

©Изюмская Л.Ф.

## РАСЧЕТ КУЛАЧКОВО-ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА С НЕПРЕРЫВНЫМ ПЕРИОДИЧЕСКИМ ДВИЖЕНИЯМ ВЕДОМОГО ВАЛА

### 1. Постановка проблемы

При работе некоторых механизмов нужно осуществить вращательное движение с периодически повторяющимся (на интервале каждого оборота) законом изменения угловой скорости. Это необходимо, например, в механизмах обкатки лентошлифовальных станков, чтобы выдержать постоянной скорость перемещения точки контакта между лентой и шлифуемой деталью, профиль которой имеет переменный радиус кривизны. При равномерном вращении детали с переменным радиусом кривизны скорость может существенно изменяться, что приводит к искажению шлифуемого профиля вследствие повышенного съема материала на участках с малыми радиусами кривизны. Аналогичный случай наблюдается в шевинговальных станках. Рассматриваемый механизм можно применить для компенсации неравномерного движения цепи, цепных конвейеров [2].

### 2. Цель исследования

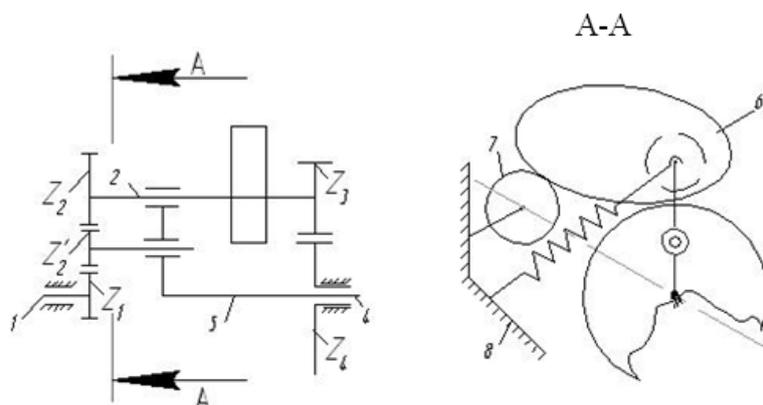
Задача состоит в том, чтобы по заданной функции  $\omega_1 = \omega_1(t)$ , удовлетворяющей условиям: а)  $\omega_1(t_i) = \omega_1(t_i + T)$  (Т-период),

$$\varphi_1(0) = 0, \varphi_1(T) = 2\pi(\varphi_1(t)) = \int_0^T \omega_1(t) dt - \text{угол поворота вала 1};$$

требованиям  $\omega_4 = const$ ,  $I_{41} = const$ ,  $I_{42} = const$ ,  $I_{21} = const$ , и другим дополнительным условиям, определить  $\omega_4, I_{41}, I_{42}, I_{21}$ , некоторые параметры кулачкового механизма и данные для построения профиля кулачка.

### 3. Основная часть

Рассмотрим задачу кинематического синтеза дифференциального зубчато-рычажного механизма (рис. 1) с замыкающей цепью, которая включает кулачок 6, закрепленный на валу сателлитов 2, и ролик 7, установленный на стойке 8.



**Рис. 1** – Кинематическая схема зубчато-рычажного механизма

Валы 1, 4 солнечных колес связаны с валом сателлитов зубчатой передачи. Если задать движение валу 4, то вал сателлитов и одновременно с ним кулачок будут вращаться, приводят во вращение водило 5. В результате вал 1 получит вращение с некоторой «суммарной» угловой скоростью. Принимая, что вал 4 – ведущий, а вал 1 – ведомый, введем следующие обозначения:  $\omega_1, \omega_2 = \omega_{\text{кул.}}, \omega_4, \omega_5 = \omega_B$  – угловая скорость валов 1, 2, 4 и водила 5;  $I_{41}, I_{42}, I_{21}$  – передаточные отношения при неподвижном водиле от вала 4 к 1, от 4 к 2, от 2 к 1 соответственно. Тогда  $I_{41} = I_{42}I_{21}$ . Составим формулы, выражающие связь угловых скоростей валов механизма и соответствующих передаточных отношений. Воспользовавшись методом инверсии, находим:

