

УДК 621.9.06-112.6

**РАСЧЕТ КОЛЕБАНИЙ ПОВОРОТНО-ДЕЛИТЕЛЬНЫХ СТОЛОВ
АГРЕГАТИРОВАННОГО ОБОРУДОВАНИЯ ПРИ НАГРУЖЕНИИ
ВЕРТИКАЛЬНЫМИ СИЛАМИ**

©Сычев Ю. И.

Українська інженерно-педагогічна академія

Информация про автора:

Сычев Юрий Иванович: ORCID: 0000-0002-6576-8083; e-mail: 2007@ipae.net; кандидат технических наук, доцент кафедры металлургического оборудования и транспортных систем, Украинская инженерно-педагогическая академия, вуз. Университетська, 16 м. Харків, 61003, Україна.

В статье предлагаются методы определения собственных частот колебаний делительных столов агрегатных станков, полученных в результате численно - аналитического решения дифференциальных уравнений движения делительной стола, как сплошной пластины. Предлагаемая теория, таким образом, позволяет найти спектр собственных частот колебаний упругой системы поворотного стола, если частота возмущающей силы совпадает с одной из собственных частот колебаний, наступает резонанс. Для линейно - упругой системы в постановке линейной теории упругости амплитуды принудительных колебаний превращаются в бесконечными больше. По настоящему так не бывает. Во всех материалах существуют внутреннее трение. Поэтому резонансы на высоких гармониках, как правило, не страшны. Для машиностроительных деталей гармоники выше пятой - шестой, во внимание не принимаются. Но резонанс на основном тоне или на первых гармониках может считаться причиной неизбежной поломки.

Ключевые слова: колебания, поворотно-делительный стол, сила резания, агрегатный станок, спектр частот.

Сивою Ю. І. «Розрахунок коливань поворотно - дільничних столів агрегатованого обладнання при навантаженні вертикальними силами».

В статті пропонуються методи визначення власних частот коливань дільничних столів агрегатних верстатів, здобутих у результаті чисельно - аналітичного розв'язання диференціальних рівнянь руху дільничного стола, як суцільної пластини. Пропонується теорія, таким чином, дозволяє знайти спектр власних частот коливань пружної системи поворотного стола, якщо частота збурюючої сили співпадає з однією з власних частот коливань, наступає резонанс. Для лнійно - пружної системи в постановці лнійної теорії пружності амплітуди примуованих коливань перетворюються у безкінцево великі. По справжньому так не буває. У всіх матеріалах існую внутрішнє тертя. Тому резонанси на високих гармоніках, як правило, не страшні. Для машинобудівних деталей гармоніки вище п'ятої - шостої до уваги не приймаються. Але резонанс на основному тоні або на перших гармоніках може вважатися причиною неминулої поломки.

Ключові слова: коливання, поворотно-дільничний стіл, сила різання, агрегатний верстат, спектр частот.

Схема Та. "Calculation of the oscillations of rotary tablets of the aggregated equipment under load by vertical forces".

The article suggests methods for determining the natural frequencies of oscillations of the index tables of aggregate machines obtained as a result of a numerical and analytical solution of the differential equations of motion of a division table as a continuous plate. The proposed theory thus allows you to find the spectrum of natural frequencies of vibration of the rotary table system. If the frequency of disturbing force coincides with one of the natural frequencies of vibrations, resonance occurs. For linear - elastic system in the formulation of linear elasticity theory forced oscillation amplitude be&intsevo turn into big ones. At present it does not happen. All materials exist internal friction. Therefore resonances at higher harmonics are usually not terrible. For engineering details harmonics above the fifth – sixth shall not be considered. But the main tone resonance or first harmonic can be considered the cause of imminent failure.

Key words: vibrations; rotary table; cutting force; aggregate machine; frequency spectrum.

1. Актуальность

Предлагаются методы определения частот колебаний делительных столов агрегатных станков от действия вертикальных сил, полученные в результате численно – аналитического решения дифференциальных уравнений движения пластины делительного стола агрегатированного оборудования, как сплошной пластины.

2. Цель работы

Основная цель данной работы – решение задачи по предупреждению повышенных вибраций при работе делительных столов агрегатных станков путем определения аналитических значений собственных частот колебаний и соответствующего задания частот работы инструментов в процессе обработки.

