

©Мелконов Л.Д.

## **МЕТОДЫ РАСЧЕТА СИЛ РЕЗАНИЯ ПОСРЕДСТВОМ АНАЛИТИЧЕСКИ ВЫВЕДЕННЫХ ФОРМУЛ**

### **1. Постановка проблемы**

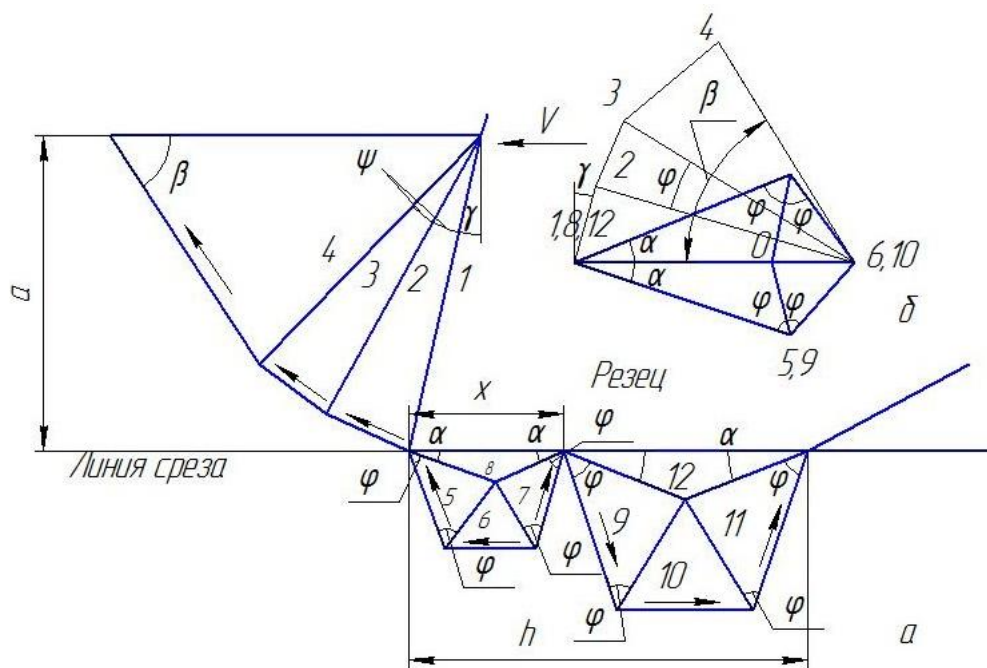
В процессе обработки винтовых валковых калибров чашечными принудительно вращающимися резцами, возникает необходимость определить величину сил резания. Для решения этой задачи приемлемы аналитические формулы. Эти формулы должны учитывать основные составляющие участвующие в процессе резания. В нашем конкретном случае это режимы резания, а также угол скрещивания осей обрабатываемого валкового калибра и чашечного резца. Исходя из вышеизложенного можно сформулировать цель данной работы, а именно увязать в аналитическом виде зависимость сил резания от режимов резания и угла скрещивания.

### **2. Основной материал**

Решение сформулированной цели возможно с применением расчетов основанных на экспериментальных значениях теории пластичности. Суть этой теории сводится к определению мощности. Мощность, рассчитанная на основе статически допустимого поля напряжений, есть нижняя оценка, а мощность, вычисленная на основе кинематики возможного поля скоростей, является верхней оценкой истинной мощности развиваемой в зоне деформации. Метод верхней оценки, основанный на анализе кинематически возможных полей скоростей, позволяет получить решение простых в математическом выражении задач. Непременными требованиями к полю скоростей является условие несжимаемости среды и граничными условиями критериями для скоростей или перемещения.

Задачу решаем для плоскодеформированного состояния металла, что является допустимым, когда ширина срезаемого слоя значительно больше его толщины. Процесс резания рассматриваем как перемещение абсолютно жесткого режущего инструмента параллельно границе жесткопластического полупространства, сопровождаемого деформацией материала перед резцом и под ним. Выше линии среза материал переходит в стружку в результате сжатия и сдвига по поверхностям разрыва. Подрезцовый слой испытывает деформацию под действием сжимающих, а затем, после прохождения резца, растягивающих напряжений.

