УДК 621.863

©Фідровська Н.М., Петренко Н.О.

КОНЦЕПЦІЇ РОЗРАХУНКІВ КРАНОВИХ БАРАБАНІВ

1. Актуальність

Наближені розрахунки барабанів вантажопідіймальних машин часто виявляються недостатніми. Головним недоліком формул, які застосовуються для розрахунків канатних барабанів, являється недооцінка міцності циліндричної оболонки барабана, і в наслідок цього, більша металоємкість.

2. Основний матеріал

При контакті каната і барана між ними виникають сили тертя, які необхідно враховувати при розрахунках як каната, так і барабана. Досить часто при цьому використовують залежність Ейлера, отриману для тертя нитки по шківу. При цьому, як правило, не обмежують область застосування цієї формули і наводять деякі моменти, які суттєво впливають на формування сил тертя між гнучким органом та поверхнею, яка огинається.

Але канат представляє собою досить складну пружну систему, яка в значній мірі відрізняється від нерозтягненої нитки. Для врахування пружних і геометричних властивостей каната і барабана вводимо поправочний коефіцієнт к [1]

$$k = \frac{E_k d_k}{E_b \sqrt{R\delta}} \qquad (1)$$

де d_k – діаметр каната;

E_k, E_b – модулі пружності відповідно каната і барабана;

R – радіус барабану;

δ – товщина стінки барабану.

Тоді натягнення канату буде змінюватися за таким законом

$$T - T_0 e^{-k\mu\alpha} \qquad (2)$$

де T_0 – натягнення канату в точці сходу з барабана;

μ – коефіцієнт тертя;

α – кут навивки каната на барабан.

Підставляючи цю формулу в систему рівнянь Кірхгофа для елементу каната, навитого на барабан, можна отримати осьову і поперечні сили і нормальне навантаження в залежності від геометричних і пружних властивостей каната і барабана.

Напруження стиску, яке виникає в оболонці канатного барабану, визначають за формулою Ламе, яка була виведена для безкінечної товстостінної труби. Наближеність цієї формули для випадку канатних барабанів очевидна, тому що вона не враховує ні довжини барабана, ні напруження біля лобовин та ребер жорсткості. Крім цього, враховуючи змінність натягу каната в результаті його пружності та дії сил тертя, зрозуміло, що тиск на барабан не може бути постійним.

Використовуючи енергетичний метод рішення варіаційної задачі для циліндричної оболонки, розроблений С.Н. Каном, відмовившись від двох прийнятих ним гіпотез про відсутності зсуву в серединній поверхні і розтягненні оболонки в окружному напрямку, була отримана формула для визначення прогину оболонки барабану в залежності від жорсткості закріплення країв та нерівномірності навантаження.

$$w=\left[\cos(\rho\sin\varphi x)\left(C_1e^{\rho\cos\varphi x}+C_2e^{-\rho\cos\varphi x}\right)+Ae^{-k\mu\frac{l-x}{h}}\right]\cos n\phi \tag{3}$$

де

$$C_1=\frac{2+\upsilon\left(n^2-3\right)-\frac{4\pi^2k^2\mu^2R^2}{h^2}}{J_0R}\times\left[e^{-\rho}-\frac{\cos\varphi(1+\rho\cos 2\varphi L)}{e^{\rho\cos\varphi L}(\cos\varphi L+\rho\cos 2\varphi L)-e^{\rho(2-\cos\varphi L)}(\cos 2\varphi L-\cos\varphi L)}\right]+$$

$$+\frac{4\pi^2k^2\mu^2Ae^{-k\mu\frac{L-l}{h}2\pi}}{h^2\rho\varphi^2\cos(\rho\sin\varphi L)\left[e^{\rho\cos\varphi L}(\cos\varphi L+\rho\cos 2\varphi L)-e^{\rho(2-\cos\varphi L)}(\cos 2\varphi L-\cos\varphi L)\right]};$$

$$C_2=\frac{\left[\frac{4\pi^2R^2k^2\mu^2}{h^2}-2-\upsilon\left(n^2-3\right)\right]i_m^2(\cos\varphi L+\rho\cos 2\varphi L)}{J_0\,\mathrm{Re}^{-\rho(2-\cos\varphi L)}(\cos\varphi L+\rho\cos 2\varphi L)}$$

В навчальних посібниках, монографіях, довідниках розрахунки на стійкість канатних барабанів базуються на дослідженні Р. Мізеса, який розглядав гладку тонкостінну трубу, краї якої вільно обпираються. Але в цьому рішенні величина критичного тиску недооцінювалась, тому що не було враховано закріплення країв і довжина оболонки, а також тиск приймався постійним по всій довжині оболонки і мав максимальне значення.

