k – длина каната на участке от барабана до полиспаста;

L_n – длина гибкой подвески полиспаста.

5. Коэффициент затухания колебаний стрелы

$$k_D = 2 \cdot m \cdot \omega \cdot D, \quad (16)$$

где ω – частота колебаний:

$$\omega = \frac{\sqrt{\frac{c_c}{m_c}}}{2 \cdot \pi}, \quad (17)$$

где $D = 0,01$ – постоянная демпфирования.

6. Коэффициент затухания колебаний каната

$$k'_D = \frac{2 \cdot m_z \cdot \delta}{\tau} \quad (18)$$

Здесь τ – период колебаний

$$\tau = \frac{2 \cdot \pi}{\omega}, \quad (19)$$

Введение в математическую модель приведенной силы привода

Автомобильные краны с механическим приводом приводятся в действие непосредственно от силовой установки через коробку отбора мощности.

Приведенная к канатам сила двигателя может быть определена по формуле [3]:

$$P_{Дк} = \eta \cdot \frac{u_M}{r_{\delta}} \cdot M_k = \eta \cdot \frac{u_M}{r_{\delta}} \cdot (a \cdot \dot{y}_n^2 + b \cdot \dot{y}_n + c). \quad (20)$$

Для построения механических характеристик двигателя необходимо найти ряд параметров, без которых такое построение невозможно. Все вычисления и построение графика были проведены на ЭВМ.

$$a = -\frac{M_{k\max} - M_{kN}}{(\omega_M - \omega_N)^2}, b = \frac{2 \cdot (M_{k\max} - M_{kN}) \cdot \omega_M}{(\omega_M - \omega_N)^2}, c = M_{k\max} - \frac{(M_{k\max} - M_{kN}) \cdot \omega_M^2}{(\omega_M - \omega_N)^2}, \quad (21)$$

где $M_{k\max}$ - максимальный крутящий момент, развиваемый двигателем;

$$M_{kN} = 9550 \frac{N_{e\max}}{\omega_N} - \text{крутящий момент двигателя}$$

соответствующий максимальной мощности;

ω_M - угловая скорость соответствующая максимальному крутящему моменту двигателя;

ω_N - угловая скорость соответствующая максимальной мощности двигателя.

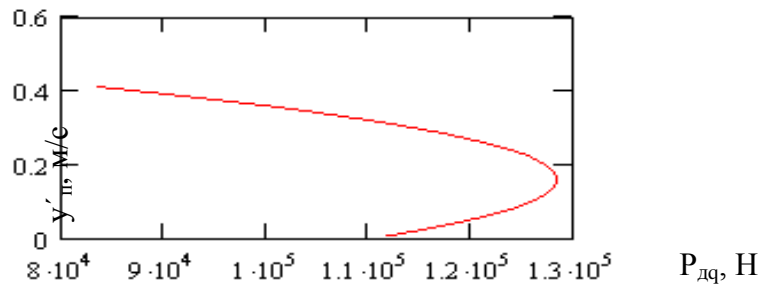


Рис. 6 – Приведенная к канатам сила двигателя автомобильного крана.

Выше рассмотрено определение коэффициентов a , b и c необходимых для построения внешней механической характеристики привода (рисунок 6). Для исследования влияния внешней механической характеристики двигателя на динамические нагрузки рассматриваемой модели достаточно изменить начальные условия и по формулам (3.36) пересчитать коэффициенты a , b и c .

Вывод

Решение полученных дифференциальных уравнений позволит определить динамические нагрузки в механизме подъема автомобильного крана при подъеме груза с жесткого основания с учетом внешней силы привода.

Список использованных источников

1. Будиков Л.Я. Многопараметрический анализ динамики грузоподъемных кранов мостового типа : монография / Л. Я. Будиков. – 2-е изд. – Луганск: изд-во СНУ им. В. Даля, 2003. – 210 с.
2. Демідас С. В. Мінімізація динамічних навантажень в елементах баштового крана на основі оптимізації режиму руху механізму підйому: дис. ... канд. техн. наук / С. В. Демідас. – К., 2000. – 193 с.
3. Солтус А.П. Теорія експлуатаційних властивостей автомобіля / А. П. Солтус. – К. : Арістей, 2006. – 175 с.

Подольак О. С., Родионов Л.А. «Математическое описание процесса подъема груза с жесткого основания автомобильным краном».

В статье построены динамическая и математическая модели автомобильного крана при подъеме груза с жесткого основания, определены коэффициенты дифференциальных уравнений, введена внешняя сила привода в математическую модель.

Ключевые слова: автомобильный кран, динамическая модель, жесткое основание, дифференциальное уравнение, внешняя сила.

Подольак О.С., Родіонов Л.А. «Математичний опис процесу підйому вантажу з жорсткої основи автомобільним краном».

В статті побудовані динамічна та математична моделі автомобільного крану при підйомі вантажу з жорсткої основи, визначені коефіцієнти диференціальних рівнянь, введена зовнішня сила приводу в математичну модель.

Ключові слова: автомобільний кран, динамічна модель, тверда основа, диференціальне рівняння, зовнішня сила.

Podolyak O.S., Rodionov L.A. “Mathematical formulation of the hoisting process of a load from the rigid base by an autocrane”.

In the article the dynamic and mathematical models of an autocrane when hoisting of a load from the rigid base were built, the coefficients of

the differential equations were determined, the external force of a drive in the mathematical model was entered.

Key words: truck crane, dynamic model, rigid base, differential equations, external force.

Стаття надійшла до редакції 28 травня 2009 р.