

©Нестеров А.П., Осипова Т.Н.

## **КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ БАРАБАННОГО ШАХТНОГО ПОДЪЕМНИКА**

### **1. Постановка задачи**

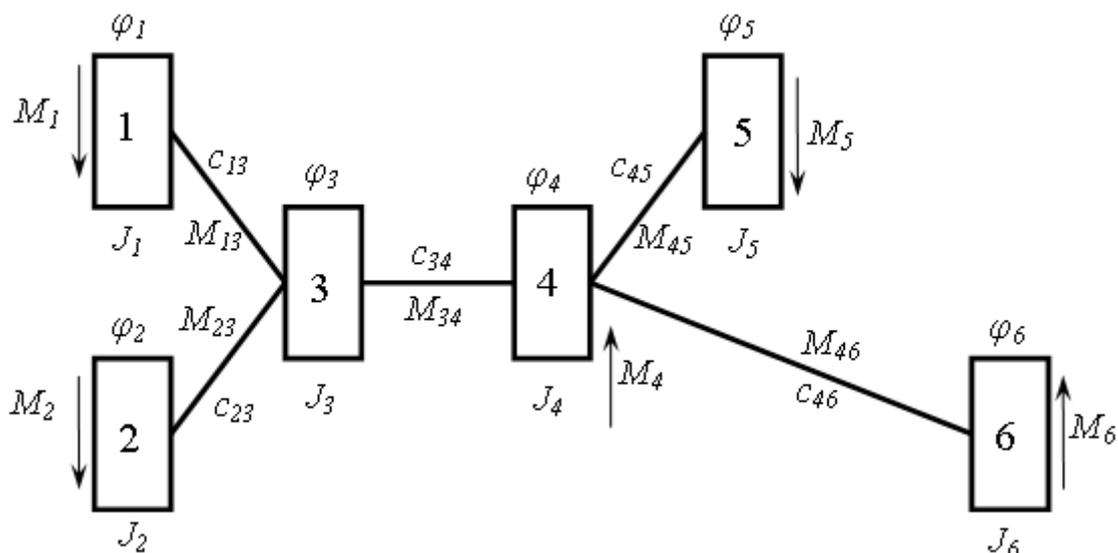
Рассмотрим клетевой двухдвигательный барабанный канатный подъемник с двумя валопроводами и канатопроводами как многомассовую систему с упругими звеньями и исследуем парциальные звенья, образующие подъемник с позиции перекачки энергии [1, 2] и связи канатопровода с валопроводом.

### **2. Содержание исследования**

На рис. 1 приведена эквивалентная крутильная схема шестимассового подъемника с упругими звеньями.

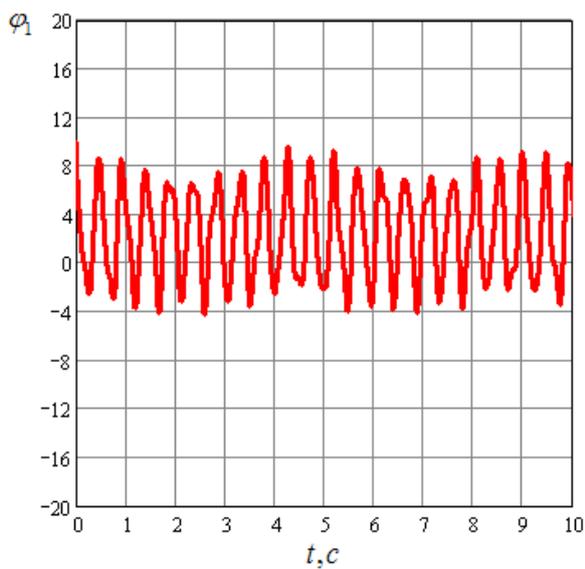
Система подъемника «электродвигатель 1 – редуктор 3 – электродвигатель 2» будет иметь сильную связь [1] при равных парциальных частотах. Двигатели, валопроводы и редуктор конструктивно одинаковые, поэтому в рассматриваемой парциальной системе всегда будет "сильная связь". Парциальные звенья, образующие канатопровод, будут иметь "сильную связь", когда в клетях будут одинаковые по массе грузы, а канаты будут иметь одинаковую длину [2].

