УДК 621.01:621.87

РЕЖИМНО-ПАРАМЕТРИЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

©Ловейкін В. С., Ромасевич Ю. О.

Національний університет біоресурсів і природокористування України

Інформація про авторів:

Ловейкін Вячеслав Сергійович: ORCID: 0000-0003-4259-3900; lovvs@ukr.net; доктор технічних наук; завідувач кафедри конструювання машин і обладнання; Національний університет біоресурсів і природокористування України; навчальний корпус №11, вул. Героїв Оборони, 12, м. Київ, 03041, Україна.

Ромасевич Юрій Олександрович: ORCID: 0000-0001-5069-5929; romasevichyuriy@ukr.net; доктор технічних наук; доцент кафедри конструювання машин і обладнання; Національний університет біоресурсів і природокористування України; навчальний корпус №11, вул. Героїв Оборони, 12, м. Київ, 03041, Україна.

На основі прямого варіаційного методу Ейлера розроблено методику режимно-параметричної оптимізації технічних систем. Методика дозволяє знаходити оптимальні параметри системи, режимні параметри та режими руху системи, що у сукупності підвищує ефективність її експлуатації. Оптимізація режимів виконується за інтегральними та термінальними критеріями, які можуть бути нелінійними. Для знаходження мінімуму складної багатоаргументної функції, до якої зводиться задача режимно-параметричної оптимізації, пропонується використання евристичних методів знаходження екстремуму.

На прикладі оптимізації режиму розгону двомасової динамічної системи визначено оптимальний характер зміни її швидкості, оптимальне переміщення системи протягом розгону та оптимальне значення приведеного коефіцієнта жорсткості, який зв'язує дві приведені маси системи. Проведені розрахунки показали, що використання запропонованої методики супроводжується зменшенням величини критерію у порівнянні із тим, яке отримано із використанням класичного варіаційного методу.

Ключові слова: оптимізація; динаміка; параметри; керування; метод Ейлера.

Ловейкин В. С., Ромасевич Ю. А. «Режимно-параметрическая оптимизация технических систем».

На основе прямого вариационного метода Эйлера разработана методика режимно-параметрической оптимизации технических систем. Методика позволяет находить оптимальные параметры системы, режимные параметры и режимы движения системы, что в совокупности повышает эффективность ее эксплуатации. Оптимизация режимов выполняется по интегральным и терминальными критериям, которые могут быть нелинейными. Для нахождения минимума сложной многоаргументной функции, к которой сводится задача режимно-параметрической оптимизации, предлагается использование эвристических методов нахождения экстремума.

На примере оптимизации режима разгона двухмассовой динамической системы определен оптимальный характер изменения ее скорости, оптимальное перемещение системы в течение разгона и оптимальное значение приведенного коэффициента жесткости, который связывает две приведены массы системы. Проведенные расчеты показали, что использование предложенной методики сопровождается уменьшением величины критерия по сравнению с тем, что получено с использованием классического вариационного метода.

Ключевые слова: оптимизация; динамика; параметры; управление; метод Эйлера.

Loveikin V., Romasevych Y. "Mode-parametric optimization of technical systems".

On the basis of the Euler's direct variational method the technique of regime-parametric optimization of technical systems has been devised. The technique allows to find the optimum system parameters, operating parameters and modes of the system, which together increases the efficiency of its operation. Optimization performed by the integral and terminal criteria, that can be nonlinear. To find the minimum multiargument function, which reduces the problem of regime-parametric optimization, were proposed to use of heuristic methods of finding an extremum.

For example, considering optimizing acceleration mode of a two-mass dynamic system it has been determined the optimal character changes of its speed, the best value of the system's movement during acceleration and optimum value of reduced stiffness factor, that binds the two reduced mass of the system. Calculations have shown that using the proposed technique allows to decrease the criterion value in comparison with the value, which has found using the classical variational method.

Key words: optimization; dynamic; parameters; control; Euler's method.