Це приводить до безпідставного збільшення товщини стінки барабана або підсилено її кільцями або ребрами.

Умова рівності робот внутрішніх і зовнішніх сил ортотропної конструкції, яка знаходиться в стані байдужої рівноваги з радіальним переміщенням [2]

$$U=\int_0^L\Gamma dx=0\,, \tag{4}$$

де потенційна енергія системи на одиницю довжини

$$\Gamma=\oint BRd\varphi\,, \tag{5}$$

де

$$B=\frac{1}{2}m_\varphi\chi_\varphi+\frac{1}{2}m_{x\varphi dop}\chi_{x\varphi}+\frac{\delta}{2}\sigma_{xdop}\varepsilon_x+\frac{\delta}{2}\sigma_\varphi\varepsilon_\varphi-m_{\varphi 0}\chi_\varphi$$

де $\left(-m_{\varphi 0}\chi_\varphi=-p_{kp}w\right)$ представляють собою потенціал зовнішніх сил, взятий з оборотним знаком.

Робота радіального навантаження p_{kp} на радіальні переміщення w дорівнює нулю, так як $\oint \cos n\varphi d\varphi = 0$. Але від навантаження p_{kp} в оболонці виникають кільцеві зусилля $\sigma_\varphi \delta = p_{kp} R$, які на радіальних переміщеннях w створюють кільцеві моменти згину $p_{kp} R w$.

Ці моменти в свою чергу виконують роботу внаслідок зміни кривизни χ_φ.

Коефіцієнт $\frac{1}{2}$ пов'язаний з тим, що радіальні переміщення, які визначають кільцеві моменти $p_{kp} R w$, змінюються поступово.

Підставляємо переміщення у вигляді, який був отриманий нами раніше

радіальні

$$w = f(x) \cos n\varphi$$

колові

$$f(x) = \cos(\rho \sin \phi x)\left(C_1 e^{\rho \cos \phi x} + C_2 e^{-\rho \cos \phi x}\right) + A e^{-k\mu \frac{l-x}{h} 2\pi} \tag{6}$$

$$v = \frac{T_0 R \cdot e^{-k\mu \frac{l-x}{h} 2\pi}}{E\delta} (\sin\gamma - \upsilon \cos\gamma)(\varphi - \pi) - \frac{f(x) \sin n\varphi}{n} \tag{7}$$

$$u = \frac{T_0 \left(1 - \upsilon^2\right) h e^{-k\mu \frac{l-x}{h} 2\pi}}{2\pi k \mu E \delta} \left[\cos\gamma - \frac{\upsilon}{1 - \upsilon^2} (\sin\gamma - \upsilon \cos\gamma)\right] \left(e^{k\mu \frac{2\pi x}{h}} - 1\right) \tag{8}$$

Тоді

$$\Gamma = \frac{\pi D}{2R} \left\{ \left[\frac{\left(n^2 - 1\right)}{R^2} + \frac{24\left(1 - \upsilon^2\right)}{\delta^2} \right] f^2(x) - 2\upsilon\left(n^2 - 1\right) \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} f(x) \right\} +$$

$$+ \frac{\pi D}{2R} \left[R^2 \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right) + (1 - \upsilon) \frac{\left(n^2 - 1\right)^2}{n^2} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 - \frac{R^2 p_0}{D} e^{-k\mu \frac{l-x}{h} 2\pi} f(x) \right] +$$

$$+ \frac{\pi R^3 \delta p_0^2 \left(1 - \upsilon^2\right) e^{-k\mu \frac{l-x}{h} 2\pi}}{2E} \left[\cos\gamma - \frac{\upsilon}{1 - \upsilon^2} (\sin\gamma - \upsilon \cos\gamma) \right]^2 \tag{9}$$

Враховуючи те, що останній член рівняння на декілька порядків менше останніх членів рівняння з невеликою погрішністю ним можна знехтувати.