Система дифференциальных уравнений собственных колебаний шести дискретных масс подъемника (см. рис. 1) без учета диссипативных сил получена в виде:

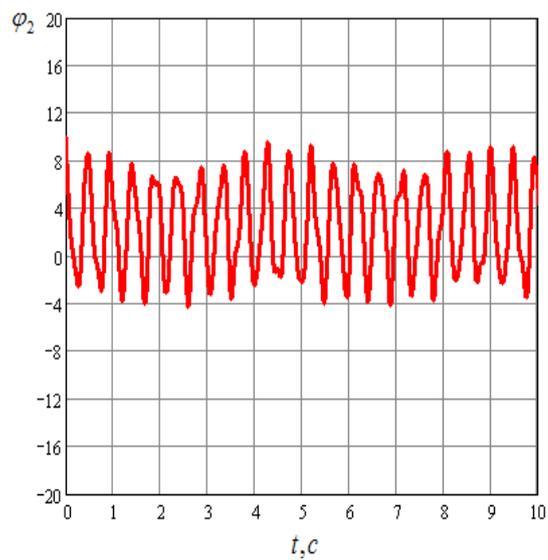


**Рис. 1** – Эквивалентная динамическая крутильная схема рассматриваемого подъемника: 1, 2 – электродвигатели; 3 – редуктор; 4 – барабан; 5, 6 – клетки;  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5, \varphi_6$  – углы поворота соответствующих дискретных масс;  $J_1, J_2, J_3, J_4, J_5, J_6$  – приведенные к барабану моменты инерции соответствующих дискретных масс;  $c_{13}, c_{23}, c_{34}, c_{45}, c_{46}$  – жесткости упругих звеньев;  $M_{13}, M_{23}, M_{34}, M_{45}, M_{46}$  – упругие моменты силовой линии передач;  $M_1, M_2, M_4, M_5, M_6$  – внешние моменты соответствующих масс

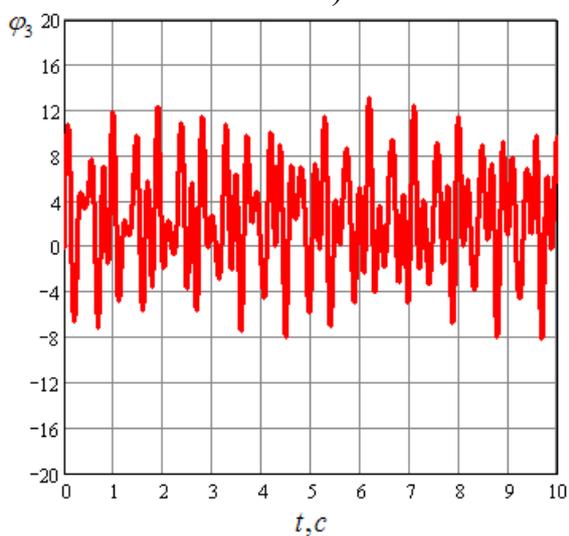
$$\left. \begin{aligned}
 \ddot{\varphi}_1 + \frac{c_{13}}{J_1} \varphi_1 - \frac{c_{13}}{J_1} \varphi_3 &= 0; \\
 \ddot{\varphi}_2 + \frac{c_{23}}{J_2} \varphi_2 - \frac{c_{23}}{J_2} \varphi_3 &= 0; \\
 \ddot{\varphi}_3 + \frac{c_{13} + c_{23} + c_{34}}{J_3} \varphi_3 - \frac{c_{13}}{J_3} \varphi_1 - \frac{c_{23}}{J_3} \varphi_2 - \frac{c_{34}}{J_3} \varphi_4 &= 0; \\
 \ddot{\varphi}_4 + \frac{c_{34} + c_{45} + c_{46}}{J_4} \varphi_4 - \frac{c_{34}}{J_4} \varphi_3 - \frac{c_{45}}{J_4} \varphi_5 - \frac{c_{46}}{J_4} \varphi_6 &= 0; \\
 \ddot{\varphi}_5 + \frac{c_{45}}{J_5} \varphi_5 - \frac{c_{45}}{J_5} \varphi_4 &= 0; \\
 \ddot{\varphi}_6 + \frac{c_{46}}{J_6} \varphi_6 - \frac{c_{46}}{J_6} \varphi_4 &= 0.
 \end{aligned} \right\} (1)$$