$$u_{41} = \frac{\omega_4 - \omega_B}{\omega_1 - \omega_B}; \quad (1)$$

$$u_{42} = \frac{\omega_4 - \omega_B}{\omega_2 - \omega_B}. \quad (2)$$

Из уравнения (1) имеем:

$$\omega_B = \frac{\omega_4 - u_{41}\omega_1}{1 - u_{41}}; \quad (3)$$

$$\omega_1 = \frac{\omega_4}{u_{41}} - \frac{\omega_B(1-u_{41})}{u_{41}}. \quad (4)$$

Из выражения (2):

$$\omega_2 = \frac{\omega_4}{u_{42}} - \frac{\omega_B(1-u_{42})}{u_{42}}. \quad (5)$$

Угловую скорость вала 2 (кулачка) представим в виде:

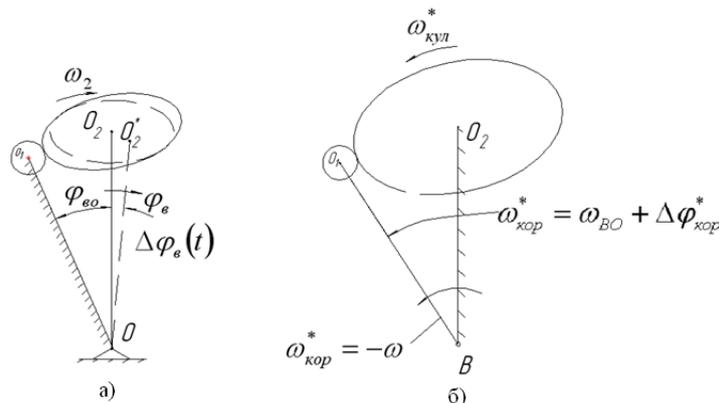
$$\omega_2 = \omega_B + \omega_{OT}, \quad (6)$$

где  $\omega_{OT}$  – относительная скорость вала кулачка по отношению к водилу. Из формулы (6), подставляя сюда (3), (5), получаем:

$$\omega_{OT} = \frac{u_{41}(\omega_1 - \omega_4)}{u_{42}(1-u_{41})}. \quad (7)$$

Из соотношения (4) следует, что условие периодичности функции  $\omega_1(t)$  при  $\omega_4 = const$ ,  $i_{41} = const$  обеспечивается, если  $\omega_B(t)$  – периодическая функция с периодом  $T_B = \frac{1}{k}T$ , где  $k=1, 2, 3 \dots$

В дальнейшем принимаем  $k=1$ , так как увеличение  $k$  приводит к увеличению максимальных ускорений водила, что нежелательно, поскольку возрастают динамические нагрузки в кинематической паре кулачок-ролик. Полагая  $T_B = T$ , для угла поворота водила запишем  $\varphi_B(t) = \varphi_{BO} + \Delta\varphi_B(t)$  (рис. 2, а).



**Рис. 2** – Кинематическая схема кулачок-ролик

Следовательно, при  $t = 0$ ,  $t = T$  имеем:

$$\varphi_B(O) = \varphi_B(T) = \varphi_{BO}, \quad (8)$$

где  $\varphi_{BO}$  – минимальный угол, образуемый осью водила  $OO_2$  и прямой  $OO_1$ , соединяющей его центр  $O$  с центром ролика  $O_1$ . Интегрируя выражение (3) в пределах  $O - T$ , получаем:

$$\omega_4 = u_{41}\omega_{1cp}. \quad (9)$$

Здесь:

$$\omega_{1cp} = \frac{1}{T} \int_0^T \omega_1(t) dt. \quad (9a)$$

Из (рис. 2, б) следует, что  $\omega_{1cp} = 2\pi/T$ . Тогда

$$\omega_4 = \frac{2\pi \cdot u_{41}}{T}. \quad (10)$$

Такую зубчатую передачу с передаточными отношениями  $u_{41}$ ,  $u_{42}$  можно осуществить с помощью цилиндрических колес внешнего зацепления. Из соотношений (4), (5), видим, что если  $u_{41} = u_{42}$ , то  $\omega_1 = \omega_2$ . Условие  $u_{41} = u_{42}$  облегчает расчет, но усложняет конструкцию. Для упрощения конструкции механизма можно допустить, что  $u_{41} = -u_{42}$ , что исключает колесо  $z_2$ . Передача с минимальным числом колёс, удовлетворяющих условию  $u_{41} = u_{42}$ , приведена на (рис. 1). Для получения одинаковых знаков у передаточных отношений вводим шестерню  $z_2$ .

$$u_{41} = \frac{z_1}{z_2} \cdot \frac{z_2'}{z_2} \cdot \frac{z_3}{z_4} = \frac{z_1 \cdot z_3}{z_2 \cdot z_4}, \quad (11)$$

$$u_{41} = \frac{z_3}{z_4} \quad (12)$$

Поскольку дополнительные ограничения на выбор передаточных отношений отсутствуют, полагаем  $|z_1/z_2| = 1$ .

Определим теперь  $u_{41}$ . Интегрируя выражение (3) от 0 до  $t$  и учитывая (9), имеем:

$$\Delta\varphi_B(t) = \frac{u_{41}}{1 - u_{41}} [\omega_{1cp}t - \varphi_1(t)]. \quad (13)$$

Здесь:

$$\varphi_1(t) = \int_0^t \omega_1(t) dt. \quad (13a)$$

Экстремальные значения достигаются в формуле (13) в точках, где  $t = t_{\dot{y}}$ .

При этом уравнение (3) обращается в нуль:

$$\omega_4 - u_{41}\omega_1(t_{\dot{y}}) \quad (14)$$

Подставляя (9) в соотношение (14), получаем уравнение:

$$\omega_{1\bar{n}\delta} = \omega(t_{\dot{y}}) \quad (15)$$

Отсюда находим  $t_{\dot{y}}$ .

Из выражения (13) при  $t=t_{\dot{y}}$  имеем экстремумы  $\Delta\varphi_{\hat{A}}(t)$  для значений  $0 \leq t_{\dot{y}} \leq T$ :

$$\Delta\varphi_{\hat{A}\dot{Y}} \frac{\dot{e}_{41}}{1 - \dot{e}_{41}} [\omega_{1\bar{n}\delta} t_{\dot{y}} - \varphi_1(t_{\dot{y}})] \quad (16)$$

Конструктивные соображения и практика проектирования кулачковых механизмов показывают, что максимальный угол размаха коромысла (рис. 2) (в нашем случае – водила  $\Delta\varphi_{\max}$ ) не должен превышать  $20-30^\circ$ . Из формулы (16) вытекает, что  $\Delta\varphi_{B\max}$  будет наблюдаться, когда выражение в квадратной скобке достигнет максимума. Следовательно, из всех значений  $t_{\dot{y}}$ , найденных по выражению (15), выделим то значение  $t_{\dot{y}} = t_{\dot{y}}^*$ , которое дает максимум выражению в квадратной скобке в (16). Данное значение  $t_{\dot{y}}^*$  учитываем дальше.

В предложенной конструкции передаточное отношение может быть либо целым числом, либо простой дробью. Величину  $\Delta\varphi_{\hat{A}\max}$  из интервала  $20-30^\circ$  выбираем так, чтобы это условие удовлетворялось при расчете  $u_{41}^*$  по формуле:

$$u_{41}^* = \frac{\Delta\varphi_{B\max}}{[\omega_{cp} t_{\dot{y}}^* - \varphi_1(t_{\dot{y}}^*)] - \Delta\varphi_{\max}}, \quad (17)$$

которая вытекает из (16).

Установив  $u_{41}^*$ , а значит, и  $u_{42}$ , подбираем числа зубьев колес зубчатой передачи, а по уравнению (9) находим  $\omega_4$ .