Тоді після інтегрування виразу (9) отримаємо

$$U = \int_0^L \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right) - a_1 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} f(x) + a_2 \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) + a_3 f^2(x) - \frac{2 p_0}{D} e^{-k\mu \frac{l-x}{h} 2\pi} f(x) \tag{10}$$

де $a_1 = \frac{2\left(n^2 - 1\right)\upsilon}{R^2}$; $a_2 = \frac{2(1 - \upsilon)\left(n^2 - 1\right)^2}{R^2}$; $a_3 = \frac{1}{R^2} \left[\frac{\left(n^2 - 1\right)^2}{R^2} + \frac{12\left(1 - \upsilon^2\right)}{\delta^2} \right]$.

Після інтегрування рівняння (10) отримаємо

$$U=b_1-a_1b_2+a_2b_3+a_3b_4-\frac{2p_0}{D}e^{-k\mu\frac{l}{h}2\pi}b_5=0, \tag{11}$$

де

$$b_1=\frac{\rho^4\varphi^4}{4}\left(L+\frac{\sin 4\varphi L}{2\varphi}\right)\left[C_1^2\left(e^{2\rho}+\frac{1}{2\varphi}\right)+C_2(C_1+C_2)\left(e^{-2\rho}+\frac{1}{2\varphi}\right)\right]+$$

$$+\frac{\rho^5\varphi^2}{4}\left(C_1^2-C_2^2\right)\left(\frac{1}{5}\sin 5\varphi L+\frac{1}{3}\sin 3\varphi L\right)-\rho^5\varphi^2C_1C_2e^{-2\rho}\left(\frac{1}{10}\sin 5\varphi L+\frac{1}{6}\sin 3\varphi L+5\sin\varphi L\right)+$$

$$+\frac{\rho^3\varphi^3C_1^2}{2}\left[\left(e^{2\rho}+\frac{1}{\varphi}\right)\left(\frac{\sin 3\varphi L}{3}+\sin\varphi L\right)\right]+\rho^4\varphi^3\left(C_1^2-C_2^2\right)\left(\frac{\sin 4\varphi L}{8\varphi}+\frac{\sin 2\varphi L}{\varphi}+\frac{L}{2}-\frac{\sin\varphi L}{\varphi}\right)-$$

$$-\frac{\rho^3\varphi^3C_2^2}{2}\left(e^{-2\rho}+\frac{1}{\varphi}\right)\left(\frac{\sin 3\varphi L}{3}+\sin\varphi L\right)+\frac{\rho^2\varphi^4C_1^2}{4}\left(e^{2\rho}+\frac{1}{\varphi}\right)\left(L+\frac{\sin 2\varphi L}{2\varphi}\right)+$$

$$+\frac{\rho^3\varphi^2\left(C_1^2-C_2^2\right)}{4}\left(\frac{\sin 3\varphi L}{3}+3\sin\varphi L\right)+\frac{\rho^2\varphi^4C_2(C_2-C_1)}{4}\left(e^{-2\rho}+\frac{1}{\varphi}\right)\left(L+\frac{\sin 2\varphi L}{2\varphi}\right)-$$

$$-\frac{\rho^3\varphi^3C_1C_2}{2}\left(\frac{\sin 3\varphi L}{3}+3\sin\varphi L\right)+2A\rho^2C_1e^{-k\mu\frac{l}{h}2\pi}\frac{4\pi^2k^2\mu^2}{h^2}\left[\sin\varphi L+\rho\left(L+\frac{\sin 2\varphi L}{2}\right)\right]-$$

$$-2A\rho^2\varphi(C_1+C_2)\frac{4\pi^2k^2\mu^2}{h^2}e^{-k\mu\frac{l}{h}2\pi}\frac{e^{k\mu\frac{L}{h}2\pi}\left(\frac{2\pi k\mu}{h}\cos 2\varphi L+2\varphi\sin 2\varphi L\right)-\frac{2\pi k\mu}{h}}{\frac{4\pi^2k^2\mu^2}{h^2}+4\varphi^2}+$$