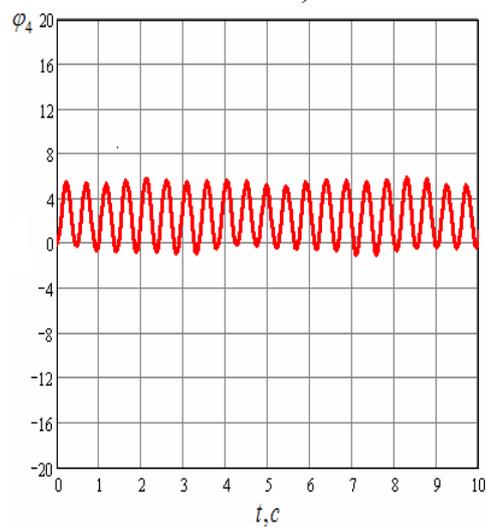
а)



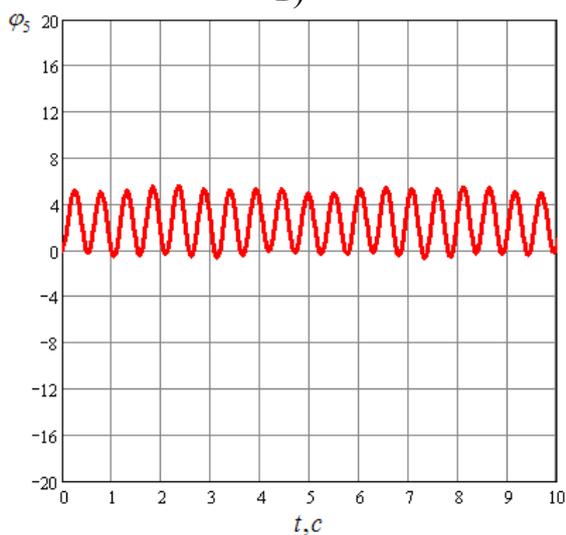
б)



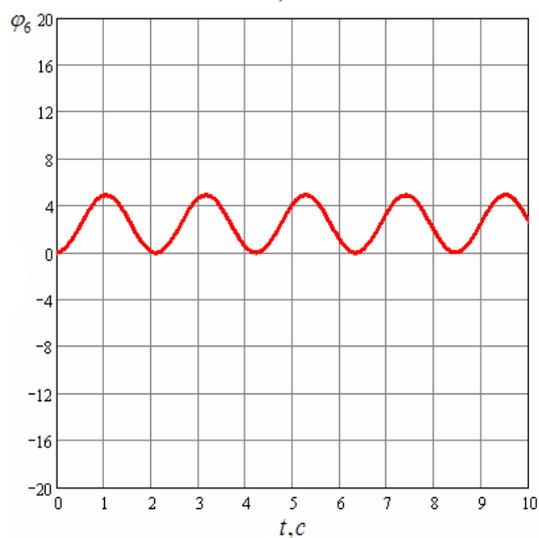
в)



г)



д)



е)

**Рис. 2** – Графики колебаний дискретных масс подъемника при ненулевых начальных условиях: а) двигатель 1; б) двигатель 2; в) редуктор 3; г) барабан 4; д) клеть 5; е) клеть 6

Исходные данные исследуемой шестимассовой подъемной установки следующие:  $J_1=J_2= 108,559\text{т}\cdot\text{м}^2$ ;  $J_3=70\text{т}\cdot\text{м}^2$ ;  $J_4=466,077\text{т}\cdot\text{м}^2$ ;  $J_5=59,826\text{т}\cdot\text{м}^2$ ;  $J_6=71,453\text{т}\cdot\text{м}^2$ ;  $c_{13}=c_{23}=1,088\cdot 10^6\text{кНм/рад}$ ;  $c_{34}=0,496\cdot 10^6\text{кНм/рад}$ ;  $c_{45}=9383,491\text{кНм/рад}$ ;  $c_{46}=491,075\text{кНм/рад}$ .

На рис. 2 представлены графики свободных колебаний дискретных масс при начальных условиях  $t=0$ ;  $\varphi_1=\varphi_1(0)$ ;  $\dot{\varphi}_1=0$ ;  $\varphi_2=\varphi_2(0)$ ;  $\dot{\varphi}_2=0$ ;  $\varphi_3=0$ ;  $\dot{\varphi}_3=0$ ;  $\varphi_4=0$ ;  $\dot{\varphi}_4=0$ ;  $\varphi_5=0$ ;  $\dot{\varphi}_5=0$ ;  $\varphi_6=0$ ;  $\dot{\varphi}_6=0$ .

Из рис. 2 а, б, в видно, что двигатели и редуктор колеблются с одинаковыми частотами (период колебаний 0,5 с и 4 с), но с разными амплитудами. Здесь происходит перекачка энергии от двигателей к редуктору в виде биения. Максимальному значению амплитуды двигателей соответствует минимальное значение амплитуды редуктора и наоборот.

