

УДК 621.87

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ КОНСТРУКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ
НА КОЛЕБАТЕЛЬНЫЙ ПРАЦЕСС ПРИВОДА МЕХАНИЗМА ПОДЪЕМА**©**Подольяк О. С., Малинина Ю. В.***Українська інженерно-педагогічна академія***Інформація про авторів:**

Подольяк Олег Степанович: ORCID: 0000-0002-1477-8548; podoliak.09@rambler.ru; кандидат технічних наук; доцент кафедри металоріжучого обладання і транспортних систем; Українська інженерно-педагогічна академія; вул. Університетська, 16, м. Харків, 61003, Україна.

Малинина Юлія Володимирівна: ORCID: 0000-0002-4124-0495; malina192006@yandex.ru; асистент кафедри металоріжучого обладання і транспортних систем; Українська інженерно-педагогічна академія; вул. Університетська, 16, м. Харків, 61003, Україна.

Рассмотрены вопросы влияния конструктивных особенностей многомассовой механической системы на колебательный силовой процесс при переходных режимах работы механизма подъема стрелового самоходного крана.

Исследования проводились числовыми методами с помощью математической модели, описывающей переходные процессы, возникающие в приводе механизма подъема автомобильного крана оснащенного двигателем внутреннего сгорания. С целью определения влияния различных факторов на динамические нагрузки была построена четырехмассовая динамическая модель, обладающая одинаковым энергетическим запасом с оригиналом. Реализация модели осуществлялась числовым методом Рунге Кутты.

Динамическая нагруженность системы оценивалась методом сравнительного анализа графиков усилий приведенных масс привода. Проведенные исследования показали, что амплитудно-частотную характеристику колебательного процесса определяют в основном инерционно-упругие параметры системы, на отстройку которых необходимо обращать особое внимание при проектировании для исключения таких негативных явлений, как резонанс и биение.

Ключевые слова: колебания; привод; приведенные массы; резонанс; жесткость; биения.

Подольяк О. С., Малинина Ю. В. «Дослідження впливу конструктивних параметрів на коливальний процес приводу механізму підйому».

Розглянуті питання впливу конструктивних особливостей багатомасової механічної системи на коливальний силовий процес при перехідних режимах роботи механізму підйому стрілового самохідного крана.

Дослідження проводилися числовими методами за допомогою математичної моделі, що описує перехідні процеси, що виникають у приводі механізму підйому автомобільного крана, оснащеного двигуном внутрішнього згорання. З метою визначення впливу різних факторів на динамічні навантаження була побудована чотирьохмасова динамічна модель, яка володіє ідентичним енергетичним запасом з оригіналом. Реалізація моделі здійснювалася числовим методом Рунге Кутти.

Динамічна навантаженість системи оцінювалася методом порівняльного аналізу графіків зусиль наведених мас приводу. Проведені дослідження показали, що амплітудно-

Піднімально-транспортні машини

частотну характеристику коливального процесу визначають в основному інерційно-пружні параметри системи, на коректування яких необхідно звертати особливу увагу при проектуванні для виключення таких негативних явищ, як резонанс і биття.

Ключові слова: коливання; привід; приведені маси; резонанс; жорсткість; биття.

Podoliak O., Malinina Yu. “Study of the impact design factors to the oscillating process of the hoist mechanism”.

The questions of the impact design factors of the many-mass mechanical system to the oscillating force process during transient regimes of the hoist mechanism jib mobile crane operation are considered.

The study with numerical methods with mathematic model describing transient regimes, appearing in the hoist mechanism drive of the automobile crane, with combustion engine equipped was conducted. The four-mass dynamic model for estimation of the impact of different factors to the dynamic loads was built. This model has identical ink margin as original. The realization this model with numerical Runge-Kutta method is done.

Dynamic load of the system with comparative analysis of force of drive mass graphics method was estimated. Conducted research showed that in basic the amplitude-frequency characteristic of oscillating process with accelerative-elastic parameters of the system is estimated. It is necessary to attend for accelerative-elastic parameters of the system during design for exclusion such negative effects as resonance and jumping.