$$+\frac{A\rho^3 2\pi^2k^2\mu^2}{h^2}(C_2-C_1)e^{-k\mu\frac{L}{h}2\pi}\frac{e^{k\mu\frac{L}{h}2\pi}\left(\frac{2\pi k\mu}{h}\cos 3\varphi L+3\varphi\sin 3\varphi L\right)-\frac{2\pi k\mu}{h}}{\frac{4\pi^2k^2\mu^2}{h^2}+9\varphi^2}+$$

$$+\frac{A\rho^3 2\pi^2k^2\mu^2}{h^2}(C_2-C_1)e^{-k\mu\frac{L}{h}2\pi}\frac{e^{k\mu\frac{L}{h}2\pi}\left(\frac{2\pi k\mu}{h}\cos\varphi L+\varphi\sin\varphi L\right)-\frac{2\pi k\mu}{h}}{\frac{4\pi^2k^2\mu^2}{h^2}+\varphi^2}-$$

$$-2A\rho\varphi\frac{4\pi^2k^2\mu^2}{h^2}(C_1-C_2)e^{-k\mu\frac{l}{h}2\pi}\frac{e^{k\mu\frac{L}{h}2\pi}\left(\frac{2\pi k\mu}{h}\cos\varphi L+\varphi\sin\varphi L\right)-\frac{2\pi k\mu}{h}}{\frac{4\pi^2k^2\mu^2}{h^2}+\varphi^2}-$$

$$-A\rho^2\varphi\frac{\pi k\mu}{h}(C_1+C_2)e^{-k\mu\frac{l}{h}2\pi}\left(e^{k\mu\frac{L}{h}2\pi}-1\right)-$$

$$-A\rho^2\varphi\frac{4\pi^2k^2\mu^2}{h^2}(C_1+C_2)e^{-k\mu\frac{l}{h}2\pi}\frac{e^{k\mu\frac{L}{h}2\pi}\left(\frac{2\pi k\mu}{h}\cos 2\varphi L+2\varphi\sin 2\varphi L\right)-\frac{2\pi k\mu}{h}}{\frac{4\pi^2k^2\mu^2}{h^2}+4\varphi^2}+$$

$$+A^2\frac{8\pi^3k^3\mu^3}{h^3}e^{-k\mu\frac{l}{h}4\pi}\left(e^{k\mu\frac{L}{h}4\pi}-1\right)$$

$$b_2=-\frac{\rho^2\varphi C_1^2}{2}\left[\frac{\sin 2\varphi L}{2}\left(\frac{1}{\varphi}-e^{2\rho}\right)+\frac{\rho}{\varphi}\left(\frac{\sin 3\varphi L}{3}+\sin\varphi L\right)\right]-$$

$$-\rho^2\varphi C_1C_2\left[\frac{\sin 2\varphi L}{2}+e^{-2\rho}L+\frac{\rho}{\varphi}e^{-2\rho}\left(\frac{\sin 3\varphi L}{3}+\sin\varphi L\right)\right]-$$

$$-\frac{\rho^2\varphi C_2^2}{2}\left[\left(e^{-2\rho}+\frac{1}{\varphi}\right)\frac{\sin 2\varphi L}{2}-\frac{\rho}{\varphi}\left(\frac{\sin 3\varphi L}{3}+\sin\varphi L\right)\right]-$$

$$-\frac{\rho\varphi C_1^2}{2}\left[\sin\varphi L\left(e^{2\rho}+\frac{1}{\varphi}\right)+\rho\left(L+\frac{\sin 2\varphi L}{2}\right)\right]+$$

$$-\frac{\rho\varphi C_2^2}{2}\left[\left(e^{-2\rho}+\frac{1}{\varphi}\right)\sin\varphi L-\rho\left(L+\frac{\sin 2\varphi L}{\varphi}\right)\right]-$$

$$-A\rho^2\varphi(C_1+C_2)e^{-k\mu\frac{l}{h}2\pi}\frac{e^{k\mu\frac{L}{h}2\pi}\left(\frac{2\pi k\mu}{h}\cos 2\varphi L+2\varphi\sin 2\varphi L\right)-\frac{2\pi k\mu}{h}}{\frac{4\pi^2k^2\mu^2}{h^2}+4\varphi^2}+$$