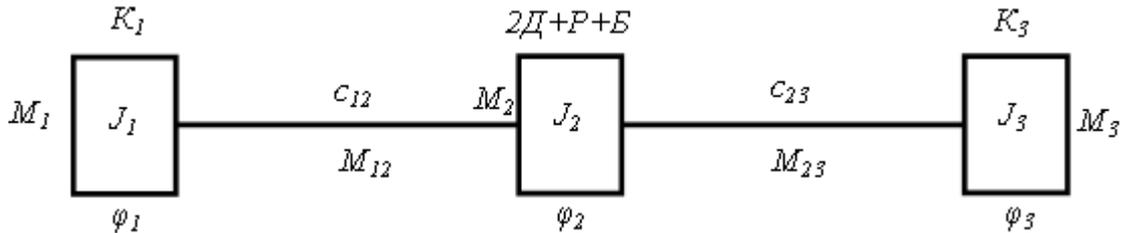
На рис. 2г показаны колебания барабана практически с одной частотой валопровода (период 0,5 с). Из рис. 2д,е видно, что клеть на коротком канате колеблется со своей частотой (период 0,5 с), а на длинном канате – со своей (период 2,2 с). Их колебания не зависят от частот колебаний дискретных масс двигателей и редуктора. Поэтому можно рассматривать колебания клетей независимо от колебаний валопровода по трехмассовой схеме, так как жесткость валопровода гораздо больше жесткости канатопровода.

На рис. 3 представлена эквивалентная трехмассовая схема колебания клетей на канатах. Здесь к моменту инерции барабана присоединены приведенные моменты инерции редуктора и двух двигателей.

Рассмотрим пример динамики трехмассовой механической системы со следующими параметрами, приведенными к оси органа навивки:  $H_1=1122\text{м}$ ;  $J_1=59,826\text{т}\cdot\text{м}^2$ ;  $J_2=733,2\text{т}\cdot\text{м}^2$ ;  $J_3=71,453\text{т}\cdot\text{м}^2$ ;  $c_{12}=9383,491\text{кНм/рад}$ ;  $c_{23}=491,075\text{кНм/рад}$ .

Дифференциальные уравнения собственных колебаний трехмассовой механической системы (см. рис. 3) имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} J_1 \ddot{\varphi}_1 + c_{12} \varphi_1 - c_{12} \varphi_2 &= 0; \\ J_2 \ddot{\varphi}_2 + c_{12} \varphi_2 - c_{12} \varphi_1 + c_{23} \varphi_2 - c_{23} \varphi_3 &= 0; \\ J_3 \ddot{\varphi}_3 + c_{23} \varphi_3 - c_{23} \varphi_2 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad 2)$$



**Рис. 3** – Эквивалентная динамическая схема подъемника:  $K_1, K_3$  – клетки;  $Д, Р, Б$  – соответственно двигатель, редуктор и барабан;  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  – углы поворота дискретных масс;  $J_1, J_3$  – приведенные моменты инерции клеток;  $J_2$  – суммарный момент инерции двух двигателей, редуктора и барабана;  $c_{12}, c_{23}$  – жесткости канатов;  $M_{12}, M_{23}$  – моменты сил упругости канатов;  $M_1, M_2, M_3$  – внешние моменты

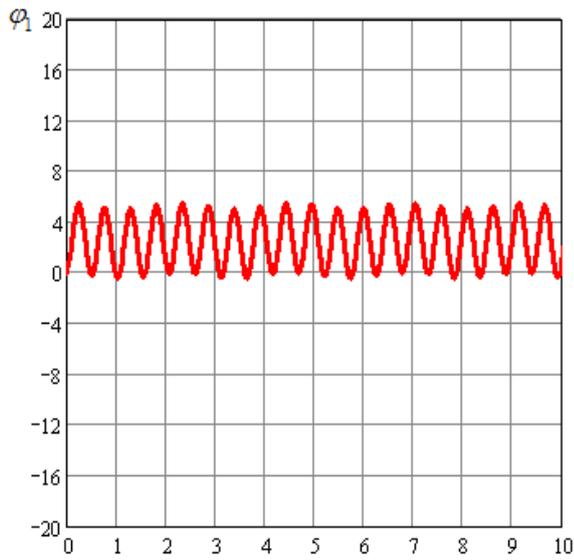
На рис. 4 приведены графики колебаний дискретных масс эквивалентной схеме рис. 3 со следующими начальными условиями:  $t=0; \varphi_1=0; \dot{\varphi}_1=0; \varphi_2=\varphi_2(0); \dot{\varphi}_2=0; \varphi_3=0; \dot{\varphi}_3=0$ .