1. Постановка проблеми

Задачі оптимального керування рухом технічних систем дозволяють забезпечувати найкращу, з деяких позицій, стратегію їх функціонування. Реалізація оптимального керування підвищує довговічність, енергоефективність та продуктивність роботи динамічних (технічних) систем, тому розробка методів розв'язування таких задач є актуальною задачею.

Крім того, на ефективність експлуатації технічних систем впливають їх параметри, тож визначення таких значень параметрів, які мінімізують небажані (енерговитрати, динамічні навантаження тощо) та максимізують бажані (продуктивність, невисока матеріаломісткість) техніко-економічні показники роботи системи також є важливим завданням. Покращення цих показників вимагає постановки та аналізу задачі режимно-параметричної оптимізації системи.

2. Аналіз останніх досліджень і публікацій

Питання режимно-параметричної оптимізації технічних системи вивчались у багатьох працях [1-6]. В цих дослідженнях знайшов відображення підхід щодо конструювання систем та визначення режимів їх роботи із врахуванням вимоги щодо мінімізації критеріїв різного фізичного змісту. Причому знаходження екстремуму критерію виконується у просторі параметрів системи та режимів її руху, які мають різну розмірність.

Параметри та режими роботи систем у загальному випадку нелінійно впливають на величину критерію, тому, як правило, задачі режимно-параметричної оптимізації технічних системи є досить складними для аналізу. Реалізація розроблених у роботах [1-6] підходів дає змогу ґрунтовно підійти до вирішення питання удосконалення технічних систем.

3. Постановка мети та завдань дослідження

Метою роботи є розробка та аналіз можливостей використання методики режимно-параметричної оптимізації технічних систем. Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі завдання: 1) розробити методику режимно-параметричної оптимізації технічних систем; 2) проілюструвати використання розробленої методики на прикладі оптимізації розгону двомасової системи.

4. Виклад основного матеріалу

Одним із наближених (прямих) методів знаходження розв'язку оптимізаційних задач є метод Ейлера [7]. Суть даного методу пояснимо на прикладі мінімізації інтегрального функціоналу:

$$Int = \int_0^T P(t,\ x(t),\ \dot{x}(t),...,\ \overset{n}{x}(t))dt \to \min\ , \tag{1}$$

де T – тривалість керованого руху системи; P – підінтегральний вираз функціоналу; x – узагальнена координата руху системи; t – час; n – найвища похідна, яка входить у підінтегральний вираз P. Крапка над символом означає диференціювання за часом. Для повної постановки задачі необхідно задати крайові умови руху системи:

$$\begin{cases} \overset{i}{x}(0) = x_0^i,\ i = (\overline{1,\ I}); \\ \overset{j}{x}(T) = x_T^j,\ \ j = (\overline{1,\ J}), \end{cases} \tag{2}$$

де I та J – найвищі похідні функції x на початку та у кінці її руху відповідно. Крім того, будемо вимагати мінімізації термінальних функціоналів:

$$\begin{cases} Ter_0 = f_0(\overset{y}{x}(0)) \to \min,\ y \in (\overline{I+1,\ Y}); \\ Ter_T = f_T(\overset{q}{x}(T)) \to \min,\ q \in (\overline{J+1,\ Q}). \end{cases} \tag{3}$$

де Y та Q – найвищі похідні функції x за часом, які входять у структуру термінальних критеріїв.

У випадку коли термінальні функціонали (3) є квадратичними функціями вищих похідних x за часом, то їх абсолютні мінімуми рівні нулю і для їх забезпечення необхідно, щоб

$$\begin{cases} \overset{y}{x}(0) = 0; \\ \overset{q}{x}(T) = 0, \end{cases} \tag{4}$$

тобто на шукану функцію (екстремаль задачі) накладаються додаткові крайові умови.