$$+\frac{A\rho^3\varphi}{2}(C_1+C_2)e^{-k\mu\frac{l}{h}2\pi}\frac{e^{k\mu\frac{L}{h}2\pi}\left(\frac{2\pi k\mu}{h}\cos\varphi L+\varphi\sin\varphi L\right)-\frac{2\pi k\mu}{h}}{\frac{4\pi^2k^2\mu^2}{h^2}+\varphi^2}-$$

$$-\frac{A\rho^3\varphi}{2}(C_1+3C_2)e^{-k\mu\frac{l}{h}2\pi}\frac{e^{k\mu\frac{L}{h}2\pi}\left(\frac{2\pi k\mu}{h}\cos 3\varphi L+3\varphi\sin 3\varphi L\right)-\frac{2\pi k\mu}{h}}{\frac{4\pi^2k^2\mu^2}{h^2}+9\varphi^2}-$$

$$-A\rho\varphi^2(C_1+C_2)e^{-k\mu\frac{l}{h}2\pi}\frac{e^{k\mu\frac{L}{h}2\pi}\left(\frac{2\pi k\mu}{h}\cos\varphi L+\varphi\sin\varphi L\right)-\frac{2\pi k\mu}{h}}{\frac{4\pi^2k^2\mu^2}{h^2}+\varphi^2}-$$

$$-\frac{A\rho^2\varphi^2h}{4\pi k\mu}(C_1-C_2)e^{-k\mu\frac{l}{h}2\pi}\left(e^{k\mu\frac{L}{h}2\pi}-1\right)-$$

$$-\frac{A\rho^2\varphi^2}{2}(C_1-C_2)e^{-k\mu\frac{l}{h}2\pi}\frac{e^{k\mu\frac{L}{h}2\pi}\left(\frac{2\pi k\mu}{h}\cos 2\varphi L+2\varphi\sin 2\varphi L\right)-\frac{2\pi k\mu}{h}}{\frac{4\pi^2k^2\mu^2}{h^2}+4\varphi^2}-\frac{2A^2\pi k\mu}{h}e^{-k\mu\frac{l}{h}4\pi}\left(e^{k\mu\frac{L}{h}4\pi}-1\right)$$

$$b_2=\frac{\rho^2\varphi^2\left(C_1^2+C_2^2\right)}{4}\left[e^{2\rho}\left(1-\frac{\sin 2\varphi L}{2\varphi}\right)+\frac{L}{\varphi}-\frac{\sin 2\varphi L}{2\varphi^2}-\frac{\sin 2\varphi L}{2\varphi}\right]-$$

$$-\frac{\rho^3\varphi\left(C_1^2-C_2^2\right)}{4}\left(\frac{1}{3\varphi}\sin 3\varphi L-\frac{\sin 3\varphi L}{3}-\frac{\sin\varphi L}{\varphi}\right)-$$

$$-\frac{4A\rho\varphi\pi k\mu\left(C_1+C_2\right)}{h}e^{-k\mu\frac{l}{h}2\pi}\frac{e^{k\mu\frac{L}{h}2\pi}\left(\frac{2\pi k\mu}{h}\sin\varphi L-\varphi\cos\varphi L\right)+\varphi}{\frac{4\pi^2k^2\mu^2}{h^2}+\varphi^2}-$$

$$-\frac{2A\rho^2\varphi\pi k\mu\left(C_1-C_2\right)}{h}e^{-k\mu\frac{l}{h}2\pi}\frac{e^{k\mu\frac{L}{h}2\pi}\left(\frac{2\pi k\mu}{h}\sin 2\varphi L-2\varphi\cos 2\varphi L\right)+2\varphi}{\frac{4\pi^2k^2\mu^2}{h^2}+4\varphi^2}-$$

$$-\frac{\rho^3\psi\left(C_1^2-C_2^2\right)}{4}\left[\frac{\sin 3\psi L}{3}\left(\frac{1}{\psi}-1\right)-\frac{\sin\psi L}{\psi}\right]+\frac{2A^2\pi k\mu}{h}e^{-k\mu\frac{L}{h}4\pi}-\left(e^{k\mu\frac{L}{h}4\pi}-1\right)-$$