Из рис. 4 видно, что характер колебаний клеток трехмассовой системы адекватен исходной шестимассовой системе (см. рис. 2) как по частоте, так и по амплитуде (см. табл. 1).

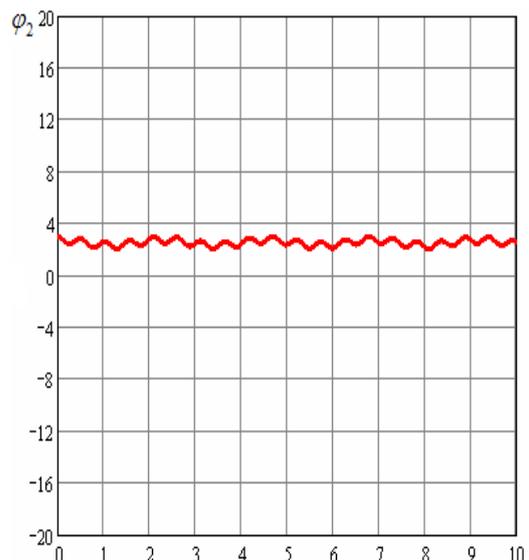
**Таблица 1** – Параметры колебаний дискретных масс

Система	Период колебаний, с		Угол поворота, рад	
	$T_1$	$T_2$	$\varphi_1(\varphi_6)$	$\varphi_3(\varphi_5)$
Шестимассовая	0,5	2,3 ... 2,4	5	5,5
Трехмассовая	0,5	2,0	5,5	5

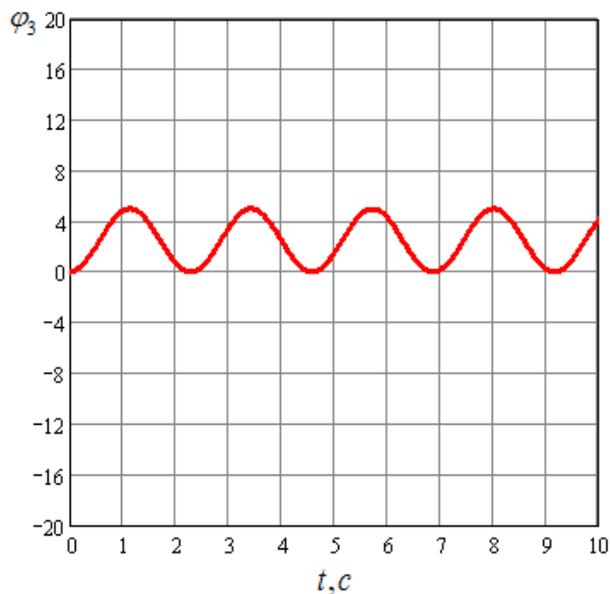
Рассмотрим влияние моментов сил упругости валопровода на моменты в канатопроводе.



а)



б)



в)

**Рис. 4** – Графики колебаний дискретных масс подъемника при ненулевых начальных условиях: а) клеть 1; б) барабан 2; в) клеть 3

Уравнения моментов сил упругости в шестимассовой механической системе с упругими связями (см. рис. 1) имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \ddot{M}_{13} + \beta_{13}^2 M_{13} + \frac{c_{13}}{J_3} M_{23} - \frac{c_{13}}{J_3} M_{34} &= \frac{c_{13}}{J_3} M_1; \\ \ddot{M}_{23} + \beta_{23}^2 M_{23} + \frac{c_{23}}{J_3} M_{13} - \frac{c_{23}}{J_3} M_{34} &= \frac{c_{23}}{J_2} M_2; \\ \ddot{M}_{34} + \beta_{34}^2 M_{34} + \frac{c_{34}}{J_3} M_{13} - \frac{c_{34}}{J_3} M_{23} - \frac{c_{34}}{J_4} M_{45} - \frac{c_{34}}{J_4} M_{46} &= \frac{c_{34}}{J_4} M_4; \\ \ddot{M}_{45} + \beta_{45}^2 M_{45} - \frac{c_{45}}{J_4} M_{45} + \frac{c_{45}}{J_4} M_{46} &= -\frac{c_{45}}{J_4} M_4 - \frac{c_{45}}{J_5} M_5; \\ \ddot{M}_{46} + \beta_{46}^2 M_{46} - \frac{c_{46}}{J_4} M_{34} + \frac{c_{46}}{J_4} M_{45} &= -\frac{c_{46}}{J_4} M_4 + \frac{c_{46}}{J_6} M_6, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где  $\beta_{13}^2 = c_{12} \left( \frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_3} \right); \quad \beta_{23}^2 = c_{23} \left( \frac{1}{J_2} + \frac{1}{J_3} \right); \quad \beta_{34}^2 = c_{34} \left( \frac{1}{J_3} + \frac{1}{J_4} \right);$