У відповідності до методу Ейлера розв'язок задачі (1)-(4) шукають на ломаних кривих, які складені із заданого числа k прямолінійних ділянок, з абсцисами вершин $\frac{T}{k}m,\ m \in \left(\overline{1,\ k+1}\right)$. У цьому випадку із використанням формул дискретного диференціювання функцій інтеграл (1) заміняється інтегральною сумою:

$$Int \approx \sum_{m=Y}^{k+1-Q} f(\frac{T}{k}m,\ x_m,\ x_{m+1},...,x_{m+n})\frac{T}{k} \to \min, \qquad (5)$$

в яку не входять дискретні величини $x_0 \ldots x_Y$ та $x_{k+1+Q} \ldots x_T$. Це випливає із того, що вони задані наперед як крайові умови (2) та додаткові крайові умови (3).

Крім того, на величну функціоналів (1) та (3) впливає значення параметрів механічної системи, які позначимо b_r. Тому необхідно шукати такі їх значення, які б доставляли мінімуми критеріям (1) та (3). Необхідно вказати, що знайдені оптимальні параметри $\widetilde{b}_r$ дають змогу роботи конкретні рекомендації стосовно структури технічної системи, конструкційних матеріалів, параметрів кінематичних елементів (наприклад, муфт, демпферів коливань тощо), тобто дають інженеру-конструктору додаткову інформацію при проектуванні технічної системи. У цьому випадку вираз (5) необхідно доповнити, в результаті чого отримаємо:

$$Int \approx \sum_{m=Y}^{k+1-Q} f(\frac{T}{k}m,\ x_m,\ x_{m+1},...,x_{m+n},\ b_r)\frac{T}{k} \to \min, \quad r \in (1,\ \ R) \qquad (6)$$

Отже, функціонал (1) перетворюється у функцію ординат x_m вершин ломаної кривої та параметрів системи b_r. Надалі необхідно обрати x_m та b_r так, щоб інтегральна сума (6) досягала екстремуму. Оскільки вираз (6) може бути нелінійним, то доцільним є використання евристичних методів знаходження екстремуму [8-10].

Для ілюстрації розробленої методики розв'яжемо оптимізаційну задачу для моделі руху двомасової системи, яка зображена на рис. 1.

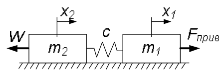


Рис. 1 – Динамічна модель двомасової системи

Модель, яка зображена на рис. 1, описується системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} m_1\ddot{x}_1 + c(x_1 - x_2) = F_{прив}; \\ c(x_1 - x_2) = m_2\ddot{x}_2 + W, \end{cases} \qquad (7)$$

де x_1 та x_2 – узагальнені координати механічної системи відповідно; m_1 та m_2 – приведені маси першої та другої частини системи відповідно; c – приведений коефіцієнт жорсткості системи; $F_{прив}$ – приведена рушійна сила приводу; W – приведена сила опору, яка прикладена до другої частини системи.

Наведемо інтегральний та термінальні критерії, які необхідно мінімізувати:

$$\begin{cases} Int = \int_0^T F_{прив}^2 dt \to \min; \\ Ter_0 = \ddot{x}_1^2(0) \to \min; \\ Ter_T = \ddot{x}_1^2(T) \to \min\ . \end{cases} \qquad (8)$$

Інтегральний критерій (8) забезпечує мінімізацію динамічних зусиль у приводі та зменшує його енерговитрати [11]. Мінімізація термінальних критеріїв (8) дозволяє усунути удари у кінематичних зачепленнях приводу системи.

Розглянемо режим розгону системи. Для цього режиму запишемо крайові умови руху:

$$\begin{cases} x_1(0) = \dot{x}_1(0) = x_2(0) = \dot{x}_2(0) = 0; \\ x_1(0) = x_2(0) = s;\ \dot{x}_1(0) = \dot{x}_2(0) = v, \end{cases} \tag{9}$$

де v – усталена швидкість руху системи у кінці розгону; s – переміщення системи у момент часу T.