3. Изложение основного материала

Сила резания для данного случая разложена на две составляющие. Нагружение пластины стола вертикальной составляющей показано на рис. 1. Для такого случая поперечная сила в точке с координатами $r = r_0$ и $\varphi = \varphi_0$, $Q = Q(t)$.

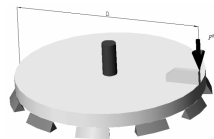


Рис. 1 – Схема действия вертикальной составляющей силы резания на пластину делительного стола

Причем значение поперечной силы определяется из выражения

$$Q = D \frac{\partial}{\partial r} (\nabla^2 w)$$

Переходя к производным, получим

$$Q = D \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right]$$

Раскрыв скобки, получим

$$Q = D \left[\frac{\partial^3 w}{\partial r^3} + \frac{\partial^2 w}{r \partial r^2} - \frac{\partial w}{r \partial r} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right]$$

При определении функции

Верстатки та інструменти

поперечної сили представляємо прогнб сочетанием предложенных выше функций с неизвестными константами C_{ij}^n

$$w = \sum_j \sum_i \sum_n C_{ij}^n \sin k\varphi \cdot \sin \frac{j\pi r}{R} \cdot \sin \omega t$$

Тогда можно определить производные, входящие в выражения для моментов

$$\frac{\partial w}{\partial r} = -C_{ij}^n \frac{j\pi}{R} \sin k\varphi \cdot \cos \frac{j\pi r}{R} \cdot \sin \omega t$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} = -C_{ij}^n \frac{j^2 \pi^2}{R^2} \sin k\varphi \cdot \sin \frac{j\pi r}{R} \cdot \sin \omega t$$

$$\frac{\partial w}{\partial \varphi} = C_{ij}^n \cdot k \cdot \cos k\varphi \cdot \sin \frac{j\pi r}{R} \cdot \sin \omega t$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} = -C_{ij}^n \cdot k^2 \cdot \sin k\varphi \cdot \sin \frac{j\pi r}{R} \cdot \sin \omega t$$

$$\frac{\partial^3 w}{\partial r^3} = -C_{ij}^n \frac{j^3 \pi^3}{R^3} \sin k\varphi \cdot \cos \frac{j\pi r}{R} \cdot \sin \omega t$$

Поперечная сила, вызываемая инструментом, определяется выражением

$$Q = g(r_0, \varphi_0),$$

где r_0 – радиальная координата приложения силы резания, φ_0 – угловая координата приложения силы, $\varphi_0 = \frac{2\pi n}{N}$, n – номер инструмента, N – количество позиций, t – время.

Считая силу резания, приложенной осредоточено, представляем ее в виде дельта – функции. Раскладывая ее в тригонометрический ряд, получаем выражение для изгибающего момента в виде

$$Q = F^0 \cdot \sum_i \sum_n \cos k(\varphi - \varphi_0) \cdot \cos \frac{j\pi(r - r_0)}{R} \cdot f(t),$$

где F^0 – номинальное значение силы резания, $f(t)$ – функция времени, определяемая динамической нагрузкой со стороны режущего инструмента. Предполагаем, что вращение инструмента происходит с постоянной угловой скоростью Ω , вполне логично допустить, что $f(t) = \sin \Omega t$.

В указанных условиях уравнение для определения изгибающего момента переписывается в виде

$$-D \sum_j \sum_i \sum_n C_{ij}^n \left[\frac{j^3 \pi^3}{R^3} \sin k\varphi \cos \frac{j\pi r}{R} + \frac{j^2 \pi^2}{r \cdot R^2} \sin k\varphi \sin \frac{j\pi r}{R} + \right. \\ \left. + \frac{j\pi}{r^2 \cdot R} \sin k\varphi \cos \frac{j\pi r}{R} - \frac{2k^2}{r} \sin k\varphi \sin \frac{j\pi r}{R} \right] \sin \omega t = \\ = F^0 \sum_i \sum_n \cos k(\varphi - \varphi_0) \cdot \cos \frac{j\pi(r - r_0)}{R} \cdot f(t)$$