Для моделирования пластической деформации в зоне резания представим очаг деформации состоящим из жестких треугольных блоков, разделенных поверхностями разрыва скоростей относительных смещений. Полагаем, что в момент прохождения резца металл под ним вовлекается в деформацию, создавая пластический вихрь под резцом. Такая деформация может быть смоделирована сеткой линий разрыва скоростей, получаемых при вращении жесткой пластинки, частично внедренной в пластическую массу. Кинематически возможное поле линий разрыва скоростей и соответствующий его годограф представлены на рис. 1.



**Рис. 1** – Поле линий разрыва скоростей (а) и годограф (б)

Предполагается, что интенсивность вовлечения в пластическую деформацию подрезцовых слоев материала определяется условиями трения на задней поверхности. В зоне, примыкающей к задней поверхности резца, металл как бы образует застойную зону, перемещаясь с резцом как одно целое. Внутри жестких блоков деформация отсутствует, а процесс деформации в зоне резания осуществляется за счет их относительного перемещения. Для каждого блока поле скоростей является однородным и для всех точек данного блока характеризуется одним и тем же вектором скорости. Величина разрыва скорости может быть определена непосредственно из годографа с учетом принятого масштаба построения или аналитически. Для построения годографа от произвольной точки  $O$  горизонтально откладывают вектор скорости резания  $O1$ . Затем от конца вектора проводят линию, параллельную границе блоков 1 и 5, а из точки  $O$  – линию, параллельную границе раздела 5 с жесткой неподвижной зоной. Пересечение этих линий определит точку 5, которая является концом вектора скорости блока 5. Дальнейшее построение осуществляют аналогичным способом.

На границе разрыва скоростей касательные напряжения принимают равными пределу прочности деформируемого материала на срез  $\tau = k_1$  на поверхности контакта  $\tau = \mu k$  и на свободных поверхностях  $\tau = 0$ , где  $\mu$  – коэффициент пластического трения. Согласно теореме о верхней оценке [2], для принятой схемы деформации можно записать

$$P_{z1} + P_{z2} \leq k \sum f_{ij} |v_{ij}| + \mu \sum f_k v_k \quad (1)$$

где  $P_{z1}$   $P_{z2}$  – тангенциальные составляющие силы резания, действующие соответственно на передней и задней поверхностях режущего инструмента;

$v$  – скорость резания;

$|v_{ij}|$  – модуль разрыва скорости вдоль поверхности с площадью  $f_{ij}$  между

блоками  $i$  и  $j$ ;

$v_k$  – величина разрыва скорости на контактной поверхности с площадью  $f_k$ .

Выражая значения  $v_{ij}$  и  $v_k$  через  $v$  и величины  $f_{ij}$  и  $f_k$  – через толщину среза  $a$  и ширину среза  $b$ , после несложных преобразований получим для слоя расположенного над линией среза:

$$\frac{P_{z1}}{kba} = \mu tg\gamma + 6 + \mu tg \frac{\psi}{2} + \frac{\sin(\beta - \gamma - 1,5\psi) + \cos(\beta + 2\psi)}{\cos 0,5\psi} \frac{\sin \beta}{\cos(\beta + 2\psi - \beta)} + \mu \sin \beta \quad (2)$$