Задавши $\ddot{x}_1(0) = \ddot{x}_2(T) = 0$ можемо забезпечити абсолютні мінімуми термінальним критеріям (8). Переходячи до дискретної функції можемо записати:

$$\begin{cases} x_2[i] = 0, \quad i = (\overline{1,\ 5}); \\ x_2\left[\dfrac{T}{k}\right] = s,\ x_2\left[\dfrac{T}{k} - j\right] = s - jv\dfrac{T}{k}, \quad j = (\overline{1,\ 4}), \end{cases} \tag{10}$$

де k – кількість ділянок ламаної, на якій шукається наближений розв’язок оптимізаційної задачі (7)-(9) (для даної задачі приймемо k=100).

Інтегральна сума для даної задачі представляється у вигляді:

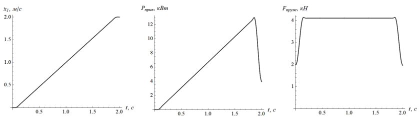
$$Int \approx \sum_{m=1}^{k-4} \left(\frac{m_1 m_2}{c} \left(\frac{T}{k} \right)^{-4} \left(x_2[m+4] - 4x_2[m+3] + 6x_2[m+2] - 4x_2[m+1] + x_2[m] \right) + \right.$$
$$\left. + m_2 \left(\frac{T}{k} \right)^{-2} \left(x_2[m+2] - 2x_2[m+1] + x_2[m] \right) \right)^2 \frac{T}{k} = f(x_2[m],\ c,\ s) \to \min . \tag{11}$$

Мінімізація інтегральної суми (11) виконувалась методом диференціальної еволюції [8]. У результаті отримано значення параметра c, режимного параметра s та дискретних значень $x_2[m]$.

Для ілюстрації отриманих результатів наведемо графіки (рис. 2), які отримані для наступних параметрів: m_1=2400 кг; m_2=2000 кг; v=2 м/с.

Для знаходження вищих похідних дискретної функції за часом, що необхідно для визначення кінематичних та динамічних функцій системи, використано метод, який розроблений у роботі [12].

Із рис. 2 видно, що функції змінюються плавно, що є бажаною характеристикою руху системи, оскільки зменшує небажані динамічні навантаження в її елементах.



а) б) в)

Рис. 2 – Графіки функції руху системи при оптимальному керуванні: а) прискорення другої маси; б) потужність приводу; в) зусилля у пружному елементі системи

Оптимізаційна задача (7)-(9) також розв’язана із використанням класичного варіаційного підходу. В результаті знайдено: для класичного підходу Int=9,71·10^7 Н^{2}с, а для методики, яка запропонована у даній роботі, Int=8,31·10^{7} Н^{2}с, що на 16,8 % менше. Термінальні критерії, із використанням розробленої методики, досягають абсолютних мінімумів, які рівні нулю. Використання класичного варіаційного методу дає наступні результати: Ter_0=Ter_T=13,3 м^{2}/с^{4}, що підтверджує ефективність розробленої методики.

Висновки

Розроблено методику режимно-параметричної оптимізації технічних систем, яка заснована на прямому варіаційному методі Ейлера. Запропонована методика дозволила:

1) отримати оптимальний режим руху системи при якому мінімізується середньоквадратичне значення приводного зусилля (значення цього критерію на 16,8 % менше, ніж те, що отримане із використанням класичного варіаційного методу);

2) досягнути абсолютні мінімуми термінальних критеріїв (це дозволило усунути удари у кінематичних зачепленнях приводу);

3) знайти значення приведеної жорсткості при якому інтегральний критерій є мінімальним (у практичному плані це дозволяє забезпечити рекомендації стосовно вибору муфти у приводі системи).