Key words: oscillating; drive; reduced mass; resonance; rigidity; jumping.

1. Актуальность работы

Привод механизма подъема представляет собой сложную механическую систему с жесткостными и инерционными параметрами, определяющими амплитудно-частотную характеристику колебательного процесса. При проектировании или модернизации следует обращать внимание на необходимость отстройки механической системы от возможности возникновения таких негативных явлений, как резонанс и биение.

2. Цель и задачи статьи

В данной статье определяется соотношение моментов инерции и жесткостей, при которых в системе могут возникнуть биения.

3. Анализ опубликованной литературы

Вопросом возникновения биений в колебательных процессах занимались многие ученые [1–4] однако их исследования ограничивались изучением систем с двумя степенями свободы в связи со сложностью вычислений. Расчеты современных механизмов грузоподъемных машин требуют рассмотрения более сложных систем.

4. Основная часть

Определение динамических колебаний системы

Принципиальную схему механизма подъема крана заменим динамически эквивалентной схемой (рис. 1), обладающей таким же энергетическим запасом для режима подъем – опускание груза (включение грузовой лебедки). Приведение дискретных масс выполняем, исходя из равенства кинетических энергий приводимой и приведенной массы; приведение жесткостей – из условия равенства потенциальных энергий, приведение внешних моментов из условия равенства секундных работ [5].

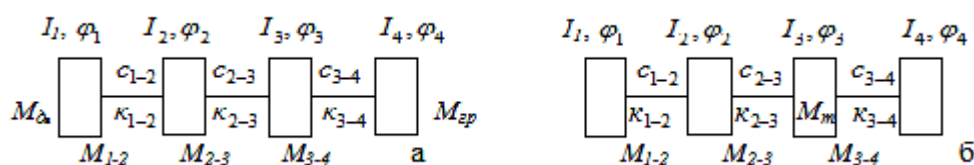


Рис. 1 – Динамически эквивалентная схема механизма подъема крана в режиме:
а – подъем; б – опускание

Здесь I_1 – момент инерции двигателя и муфты сцепления; I_2 – момент инерции коробки передач и коробки отбора мощности; I_3 – момент инерции остальных вращающихся частей привода приведенных к барабану грузовой лебедки; I_4 – момент инерции груза; c_{1-2} – крутильная жесткость пружин демпфера; c_{2-3} – жесткость карданного вала привода; c_{3-4} – крутильная жесткость каната (остальные валы считаем абсолютно жесткими); k_{1-2} – коэффициент неупругого сопротивления демпфера крутильных колебаний; k_{2-3} – коэффициент неупругого сопротивления карданного вала привода; k_{3-4} – коэффициент неупругого сопротивления каната; $M_{об}$ – внешний момент двигателя; $M_{сп}$ – грузовой момент, M_m – тормозной момент; M_{1-2} , M_{2-3} , M_{3-4} – моменты в упругих связях.

Запишем систему дифференциальных уравнений для эквивалентной схемы механизма подъема (рис. 1) в режиме подъем – опускание, используя метод, изложенный в [3], здесь за независимые обобщенные координаты приняты моменты в упругих связях.

$$\left. \begin{aligned} \ddot{M}_{12} + \kappa_{12} \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) \dot{M}_{12} + \beta_{12}^2 M_{12} - \frac{c_{12} \kappa_{23}}{c_{23} I_2} \dot{M}_{23} - \frac{c_{12}}{I_2} M_{23} &= \frac{c_{12}}{I_1} M_{об}(t); \\ \ddot{M}_{23} + \kappa_{23} \left(\frac{1}{I_2} + \frac{1}{I_3} \right) \dot{M}_{23} + \beta_{23}^2 M_{23} - \frac{c_{23} \kappa_{12}}{c_{12} I_2} \dot{M}_{12} - \frac{c_{23}}{I_2} M_{12} - \frac{c_{23} \kappa_{34}}{c_{34} I_3} \dot{M}_{34} - \frac{c_{23}}{I_3} M_{34} &= 0; \\ \ddot{M}_{34} + \kappa_{34} \left(\frac{1}{I_3} + \frac{1}{I_4} \right) \dot{M}_{34} + \beta_{34}^2 M_{34} - \frac{c_{34} \kappa_{23}}{c_{23} I_3} \dot{M}_{23} - \frac{c_{34}}{I_3} M_{23} &= -\frac{c_{34}}{I_4} M_{сп}(t); \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $\beta_i^2 = c_i \left(\frac{1}{I_i} + \frac{1}{I_{i+1}} \right)$ – частоты свободных колебаний парциальных двухмассовых систем без учета сил трения.