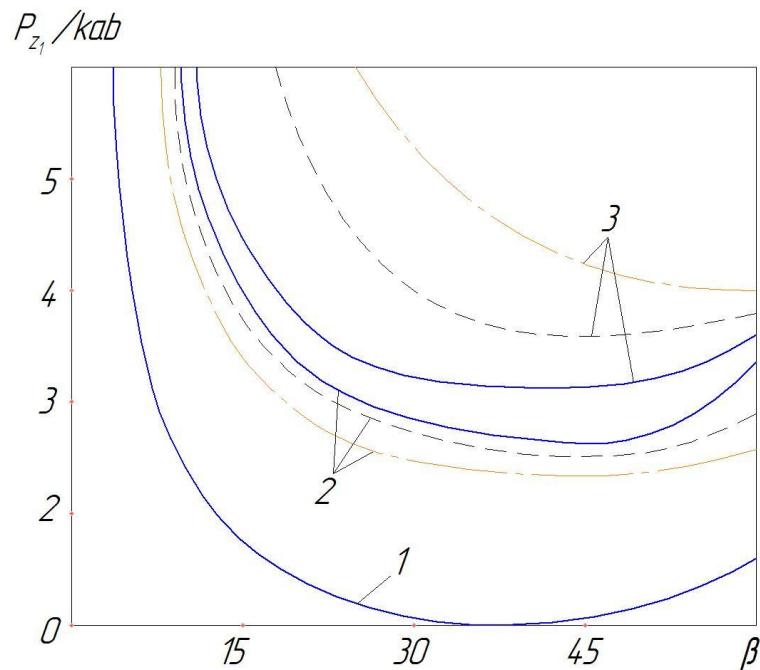
Параметры  $\psi$  и  $\beta$  в полученном выражении являются варьируемыми и могут быть определены из условия минимума мощности диссипации энергии в очаге деформации. Исследование уравнения(2) в области значений  $0 \leq \mu \leq 1$  и

$-\frac{\pi}{4} \leq \gamma < \frac{\pi}{4}$  показывает (рис.2), что наименьшие расчетные значения  $\frac{P_{z1}}{kba}$  соответствуют для  $\frac{\pi}{6} \leq \beta_{\min} \leq \frac{\pi}{3}$  и  $\frac{\pi}{30} \leq \psi_{\min} \leq \frac{\pi}{6}$ . Принимая средние значения

$\beta_{\min} = \frac{\pi}{4}$  и  $\psi_{\min} = \frac{\pi}{10}$ , запишем:

$$\frac{P_{z1}}{kba} = \mu tg\gamma + 0,16(6 + \mu) \frac{\sin\left(\frac{\pi}{10} - \gamma\right) + 1,4 \cos\left(\gamma + \frac{\pi}{5}\right)}{0,98 \cos\left(\gamma - \frac{\pi}{20}\right)} + \mu \sin \gamma_c \quad (3)$$

Процесс деформации материала под резцом протекает в зависимости от условий деформирования слоя над линией среза и поэтому является саморегулируемым. Задача сводится к отысканию положения точки разрыва между очагами деформации. За точку разрыва примем такую точку, в которой скорость диссипации энергии при перемещении материала к свободным поверхностям со стороны передней и задней поверхности одинакова. Материал, расположенный со стороны передней поверхности от точки разрыва, переходит в стружку с меньшей энергией по сравнению с энергией, необходимой для обтекания резца со стороны задней поверхности. Для материала, расположенного со стороны задней поверхности, энергетически целесообразным является обтекание резца со стороны задней поверхности. При этом происходит деформация поверхностных слоев обрабатываемого валка.



**Рис. 2** – Зависимость  $\frac{P_{z1}}{kba}$  от параметра  $\beta$  при различных значениях  $\psi$  и  $\gamma$ :

1 –  $\gamma = 45^\circ$ ; 2 –  $\gamma = 0$ ; 3 –  $\gamma = 45^\circ$ ;  $\psi = 5^\circ$ ;  $\psi = 25^\circ$ ;  $\psi = 35^\circ$ ;  $\mu = 0,5$

Следует отметить, что одинаковые условия трения вдоль задней поверхности требуют подобия сетки разрывов скоростей в подрезцовом слое по обе стороны от точки разрыва. Соответственно формулы для определения усилий, действующих по задней поверхности, отличаются только на величины множителей, представляющих собой расстояние от вершины резца до точки разрыва и от границы площадки до точки разрыва.

Исходя из равенства скорости диссипации энергии в точке разрыва, имеем

$$P_z = \frac{P_{z1}a}{h - 2x}, \quad (4)$$

где  $x$  – расстояние точки разрыва от кромки резца, наиболее заглубленной в материал.

Величина  $x$  может быть определена от принятой схемы деформации, если известна зависимость, связывающая условия трения по задней поверхности с величиной угла  $\alpha$  (рис. 1). Точное решение уравнения (4) даже при несложных зависимостях между  $x$  и  $\alpha$  приводит к громоздким выражениям. С целью упрощения вычислений можно ограничиться приближенной оценкой величины  $x$ .