Список використаних джерел:

1. Ловейкін В. С. Динамічна оптимізація підйомних машин / В. С. Ловейкін, А. П. Нестеров. – Х. : ХДАДТУ, 2002. – 285 с.
2. Григоров О. В. Совершенствование рабочих характеристик крановых механизмов: дисс. … д-ра техн. наук: 05.05.05 / Отто Владимирович Григоров. – Х., 1995. – 386 с.
3. Беллман Р. Динамическое программирование / Р. Беллман ; под. ред. Н. Н. Воробьева. – М. : Изд-во иностранной литературы, 1960. – 400 с.
4. Моисеев Н. Н. Численные методы в теории оптимальных систем / Н. Н. Моисеев. – М. : Наука, 1971. – 424 с.
5. Горский Б. Е. Динамическое совершенствование механических систем / Б. Е. Горский. – К.: Техніка, 1987. – 200 с.
6. Голубенцев А. Н. Интегральные методы в динамике / А. Н. Голубенцев. – К. : Техніка, 1967. – 350 с.
7. Петров Ю. П. Вариационные методы теории оптимального управления / Ю. П. Петров. – Л. : Энергия, 1977. – 280 с.
8. Storn R. Differential evolution – a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces / R. Storn, K. Price. – Technical Report TR-95-012, ICSI, March 1995. – 12 p.
9. Kennedy J. Particle swarm optimization / J. Kennedy, R.C. Eberhart // IEEE International Conference on Neural Networks. – Perth, Australia, 1995. – P. 1942-1948.
10. Goldberg D. E. Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning / D. E. Goldberg. – Pearson Education, 1989. – 412 p.
11. Смехов А. А. Оптимальное управление подъемно-транспортными машинами / А. А. Смехов, Н. И. Ерофеев. – М. : Машиностроение, 1975. – 239 с.
12. Ромасевич Ю. О. Динамічна оптимізація режимів руху механізмів вантажопідйомних машин як мехатронних систем : дис. … д-ра техн. наук: 05.05.05 / Юрій Олександрович Ромасевич. – Одеса, 2015. – 519 с.

References

1. Loveikin, V & Nesterov, A 2002, *Dynamichna optymizatsiia pidiomnykh mashyn*, KhDADTU, Kharkiv.
2. Grigorov, O 1995, 'Sovershenstvovaniye rabochikh kharakteristik kranovykh mekhanizmov', Doct.tekh.n. thesis, Kharkivska inzhenerno-pedahohichna akademiia, Kharkiv.
3. Bellman, R 1960, *Dinamicheskoye programmirovaniye*, Izdatelstvo inostrannoy literatury, Moskva.
4. Moiseev, N 1971, *Chislennyye metody v teorii optimalnykh sistem*, Nauka, Moskva.
5. Gorskiy, B 1987, *Dinamicheskoye sovershenstvovaniye mekhanicheskikh sistem*, Tekhnika, Kyiv.
6. Golubentsev, A 1967, *Integralnyye metody v dinamike*, Tekhnika, Kyiv.
7. Petrov, Yu 1977, *Variatsionnyye metody teorii optimalnogo upravleniya*, Energiya, Leningrad.
8. Storn, R & Price, K 1995, *Differential evolution – a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces*, Technical Report TR-95-012, ICSI, March.
9. Kennedy, J & Eberhart, R 1995, 'Particle swarm optimization', *IEEE International Conference on Neural Networks, Perth, Australia*, pp. 1942-1948.
10. Goldberg, D 1989, *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*, Pearson Education, Boston.
11. Smekhov, A & Erofeev, N 1975, *Optimalnoye upravleniye podyemno-transportnymi mashinami*, Mashinostroyeniye, Moskva.
12. Romasevych, Iu 2015, 'Dynamichna optymizatsiia rezhymiv rukhu mekhanizmiv vantazhopidiomnykh mashyn yak mekhatronnykh system', Doct.tekh.n. thesis, Odeskyi natsionalnyi politekhnichnyi universytet, Odessa.

Стаття надійшла до редакції 7 лютого 2017 р.