$\beta_{45}^2 = c_{45} \left( \frac{1}{J_4} + \frac{1}{J_5} \right); \quad \beta_{46}^2 = c_{46} \left( \frac{1}{J_4} + \frac{1}{J_6} \right)$  – квадраты парциальных частот.

На рис. 5 представлены графики моментов сил упругости схемы рис. 1 при следующих внешних моментах:  $M_1 = 337,24$  кНм;  $M_2 = 337,24$  кНм;  $M_3 = 0$ ;  $M_4 = 0$ ;  $M_5 = 0$ ;  $M_6 = 0$  и нулевых начальных условиях.

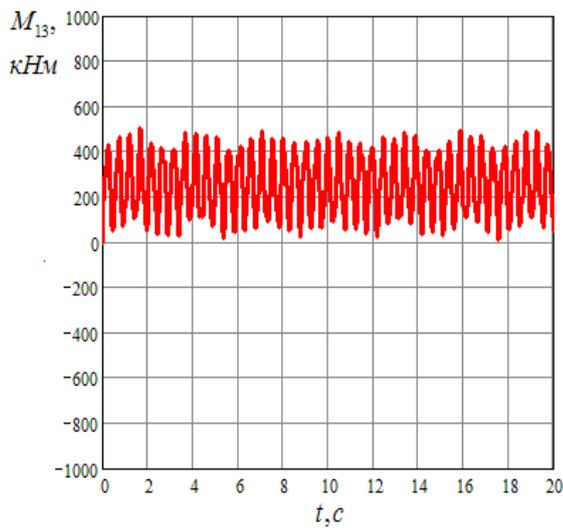
Из графиков видно, что колебания канатов происходит с частотами, близкими к их парциальным частотам. Это указывает на то, что колебания валопровода не влияют на колебания канатов и их можно определять трехмассовой системе (см. рис. 3).

Колебания моментов сил упругости в трехмассовой системе (см. рис. 3) описаются следующими уравнениями:

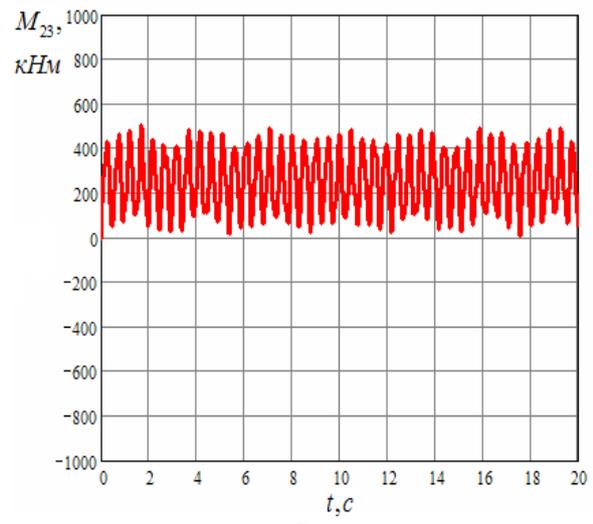
$$\left. \begin{aligned} \ddot{M}_{21} + \beta_{21}^2 M_{21} + \frac{c_{21}}{J_2} M_{23} &= \frac{c_{21}}{J_2} M_2 - \frac{c_{21}}{J_1} M_1; \\ \ddot{M}_{23} + \beta_{23}^2 M_{23} + \frac{c_{23}}{J_2} M_{21} &= \frac{c_{23}}{J_2} M_3 - \frac{c_{23}}{J_2} M_2, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где  $\beta_{21}^2 = c_{21} \left( \frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \right); \quad \beta_{23}^2 = c_{23} \left( \frac{1}{J_2} + \frac{1}{J_3} \right)$  – квадраты парциальных частот