или обозначив провозданные выражения под знаками сумм

$$- \frac{D}{R^3} \sum_j \sum_i \sum_n C_{ij}^n \cdot Z_{ij}(\varphi, r) \cdot \sin \omega t = F^0 \sum_i \sum_n \cos k(\varphi - \varphi_0) \cdot \cos \frac{j\pi(r - r_0)}{R} \cdot f(t)$$

$$\text{где } \rho = \frac{r}{R}$$

Учитывая независимость функций, стоящих под знаком сумм, можно рассматривать каждое слагаемое по k и j отдельно. Имея виду разложение в ряд по членам, соответствующим разложению дельта - функции, применяем процедуру Бубнова - Галлерена. Тогда каждый коэффициент C_{jk}^n можно определить из уравнения

$$-\frac{D}{R^2} \sum_{j=0}^{2j+1} C_{jk}^n \cdot B_{jk}^n \cdot \sin \omega t = F^{(n)} \cdot P_{jk} \cdot f(t), \quad (1)$$

в котором коэффициенты B_{jk}^n и P_{jk}^n определяются выражениями

$$B_{jk}^n = \int_0^{2\pi} \int_0^1 Z_{jk}(\varphi, \rho) \cdot \cos k(\varphi - \varphi_0) \cdot \cos j\pi(\rho - \rho_0) d\varphi d\rho,$$

$$P_{jk}^n = \int_0^{2\pi} \int_0^1 \cos^2 k(\varphi - \varphi_0) \cdot \cos^2 j\pi(\rho - \rho_0) d\varphi d\rho.$$

Интеграл для B_{jk}^n зависит от точки приложения возмущающей силы. Для случая шести, восьми и двенадцати позиций интеграл приведен в таблицах.

Таблица 1 – Коэффициенты B_{jk}^n для $\varphi_0=0$

$\sum k$	1	2	3	4	5
1	-16.389	-11.988	2.703	-25.903	-58.243
2	-245.756	-119.591	4.667	-10.325	7.49
3	674.361	484.355	-26.919	120.192	148.31
4	-2124.124	-1201.198	68.987	-324.605	-429.1
5	4164.036	2399.013	-135.691	642.427	853.124

Таблица 2 – Коэффициенты B_{jk}^n для $\varphi_0=30^\circ$

$\sum k$	1	2	3	4	5
1	-20.561	-37.286	-125.177	-171.579	-183.024
2	-308.704	-388.846	-225.388	-68.261	21.711
3	1899.346	1506.459	1241.944	796.144	479.962
4	-2668.201	-3735.977	-3190.094	-2151.467	-1243.763
5	5230.82	7337.094	6293.733	4255.362	2472.815

Таблица 3 – Коэффициенты B_{jk}^n для $\varphi_0=45^\circ$

$\sum k$	1	2	3	4	5
1	-20.605	-36.133	-90.425	25.903	338.205
2	-269.361	-357.438	-162.622	10.325	-45.173
3	1180.684	1459.666	897.151	-120.192	-694.458
4	-2673.679	-3620.428	-2304.447	324.605	2587.903
5	5241.751	7110.159	4539.219	-642.427	-5145.196

Таблиця 4 – Коефіцієнти B_{μ}^{β} для $\phi_0=60^{\circ}$

K	1	2	3	4	5
1	19 245	-25 298	-2 703	197 402	338 809
2	-208 568	-290 255	4 867	78 715	-45 064
3	1029 011	1022 103	20 879	-918 236	-895 888
4	-2487 138	-2534 789	-68 887	2478 292	2583 38
5	4895 684	4978 071	125 691	-4897 818	-5126 164

Таблиця 5 – Коефіцієнти B_{μ}^{β} для $\phi_0=90^{\circ}$

K	1	2	3	4	5
1	12 771	11 908	125 177	-25 803	423 464
2	-191 747	118 591	225 268	-10 325	58 398
3	802 221	-488 365	-744 844	120 102	1118 845
4	-1657 312	1201 188	3190 054	-324 805	-3220 148
5	3249 919	-2158 013	-6263 733	642 427	6423 283

Таблиця 6 – Коефіцієнти B_{μ}^{β} для $\phi_0=120^{\circ}$

K	1	2	3	4	5
1	1 878	37 288	2 783	-118 578	394 852
2	-43 818	368 848	4 887	-88 391	-52 684
3	151 863	-1508 458	-28 819	788 144	-1047 188
4	-373 212	3726 871	68 887	-2151 487	3812 488
5	731 828	-7337 084	-135 681	4255 392	-5889 288