Определив моменты инерции, жесткости упругих элементов, коэффициенты неупругого сопротивления и внешние моменты [5], вычислим при помощи системы

Піднімально-транспортні машини

уравнений (1) упругие моменты в системе для режима подъем – опускание груза. Длина каната при подъеме 15 метров при опускании 10 метров. Подъем осуществляем с земли. Систему уравнений решим, воспользовавшись методом Рунге Кутты.

Из рисунков (рис. 2, 3) видно, что моменты в упругих звеньях $M_{1-2}, M_{2-3}, M_{3-4}$ механической системы носят колебательный затухающий характер, причем ряд моментов имеют характер биений.

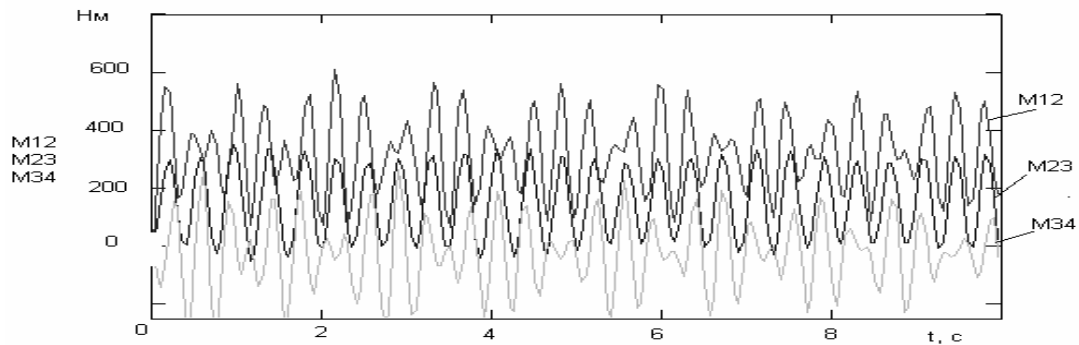


Рис. 2 – Изменение моментов $M_{1-2}, M_{2-3}, M_{3-4}$ в режиме подъема груза

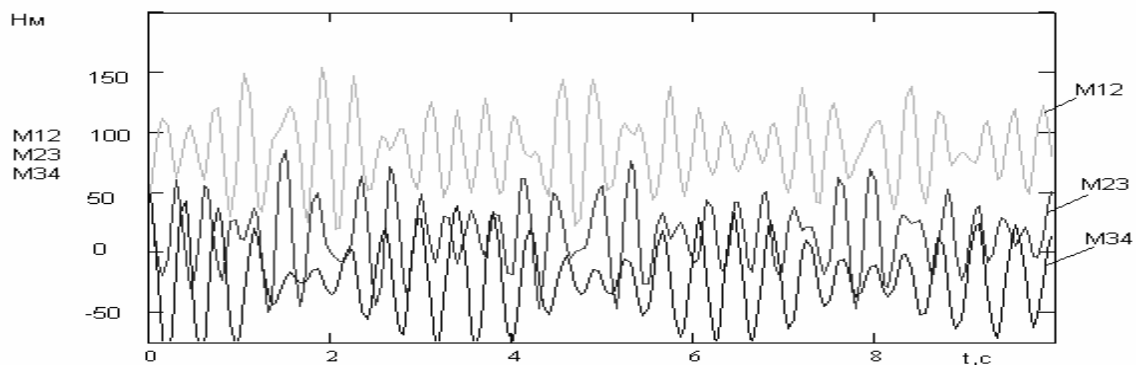


Рис. 3 – Изменение моментов $M_{1-2}, M_{2-3}, M_{3-4}$ в режиме опускания груза

Свободные крутильные колебания системы

Представим, что система имеет n степеней свободы. Углы поворота дисков – обобщенные координаты: q_1, q_2, \dots, q_n .