Согласно принятой модели деформации, на величину  $x$  выкладываются следующие ограничения:  $x = \frac{h}{2}$  при  $P_{z1} = 0$  и  $x = 0$  при  $P_{z1} \rightarrow \infty$ . Наиболее простой зависимостью, связывающей положение точки разрыва с параметрами  $P_{z1}$  и  $h$  и удовлетворяющей граничным условиям, является функция вида:

$$x = \frac{h}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{kba \cdot h}{P_{z1}} \cdot \sin \gamma_c. \quad (5)$$

С учетом принятой зависимости полное тангенциальное усилие, действующее на резец, определяют по следующей формуле:

$$P_z = P_{z1} \left( 1 + \frac{a}{h} \left( 1 - \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{kba \cdot h}{P_{z1}} \cdot \sin \gamma_c \right) \right). \quad (6)$$

На основании выведенной математической формулы (6) появляется возможность определить одну из наибольших (основную) по величине сил резания  $P_z$ . Расчеты силы резания по этой формуле значительно снизит расходы по определению сил резания экспериментальным путем и ускорит этот процесс.

## Выводы

Выполненная работа была направлена на определение математическим путем зависимости наибольшей силы резания  $P_z$  от режимов резания и угла скрещивания. В основу определения аналитической формулы была положена теория пластичности.

Суть этой теории заключается в определении мощности на основе статически допустимого поля напряжений и мощности вычисленной кинематики возможного поля скоростей, которых в свою очередь являются нижним и верхним критериям оценки мощности развиваемой в зоне деформации.

Результатом этих исследований является выведенная математическая формула позволяющая рассчитать основную силу резания  $P_z$  в зависимости от режимов резания и угла скрещивания. Эта формула позволяет в значительной

степени ускорить и удешевить процесс определения силы резания по сравнению с экспериментальным.

**Список использованных источников:**

1. Гук А. С. Обработка прокатных валков / А. С. Гук, В. Е. Соколов, Н. Н. Огарков. – М. : Металлургия, 1983. – 112 с.

2. Джонсон У. Теория пластичности для инженеров : [монография] / У. Джонсон, П. Меллор ; пер. с англ. А. Г. Овчинников. – М.: Машиностроения, 1979. – 567 с.

3. Мелконов Л. Д. Технологическое обеспечение качества и точности обработки валов принудительно вращающимися резцами / Л. Д. Мелконов. – М., 1985. – 118 с.

*Мелконов Л.Д.* «Методы расчета сил резания посредством аналитически выведенных формул».

Материал данной статьи направлен на вывод математической зависимости силы резания  $P_z$  от режимов резания:  $V$ ,  $S$ ,  $t$  и угла скрещивания осей заготовки и инструмента  $\gamma_c$ . Выведенная формула позволит значительно облегчить и сократить материальные затраты на определение сил резания.

**Ключевые слова:** чашечный принудительно вращающийся резец; валковый калибр; силы резания; аналитическая формула.

*Мелконов Л.Д.* «Методи розрахунку сил різання за допомогою аналітично виведених формул».

Матеріал даної статті направлений на виведення математичної залежності сили різання  $P_z$  від режимів різання:  $V$ ,  $S$ ,  $t$  і кута схрещування осей заготівки і інструменту  $\gamma_c$ . Виведена формула дозволить значно полегшити і скоротити матеріальні витрати на визначення сил різання.

**Ключові слова:** чашковий різець, що примусово обертає; валковий калібр; сили різання; аналітична формула.

**Melkonov L.D.** «Methods of calculation of cutting forces by means of the analytically shown out formulas».

Material of this article is directed on the conclusion of mathematical dependence of force of cutting of  $P_z$  from the modes of cutting:  $V$ ,  $S$ ,  $t$  and corner of crossing of axes of purveyance and instrument  $\gamma_c$ . The shown out formula will allow considerably to facilitate and shorten financial expenses on determination of cutting forces.

**Key words:** bowl-shaped forcedly rotary-type chisel; rolling caliber; cutting forces; analytical formula.

Стаття надійшла до редакції 27 листопада 2011 р.