Таблиця 7 – Коефіцієнти B_{μ}^{β} для $\phi_0=135^{\circ}$

K	1	2	3	4	5
1	-2 844	38 132	-88 882	25 803	299 884
2	38 191	352 428	-155 828	18 325	-24 981
3	-135 878	-1458 886	858 224	-120 182	-684 718
4	338 088	3828 428	-2207 828	324 888	-1881 888
5	-847 888	-7118 188	4247 221	-642 427	-3918 888

Таблиця 8 – Коефіцієнти B_{μ}^{β} для $\phi_0=150^{\circ}$

K	1	2	3	4	5
1	-2 779	25 298	-125 177	187 402	-280 44
2	118 887	288 255	-225 268	78 715	24 884
3	-418 128	-1022 103	1241 844	-918 236	888 763
4	1010 889	2534 789	-3180 084	2478 292	-1888 388
5	-1881 182	-4978 071	6263 733	-642 427	3989 488

Таблиця 9 – Коефіцієнти B_{μ}^{β} для $\phi_0=180^{\circ}$

K	1	2	3	4	5
1	-16 369	-11 988	-2 703	-25 803	58 243
2	245 758	-118 591	-225 268	-10 325	-2 418
3	874 381	488 365	-744 844	120 102	-118 845
4	-2124 124	-1201 188	-3190 054	-324 805	428 1
5	-4184 038	2359 013	125 691	642 427	-851 124

Для окончательного определения постоянных коэффициентов C_{jk}^0 представим (1), как ряд по $\sin \Omega t$. Применим процедуру Бубнова – Галеркина в пределах полуцикла вынужденных колебаний $T = \frac{\pi}{\Omega}$. Тогда для каждого j, k будем определять коэффициенты $H_{1,2}, S_k$, как интегралы, указанные выше. Тогда неизвестные коэффициенты C_{jk}^0 будут определяться из системы уравнений

$$\begin{cases} C_{1k}^0 \cdot H_{11} + C_{2k}^0 \cdot H_{12} + C_{3k}^0 \cdot H_{13} + \dots = \frac{R^2 \cdot F^0 \cdot P_{jk} \cdot S_k}{D \cdot Z_{jk}} \\ C_{1k}^0 \cdot H_{21} + C_{2k}^0 \cdot H_{22} + C_{3k}^0 \cdot H_{23} + \dots = \frac{R^2 \cdot F^0 \cdot k \cdot P_{jk} \cdot S_k}{D \cdot Z_{jk}} \\ C_{1k}^0 \cdot H_{31} + C_{2k}^0 \cdot H_{32} + C_{3k}^0 \cdot H_{33} + \dots = \frac{R^2 \cdot F^0 \cdot h \cdot P_{jk} \cdot S_k}{D \cdot Z_{jk}} \end{cases}$$

При нагружении стола несколькими силами одновременно схема будет иметь вид, представленный на рис. 2.

Амплитуда вынужденных колебаний в этом случае имеет вид, представленный на рис. 3.

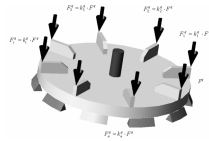


Рис. 2 – Схема нагружения стола несколькими силами одновременно

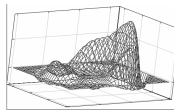


Рис. 3 – Графическое распределение амплитуд колебаний планшайбы агрегатного станка

Выводы

Предложенная теория, таким образом, позволяет найти спектр частот колебаний планшайбы поворотного-двигательного стола агрегатного станка на стадии проектирования и упрощает задачу обеспечения точности агрегатного станка.

Список использованных источников:

- Орлик М. Л. Динамика станков : учеб. / М. Л. Орлик. – 2-е изд., перераб. и доп. – К. : Вища школа, 1989. – 272 с.
- Vancek J. Агрегатирование как ключ к интеграции производственного планирования и оперативного управления // *Annali CNR* 2004. – Vol. 53, № 1. – P. 377-380.

References

- Orlik M. 1989. *Dynamics of machines*. Vyshcha shkola, Kyiv.
- Vancek J 2004. "Агрегатирование как ключ к интеграции производственного планирования и оперативного управления". *Annali CNR*, vol. 53, no. 1, pp. 377-380.

Статья надійшла до редакції 7 червня 2017 р.