УДК 621.863

©**Фидровская Н.Н.**

ВЛИЯНИЕ КРАЕВЫХ ШПАНГОУТОВ НА ПРОГИБ СТЕНКИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

1. Актуальность

Задача определения изгиба цилиндрической оболочки является достаточно сложной, над решением которой работали многие известные ученые, такие как В.З.Власов [1], С.Н.Кан [2] и др.

Теория расчета тонкостенных пространственных систем, разработанная В.З.Власовым, получила большое распространение и позволила определить напряженное состояние различных конструкций при небольших показателях изменяемости нагрузки.

2. Анализ существующих решений

Для более сложных нагрузочных схем вводились дополнительные условия и допущения, например, такие как отсутствие сдвигов в серединной тонкостенной конструкции и нерастяжимости оболочки в окружном направлении. Имеющиеся решения получены для бесконечных оболочек, хотя влияние концов может быть значительным, особенно это касается коротких оболочек.

В реальных конструкциях краевые шпангоуты могут иметь конечную жесткость и в этом случае расчет на прочность оболочки должен это учитывать.

3. Постановка задачи

Рассмотрим цилиндрическую оболочку, шарнирно опертую по краям и имеющую в крайних сечениях упругие шпангоуты, а также нагруженную внешним давлением, которое действует по винтовой линии и изменяется по следующему закону

$$p = p_0 e^{-k\mu \frac{l-x}{h} 2\pi}, \qquad (1)$$

где h – шаг винтовой линии;

l – длина, на которой действует нагрузка;

k, μ – коэффициенты;

p_0 – максимальная загрузка, действующая на рассматриваемую цилиндрическую оболочку.

4. Основной материал

Предположим, что закон изменения радиальных перемещений имеет вид

$$w = \xi(x)\cos n\phi \qquad (2)$$

где $\xi(x)$ – статически неопределимая функция, переменная вдоль оси;

ϕ – угол, отсчитываемый от вертикальной оси;

n = 2, 3, 4… – числа натурального ряда.

Неизвестная функция *ξ(x)* может быть определена из решения уравнения Эйлера вариационной задачи. Для этого составляем выражение потенциальной энергии [3].

$$\Gamma = \int\left[\frac{1}{2}m_{\phi}x_{\phi} + \frac{1}{2}m_{xdop}x_{x} + m_{x\phi dop}X_{x\phi} + \frac{\delta}{2}\sigma_{xdop}\varepsilon_{x} + \frac{\delta}{2}\sigma_{\phi}\varepsilon_{\phi} - m_{\phi 0}x_{\phi}\right]Rd\phi, \quad (3)$$

где m_{ϕ} – поперечный изгибающий момент: $m_{\phi} = D\left(x_{\phi} + \nu x_{x}\right)$;

D – цилиндрическая жесткость: $D = \dfrac{E\delta^{3}}{12\left(1-\nu^{2}\right)}$;

x_{ϕ} - изменение кривизны в окружном направлении: $x_{\phi} = -\dfrac{1}{R^{2}}\left(\dfrac{\partial^{2}w}{\partial\phi^{2}} + w\right)$;

x_{x} – изменение кривизны срединной поверхности в направлении образующих: $x_{x} = -\dfrac{\partial^{2}w}{\partial x^{2}}$;

m_{xdop} – дополнительные продольные изгибающие моменты: $m_{xdop} = D\left(x_{x} + \nu x_{\phi}\right)$;

ν – коэффициент Пуассона;

$m_{x\phi dop}$ – дополнительные крутящие моменты: $m_{x\phi dop} = D\left(1-\nu\right)x_{x\phi}$;

$x_{x\phi}$ – величина относительного угла закручивания: $x_{x\phi} = -\dfrac{1}{R}\left(\dfrac{\partial V}{\partial x} - \dfrac{\partial^{2}w}{\partial\phi\partial x}\right)$,

V – касательные перемещения;

σ_{xdop} – дополнительные нормальные напряжения: $\sigma_{xdop} = E\dfrac{\partial u}{dx}$,

u – перемещения по оси x;

σ_{ϕ} – кольцевые нормальные напряжения: $\sigma_{\phi} = \dfrac{R}{\delta}\left(\dfrac{\partial Q_{xdop}}{\partial x} + \dfrac{\partial Q_{\phi}}{R\partial\phi}\right) + \dfrac{pR}{\delta}$;

ε_x – относительная деформация вдоль образующих: $\varepsilon_x = \dfrac{\partial u}{\partial x}$,

ε_{ϕ} – относительная деформация в окружном направлении: $\varepsilon_{\phi} = \dfrac{\sigma_{\phi}}{E} - \nu\dfrac{\sigma_{xdop}}{E}$;

Q_{xdop}, Q_{ϕ} – поперечные силы: $Q_{xdop} = \dfrac{\partial m_{xdop}}{\partial x} + \dfrac{\partial m_{x\phi dop}}{R\partial\phi}$,

R – радиус оболочки;

δ – толщина стенки оболочки; $Q_{\phi} = \dfrac{\partial m_{\phi}}{R\partial\phi} + \dfrac{\partial m_{x\phi dop}}{\partial x}$;

$m_{\phi 0}x_{\phi} = pw$ – потенциал внешних сил.