Пусть $I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$ – моменты инерции вращающихся масс относительно оси вала, $c_1, c_2, c_3, \dots, c_n$ – коэффициент жесткости участков вала. Тогда $c_1(q_1 - q_2)$, $c_2(q_2 - q_3)$, и т.д. представляют крутящие моменты для участков вала между дисками. На первый диск при колебаниях действует момент $c_1(q_1 - q_2)$, на второй $c_1(q_1 - q_2) - c_2(q_2 - q_3)$ и т.д.

$$\text{Заметим, что } c_1 = \frac{GI_p}{l_1}; c_2 = \frac{GI_p}{l_2}, \dots, c_{n-1} = \frac{GI_p}{l_{n-1}},$$

где: l_1, l_2, \dots, l_{n-1} – длина участков вала, G – модуль сдвига, I_p – полярный момент инерции поперечного сечения вала.

Кинетическая энергия системы:

$$T = \frac{1}{2} (I_1 \dot{q}_1^2 + \dots + I_n \dot{q}_n^2) \quad (2)$$

потенциальная энергия

$$\Pi = \frac{1}{2} [c_1(q_2 - q_1)^2 + c_2(q_3 - q_2)^2 + \dots + c_{n-1}(q_n - q_{n-1})^2]. \quad (3)$$

Дифференциальные уравнения движения

$$\begin{cases} I_1 \ddot{q}_1 + c_1(q_1 - q_2) = 0, \\ I_2 \ddot{q}_2 - c_1(q_1 - q_2) + c_2 - (q_2 - q_3) = 0, \\ I_3 \ddot{q}_3 - c_2(q_2 - q_3) + c_3 - (q_3 - q_4) = 0, \\ \dots \\ I_{n-1} \ddot{q}_{n-1} - c_{n-2}(q_{n-2} - q_{n-1}) + c_{n-1}(q_{n-1} - q_n) = 0, \\ I_n \ddot{q}_n - c_{n-1}(q_{n-1} - q_n) = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Чтобы найти собственные частоты колебаний, принимаем решения уравнений в виде:

$$q_1 = A_1 \sin kt, \quad q_2 = A_2 \sin kt, \quad q_3 = A_3 \sin kt, \dots, \quad q_n = A_n \sin kt.$$

Обозначим $\frac{A_j}{A_1} = \mu_j (j = 1, 2, \dots, n)$, тогда $q_j = \mu_j A_1 \sin(kt + \beta)$.

Представляя эти значения углов в дифференциальные уравнения, исключив из них $\mu_j A_1$, получим уравнение n -й степени относительно k^2 , называемые частотным уравнением; n корней этого уравнения, дадут n частот, соответствующих n – главным формам колебаний системы.

Для случая системы с четырьмя массами ($n=4$) частотное уравнение будет иметь вид:

$$\begin{aligned} k^6 - \left(\frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} c_1 + \frac{I_2 + I_3}{I_2 I_3} c_2 + \frac{I_3 + I_4}{I_3 I_4} c_3 \right) k^4 + \left(\frac{I_1 + I_2 + I_3}{I_1 I_2 I_3} c_1 c_2 + \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} \times \frac{I_3 + I_4}{I_3 I_4} c_1 c_3 + \frac{I_2 + I_3 + I_4}{I_2 I_3 I_4} c_2 c_3 \right) k^2 - \\ - \frac{I_1 + I_2 + I_3 + I_4}{I_1 I_2 I_3 I_4} c_1 c_2 c_3 = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