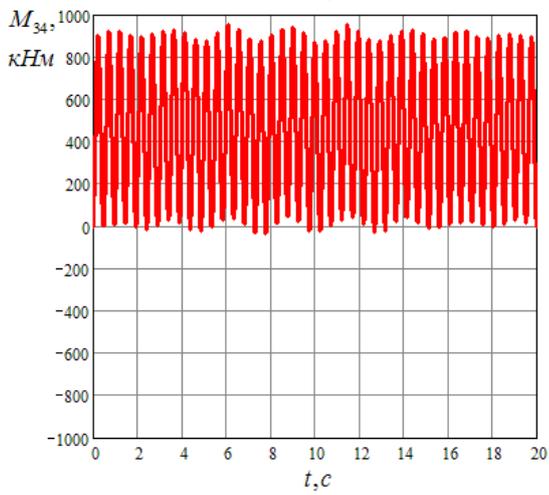
трехмассовой механической системы.



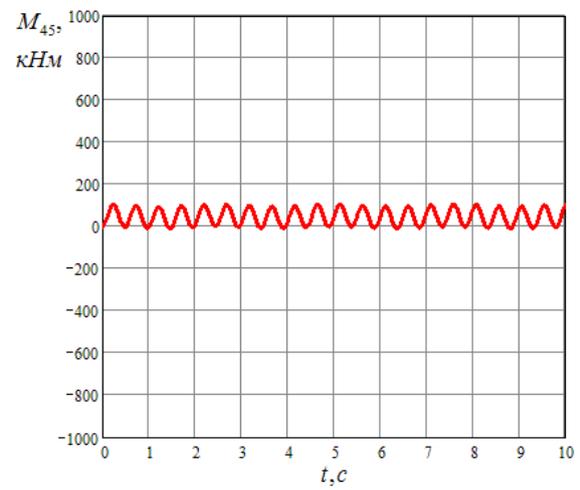
а)



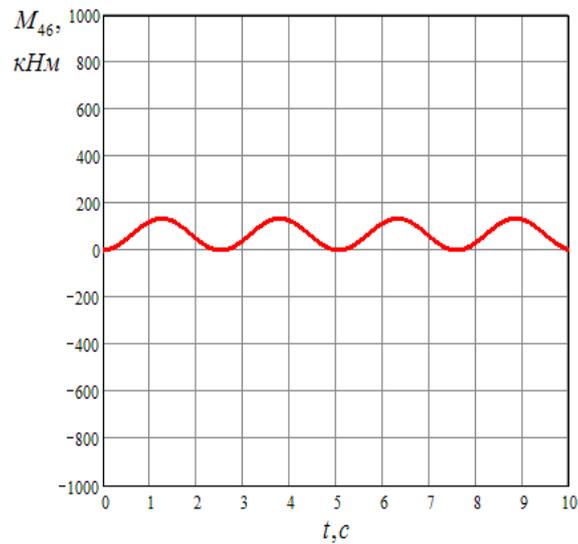
б)



в)



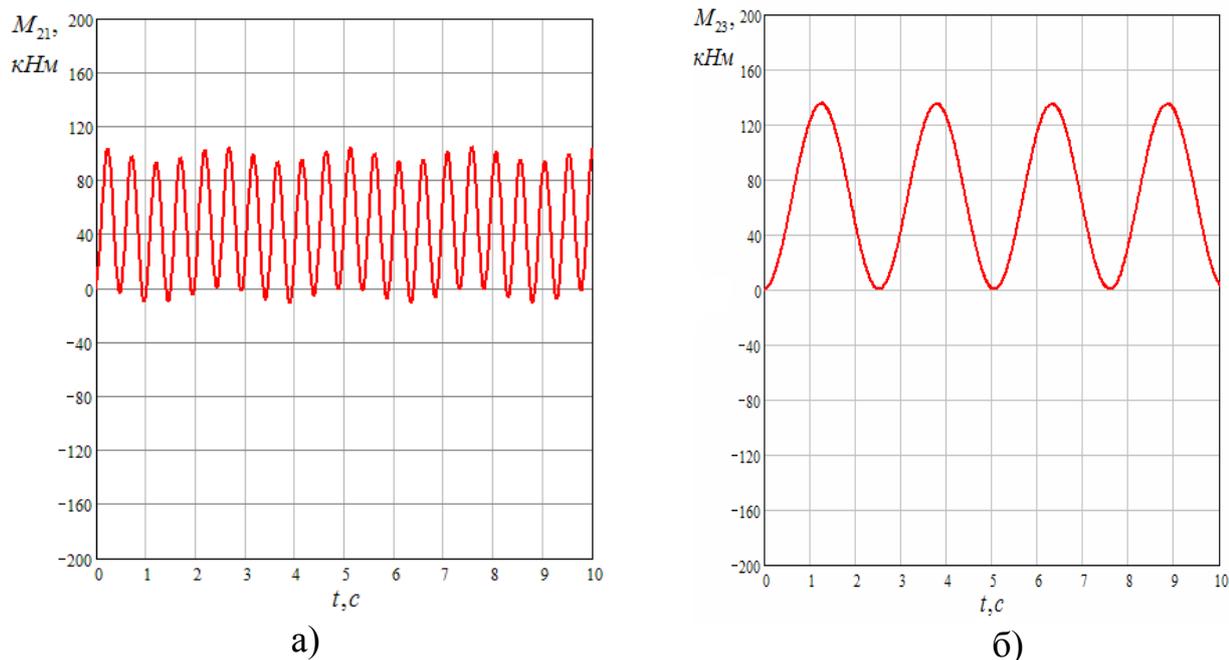
г)