$$-\frac{\rho^2\psi^2C_1C_2}{2}\left[\left(1+\frac{e^{-2\rho}}{\psi}\right)\left(L-\frac{\sin 2\psi L}{2\psi}\right)+\frac{4\rho}{\psi^2}e^{-2\rho}\sin\psi L\right]-$$

$$-\frac{2A\rho^2\psi\pi k\mu\left(C_1-C_2\right)}{h}e^{-k\mu\frac{l}{h}2\pi}\frac{e^{k\mu\frac{L}{h}2\pi}\left(\frac{2\pi k\mu}{h}\sin 2\psi L-2\psi\cos 2\psi L\right)+2\psi}{\frac{4\pi^2k^2\mu^2}{h^2}+4\psi^2}-$$

$$b_4=\frac{C_1^2}{2\psi}\left(L+2\rho\sin\psi L+\psi e^{2\rho}L\right)+C_1C_2\left(L+\frac{2\rho}{\psi}e^{-\rho}\sin\psi L+\psi e^{-\rho}L\right)+$$

$$+\frac{C_2^2}{2\psi}\left(L+e^{-2\rho}-2\rho\sin\psi L\right)+\frac{Ah}{\pi k\mu}e^{-k\mu\frac{l}{h}2\pi}\left(e^{k\mu\frac{L}{h}2\pi}-1\right)\left[\frac{1}{\psi}\left(C_1-C_2\right)+\frac{Ah}{4\pi k\mu}\right]+$$

$$+\frac{2A\rho\left(C_1+C_2\right)}{\psi}e^{-k\mu\frac{l}{h}2\pi}\frac{e^{k\mu\frac{L}{h}2\pi}\left(\frac{2\pi k\mu}{h}\cos\psi L+\psi\sin\psi L\right)-\frac{2\pi k\mu}{h}}{\frac{4\pi^2k^2\mu^2}{h^2}+\psi^2}$$

Висновки

Ми отримали рішення для критичного тиску канатного барабана з урахуванням жорсткості закріплення країв і нерівномірності навантаження.

Дані теоретичних розрахунків дали добре спів падання з експериментальними дослідженнями і показали, що напружений стан обичайки барабана значно менший, ніж це показують наближені методи розрахунків.

Список використаних джерел:

1. Фидровская Н. Н. Напряженное состояние оболочки канатных барабанов / Н. Н. Фидровская // Повышение качества, надежности и долговечности технических систем и

технологических процессов : сб. науч. тр. V Междунар. науч.-техн. конф., (5–12 декабря 2009, Хургада, Египет) / Хмельницкий нац. ун-т. – Хмельницкий, 2009. – С. 38–41.

2. Фідровська Н. М. Уточнений розрахунок канатного барабана на стійкість / Н. М. Фідровська, О. В. Григоров // Машинобудування : зб. наук. пр. / Укр. інж.-пед. акад. –Х., 2011. – № 7/8.– С. 32–38.

Фідровська Н.М., Петренко Н.О. «Концепції розрахунків кранових барабанів».

В статті вирішена проблема циліндричної оболонки канатного барабана, що знаходиться під дією асиметричного навантаження, за допомогою залежності Ейлера для варіаційної задачі.

Ключові слова: канатний барабан, циліндрична оболонка, розрахунок, кран.

Фидровская Н.Н., Петренко Н.А. «Концепции расчетов крановых барабанов».

В статье решена проблема цилиндрической оболочки канатного барабана, которая находится под действием ассиметричной нагрузки, с помощью зависимости Эйлера для вариационной задачи.

Ключевые слова: канатный барабан, цилиндрическая оболочка, расчет, кран.

Fidrovska N.M., Petrenko N.A. “Approach of the calculations of rope drums”.

In article one should solve the problem of cylindrical casings walls sag of roped drum which is occupied with asymmetrical load using equation of Eelier for variated task.

Key words: rope drum, cylindrical casings wall, calculation, crane.

Стаття надійшла до редакції 8 травня 2013 р.