где k – корни частотного уравнения

Введем обозначения:

$$\begin{aligned} A &= \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} c_1 + \frac{I_2 + I_3}{I_2 I_3} c_2 + \frac{I_3 + I_4}{I_3 I_4} c_3, \\ B &= \frac{I_1 + I_2 + I_3}{I_1 I_2 I_3} c_1 c_2 + \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} \cdot \frac{I_3 + I_4}{I_3 I_4} c_1 c_3 + \frac{I_2 + I_3 + I_4}{I_2 I_3 I_4} c_2 c_3, \\ C &= \frac{I_1 + I_2 + I_3 + I_4}{I_1 I_2 I_3 I_4} c_1 c_2 c_3. \end{aligned}$$

После математических преобразований представим уравнение (5) в следующем виде:

$$x^3 - Ax^2 + Bx - C = 0 \quad (6)$$

Биения происходят в том случае, когда $x_2 - x_1 \ll x_1$, т.е. $x_1 \approx x_2$ [2].

Піднімально-транспортні машини

Пусть уравнение (6) имеет два равных корня d и третий $-e$, тогда

$$(x-d)^2(x-e) = x^3 - x^2(2d+e) + xd(d+2e) - ed^2 = x^3 - Ax^2 + Bx - C. \quad (7)$$

Имеем:

$$\begin{cases} 2d+e = A, \\ d(d+2e) = B, \\ ed^2 = C; \end{cases} \quad (8)$$

отсюда

$$3d^2 - 2Ad + B = 0 \quad (9)$$

$$d_{1,2} = \frac{2A \pm \sqrt{4A^2 - 12B}}{6}, \quad (10)$$

и $d_1 = d_2 = d = \frac{A}{3}$, если $A^2 = 3B$, $e = \frac{C}{d^2}$.

Присвоим значения

Таким образом, если комбинация моментов инерции и жесткостей такова, что выполняется условие

$$\left(\frac{I_1+I_2}{I_1I_2}c_1 + \frac{I_2+I_3}{I_2I_3}c_2 + \frac{I_3+I_4}{I_3I_4}c_3 \right)^2 = 3 \left(\frac{I_1+I_2+I_3}{I_1I_2I_3}c_1c_2 + \frac{I_1+I_2}{I_1I_2} \cdot \frac{I_3+I_4}{I_3I_4}c_1c_3 + \frac{I_2+I_3+I_4}{I_2I_3I_4}c_2c_3 \right),$$

то в системе выполняется условие возникновения явления биения.

Выводы

Предложенный метод можно использовать в качестве проверочного в инженерных расчетах при проектировании или модернизации подобных систем.

Список использованных источников:

1. Мендельштамм Л. И. Лекции по теории колебаний / Л. И. Мендельштамм. – М. : Наука, 1972. – 418 с.
2. Яблонский А. А. Курс теории колебаний / А. А. Яблонский, С. С. Норейко. – М. : Высшая школа, 1975. – 248 с.
3. Федорова З. М. Подъемники / З. М. Федорова, И. Ф. Лукин, А. П. Нестеров. – Киев : Вища школа, 1976. – 296 с.
4. Пановко Я. Г. Введение в теорию колебаний / Я. Г. Пановко. – М. : Наука : Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. – 256 с.
5. Нестеров А. П. Динамические нагрузки в трансмиссии автомобильных кранов при переходных процессах / А. П. Нестеров, О. С. Подоляк, А. В. Чернышенко // *Зб. наук. пр. УДАЗ*. – 2006. – № 73. – С. 127-135.

References

1. Mendelshtamm, L 1972, *Leksii po teorii kolebaniy*, Nauka, Moskva.
2. Yablonskiy, A & Noreyko, S 1975, *Kurs teorii kolebaniy*, Vysshaya shkola, Moskva.
3. Fedorova, Z, Lukin, I & Nesterov, A 1976, *Podyemniki*, Vishcha Shkola, Kyiv.
4. Panovko, Ya 1991, *Vvedeniye v teoriyu kolebaniy*, Nauka, Moskva.
5. Nesterov, A, Podolyak, O & Chernyshenko, A 2006, 'Dinamicheskiye nagruzki v transmishii avtomobilnykh kranov pri perekhodnykh protsessakh', *Zbirnik naukovikh prats UDAZ*, no. 73, pp. 127-135.

Стаття надійшла до редакції 1 грудня 2016 р.