д)

**Рис. 5** – Графики колебаний моментов сил упругости канатов механической системы подъемника с шестью массами: а)  $M_{13}$ ; б)  $M_{23}$ ; в)  $M_{34}$ ; г)  $M_{45}$ ; д)  $M_{46}$

На рис. 6 даны графики моментов сил упругости (4) при приложении внешнего момента  $M_2=674,471$  кНм.



**Рис. 6** – Графики колебаний моментов сил упругости канатов трехмассовой механической системы: а)  $M_{21}$ ; б)  $M_{23}$

Из них видно, что колебания сил упругости канатов в трехмассовой и шестимассовой системах практически одинаковы. Расхождения по частотам и амплитудам составляет 10 % (см. табл. 2).

**Таблица 2** – Параметры колебаний упругих моментов

Система	Период колебаний, с		Максимальный момент, кНм	
	$T_1$	$T_2$	$M_{21}(M_{45})$	$M_{23}(M_{46})$
Шестимассовая	0,42 ... 0,44	2,5	110,67	174,87
Трехмассовая	0,42	2,3 ... 2,5	101,02	74,47

### Выводы

В работе показано, что в шахтной подъемной установке, рассматриваемой как многомассовая система с упругими звеньями, колебания валопровода практически не влияют на колебания канатопровода и его можно рассчитывать по трехмассовой эквивалентной схеме, где к моменту инерции барабана

прибавлены приведенные моменты инерции двигателей и редуктора. Такое допущение возможно в связи с тем, что жесткость валопровода во много раз больше жесткости канатов, и моменты инерции дискретных масс валопровода можно объединить в одну массу, считая валопровод абсолютно жестким. При этом погрешность ее не превышает 10 %.

**Список использованных источников:**

1. Мандельштам Л. И. Лекции по теории колебаний / Л. И. Мандельштам. – М.: Наука, 1972. – 470 с.
2. Нестеров А. П. Перекачка энергии в грузоподъемных установках / А. П. Нестеров, Т. Н. Осипова // Науковий вісник будівництва. – Х. : ХДТУБА, ХОТВ АБУ. – 2007. – Вип. 40. – С. 123–128.

*Нестеров А.П., Осипова Т.Н.* «Колебательные процессы в линии передачи барабанного шахтного подъемника».

В статье рассматривается связь колебательных процессов в канатопроводе и валопроводе шахтного подъемника.

**Ключевые слова:** шахтный подъемник, эквивалентные динамические схемы, колебательные процессы, частота и период колебаний, погрешность.

*Нестеров А.П., Осипова Т.М.* «Коливальні процеси у лінії передачі барабанного шахтного підйомника».

У статті розглядається зв'язок коливальних процесів у канатопроводі й валопроводі шахтного підйомника.

**Ключові слова:** шахтний підйомник, еквівалентні динамічні схеми, коливальні процеси, частота й період коливань, погрішність.

*Nesterov A.P., Osypova T.N.* «Oscillatory processes in the transmission line drum mine hoist».

In the article considers the relationship of oscillatory processes in rope-wire and mine hoist shafting.

**Key words:** lifting setting, the equivalent dynamic circuits, vibration processes, frequency and period of oscillation, error.

Стаття надійшла до редакції 18 жовтня 2010 р.