Так как в выражении для Г все усилия и деформации зависят от одной неизвестной функции $\xi(x)$ и ее производных, то уравнение Эйлера для вариационной задачи

$$\frac{\partial\Gamma}{\partial\xi(x)} - \frac{d}{dx}\left(\frac{\partial\Gamma}{\partial\xi^{1}(x)}\right) + \frac{d^2}{dx^2}\left(\frac{\partial\Gamma}{\partial^{11}\xi(x)}\right) - ... = 0 \qquad (4)$$

Это уравнение приводит к разрешающему линейному дифференциальному уравнению четвертой степени.

$$\frac{d^4\xi(x)}{dx^4}+a_1\frac{d^2\xi(x)}{dx^2}+a_2\xi(x)=a_3e^{-k\mu\frac{l-x}{h}2\pi},$$

где

$$a_1=\frac{(n^2-1)}{R^2}\left(2-\frac{9}{2}\nu\right);$$

$$a_2=\frac{1}{R^4}\left[(n^2-1)^2+\frac{24(1-\nu^2)}{\delta^2}\right];$$

$$a_3=\frac{P}{D}.$$

Решение этого дифференциального уравнения будет иметь вид

$$\xi(x)=e^{b\cos\beta x}\left[C_1\cos(b\sin\beta x)+C_2\sin(b\sin\beta x)\right]+$$

$$+e^{-b\cos\beta x}\left[C_3\cos(b\sin\beta x)+C_4\sin(b\sin\beta x)\right]+Ae^{-k\mu\frac{l-x}{h}2\pi}, \qquad (6)$$

$$A=\frac{a_3}{\left(\frac{2\pi k\mu}{h}\right)^4+a_1\left(\frac{2\pi k\mu}{h}\right)^2+a_2}.$$

При наличии упругих краевых шпангоутов составляем граничные условия, которые учитывают равенство радиальных перемещений оболочки и шпангоута.

Постоянные интегрирования определяем из следующих граничных условий.

Отсутствие нормальных напряжений

$$\frac{d^2\xi(x)}{dx^2}=0, \text{ при } x=0,\ L$$

Равенство радиальных перемещений оболочки и шпангоута (естественное граничное условие смешанной вариационной задачи)

$$\frac{\partial\Gamma}{\partial\xi^1}-\frac{d}{dx}\left(\frac{\partial\Gamma}{\partial\xi^{11}}\right)+\frac{\partial\Gamma_k}{\partial\xi}=0, \text{ при } x=0,\ L,$$

где Γ_k – энергия краевого шпангоута

$$\Gamma_k=\int\frac{M_k^2}{2EI_0}Rd\phi;$$

$$M_k=EI_0x_\phi=\frac{EI_0\xi(x)D(n^2-1)}{D_kR^2};$$

EI_0 – жесткость на изгиб краевого шпангоута

$D_k=Ei_k$

где i_k – погонный момент инерции сечения краевого шпангоута вместе с обшивкой.

Совместное решение четырех уравнений позволяет определить коэффициенты C_1, C_2, C_3, C_4 в зависимости от размеров шпангоутов, установленных на краях оболочки и их жесткостных параметров.

Параметр жесткости краевого шпангоута может меняться от 0 до ∞. С увеличением жесткости краевых шпангоутов абсолютные величины дополнительных силовых факторов растут.

Следует иметь в виду, что повышение жесткости краевых шпангоутов вызывает рост дополнительных касательных и нормальных усилий, хотя и уменьшает значение кольцевых изгибающих моментов m_ϕ.

Поэтому в каждом конкретном случае следует оценить, насколько уменьшаются изгибные кольцевые моменты и насколько увеличиваются нормальные и касательные усилия. Может оказаться, что целесообразней ставить краевые шпангоуты менее жесткими.

Вывод

Как показывают расчеты, переход от шарнирного опирания достаточно длинной оболочки к жесткой заделке ее концов вызывает увеличение потоков дополнительных касательных усилий у краевых шпангоутов в два раза.

Список использованных источников

1. Власов В.З. Тонкостенные пространственные конструкции / В. З. Власов. – М. : Гостройиздат, 1958.

2. Кан С. Н. Строительная механика оболочек / С. Н. Кан. – М.: Машиностроение, 1966.

3. Фідровська Н. М. Циліндрична оболонка під дією вісі несиметричного тиску / Н. М. Фідровська // Науковий вісник будівництва / Харк. держ. техн. ун-т будівництва і архітектури (ХДТУБА). – Х., 2008. – № 47. – С. 151–155.

Фидровская Н.Н. «Влияние краевых шпангоутов на прогиб стенки цилиндрической оболочки».

Прогиб цилиндрической оболочки определен с учетом влияния жесткости заделки краев. При этом дается решение оболочки, нагруженной неравномерным внешним давлением.

Ключевые слова: шпангоут, прогиб, цилиндрическая оболочка, жесткость заделки, внешнее давление.

Фідровська Н.М. «Вплив крайових шпангоутів на прогин стінки циліндричної оболонки».

Прогин циліндричної оболонки отриманий з урахуванням впливу жорсткості закріплення країв. При цьому подано рішення оболонки, яка навантажена нерівномірним зовнішнім тиском.

Ключові слова: шпангоут, прогин, циліндрична оболонка, жорсткість закладення, зовнішній тиск.

Fidrovska N.N. “The influence of border bulkheads on bending of cylindrical shell shroud”.

We should define the bending of cylindrical shell considering the influence of acerbity of sides sealing off. Herewith there should be given the solution of a shell, loading with uneven ambient pressure.

Key words: bulkheads; bending; cylindrical shell shroud; acerbity of fixation; ambient pressure.

Стаття надійшла до редакції 24 лютого 2009 р.