Кулачковый механизм имеет ту особенность, что ось кулачка расположена на подвижном водиле, а ось ролика – на неподвижной стойке (рис. 2,а). Чтобы применить известные методы расчёта [2] центрального профиля кулачка, сообщим кулачковому механизму, включающему стойку 8, водило 5 и кулачок 6, угловую скорость  $\omega_B$ . Тогда кулачок будет вращаться с угловой скоростью  $\omega_{кул}^*$ , равной  $\omega_{от}$  (7), что с учётом (9) и условия  $u_{41} = u_{42}$  приводит к выражению

$$\omega_{\hat{\epsilon}\hat{o}\hat{e}}^* = \frac{\omega_1(t) - u_{41}\omega_{1cp}}{1 - u_{41}} \quad (18)$$

Стойка 8 после инверсии приобретает скорость  $\omega_{\hat{\epsilon}\hat{i}\hat{\delta}}^* = -\omega_A(t)$ , которую теперь можно рассматривать как коромысло обычного кулачкового механизма (рис.2, б).

Из выражений (3), (9) следует

$$\omega_{\hat{\epsilon}\hat{i}\hat{\delta}}^* = \frac{u_{41}}{1 - u_{41}} [\omega_{1cp} - \omega_1(t)] \quad (19)$$

Интегрируя уравнения (18), (19) и имея в виду, что при  $t=0$

$$\varphi_{\hat{\epsilon}\hat{o}\hat{e}}^*(0) = 0; \quad \Delta\varphi_{\hat{\epsilon}\hat{i}\hat{\delta}}^*(0) = 0$$

Получаем

$$\varphi_{\hat{\epsilon}\hat{o}\hat{e}}^* = \frac{1}{1 - u_{41}} [u_{41}\omega_{1cp}t - \varphi_1(t)] \quad (20)$$

$$\Delta\varphi_{\hat{\epsilon}\hat{i}\hat{\delta}}^* = \frac{-u_{41}}{1 - u_{41}} [\omega_{1cp}t - \varphi_1(t)] \quad (21)$$

По формулам(19), (21) с учетом допустимого угла давления определяем  $\varphi_{BO}$  (рис. 2).

Затем с помощью известных методов [1, 3] рассчитываем центральный профиль кулачка по(20-21).

#### **Список использованных источников:**

1. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин : учеб. для втузов / И. И. Артоболевский. – 4-е изд, перераб. и доп. – М. : Наука, 1988. – 639 с.

2. Кожевников С. Н. Теория механизмов и машин : учеб. пособие для машиностроит. вузов / С. Н. Кожевников. – 4-е изд., испр. – М. : Машиностроение, 1973. – 591 с.

3. Ротбарт Г. А. Кулачковые механизмы : (Проектирование, динамика и вопросы точности изготовления) / Г. А. Ротбарт ; пер. с англ. Э. Л. Аксельрада [и др.] ; под ред. Н. И. Колчина. – М. : Судпромгиз, 1960. – 336 с.

***Изюмская Л.Ф.*** «Расчёт кулачково-планетарного механизма с непрерывным периодическим движениям ведомого вала».

В статье рассматривается задача синтеза механизма, обеспечивающего требуемое непрерывное периодическое вращательное движение ведомого звена. Приведены расчётные зависимости и методика синтеза.

***Ключевые слова:*** кулачок, расчётные зависимости, синтез.

***Ізюмська Л.Ф.*** «Розрахунок кулачково - планетарного механізму з неперервним періодичним рухом веденого валу».

У статті розглядається задача синтезу механізму, що забезпечує потрібний неперервний періодичний обертовий рух веденої ланки. Приведені розрахункові залежності та методика синтезу.

***Ключові слова:*** кулачок, розрахункові залежності, синтез.

***Izumskaya LF.*** “Calculation of the cam-planetary mechanism with continuous periodic motion of the driven shaft”.

The paper considers the problem of designing a mechanism for periodically required continuous rotary motion of the driven member. The calculated dependence and the method of synthesis.

***Key words:*** cam, calculated curves, synthesis.

Стаття надійшла до редакції 8 грудня 2011 р.