

УДК 621.867.3
МЕТОДИКА ОПТИМІЗАЦІЇ РЕЖИМІВ ПУСКУ КОВШОВОГО
ЕЛЕВАТОРА ЗА КРИТЕРІЄМ СЕРЕДЬОКВАДРАТИЧНОГО ЗУСИЛЛЯ
В ТЯГОВОМУ ОРГАНІ

©Ловейкін В. С., Ткачук Л. Б.

Національний університет біоресурсів і природокористування України

Інформація про авторів:

Ловейкін Вячеслав Сергійович: ORCID: 0000-0003-4259-3906; lovve@ukr.net, доктор технічних наук, заступник кафедри конструювання машин і обладнання, Національний університет біоресурсів і природокористування України, навчальний корпус №11, вул. Героїв Оборони, 12, м. Київ, 03041, Україна.

Ткачук Леся Борисівна: ORCID: 0000-0003-2540-4127; leuua.tkachuk@gmail.com, аспірант кафедри конструювання машин і обладнання, Національний університет біоресурсів і природокористування України, навчальний корпус №11, вул. Героїв Оборони, 12, м. Київ, 03041, Україна.

Побудовано динамічну модель режиму руху ковшового елеватора у вигляді голономної механічної системи з п'ятьма ступенями вільності. На основі побудованої динамічної моделі створено математичну модель для оптимізації режиму руху ковшового елеватора. Розроблена методика оптимізації режиму руху, яка проілюстрована на прикладі використання в якості критерію оптимізації середньоквадратичного значення зусилля в тяговому органі при збіганні з натяжного барабана. За допомогою розробленої математичної моделі отримані залежності кінематичних характеристик ланок з врахуванням оптимального режиму руху, на основі яких розраховано показники середньоквадратичних та максимальних значень кінематичних і силових характеристик тягового органу.

Проаналізовано результати оптимального та реального режимів руху ковшового елеватора за критерієм середньоквадратичного зусилля в тяговому органі.

Ключові слова: ковшовий елеватор; оптимізація; режим руху; критерій; тяговий орган.

Ловейкін В. С., Ткачук Л. Б. «Методика оптимізації режимів пуску ковшового елеватора по критерію середньоквадратичного зусилля в тяговому органі».

Построено динамическую модель режима движения ковшового элеватора в виде голономной механической системы с пятью степенями свободы. На основе построенной динамической модели создана математическая модель для оптимизации режима движения ковшового элеватора. Разработана методика

оптимізації режиму руху, яка проілюстрована на прикладі використання в якості критерію оптимізації середньоквадратичного значення зусилля в тяговому органі при збеганні з натяжним барабаном. С допомогою розробленої математичної моделі отримані залежності кінематичних характеристик звеньїв з урахуванням оптимального режиму руху, на основі яких розраховані показники середньоквадратичних і максимальних значень кінематичних і силових характеристик тягового органі.

Проаналізовані результати оптимального і реального режимів руху ковшового елеватора по критерію середньоквадратичного зусилля в тяговому органі.

Ключові слова: ковшовий елеватор; оптимізація; режим руху; критерій; тяговий орган.

Loveikin V., Tkachuk L. "Methodology optimization of start-up mode of the bucket elevator for mean effort in the traction body";

The dynamic model motion mode of bucket elevator as holonomiy mechanical system with five degrees of freedom was constructed. Based constructed a dynamic model created a mathematical model to optimize traffic regime bucket elevator. Technique of optimizing motion mode was developed, which is illustrated by the example of use as a criterion optimization mean efforts traction body with coincidence of the tensioning drum. Using the developed mathematical model obtained dependences kinematic characteristics of units taking into account the optimal mode of movement based on which calculated mean-performance and maximum values of kinematic and power characteristics of the traction body.

The results of optimal and real mode motion of the bucket elevator were analyzed by the criterion of mean efforts in the traction body.

Key words: bucket elevator; optimization; mode motion; criterion; traction body.

1. Постановка проблеми

Підвищення ефективності зернових елеваторів є одним з головних напрямків покращення технологічного процесу обробки та транспортування зерна.

В процесі роботи зернового елеватора на ділянках перехідних процесів (пуск, гальмування, стопоріння або перехід з однієї швидкості на іншу) в елементах приводного механізму, тягового органу та несучих конструкцій

виникають коливання [1], що призводить до підвищення в них динамічних навантажень. Це сприяє накопиченню втомних напружень в конструкції елеватора і, як наслідок, перетворює його руйнування, ускладнює технологічний процес перевантаження зернових матеріалів (осипання та пошкодження зерна) та негативно впливає на безпечну експлуатацію елеватора в цілому.

Вирішення цієї проблеми можливе шляхом оптимізації режимів руху зернового елеватора на ділянках перехідних процесів, що дозволить мінімізувати коливання елементів конструкції, приводного механізму та тягового органу.

2. Аналіз останніх досліджень і публікацій

Для оптимізації режимів руху піднімально-транспортних і, зокрема, транспортуючих машин використовуються методи динамічного програмування [2], принципу максимуму [3] та варіаційного числення [4, 5]. Серед цих методів найбільше поширення отримали методи варіаційного числення [5], які забезпечують плавну зміну як кінематичних характеристик ланок машин, так і рушійних сил. Однак при оптимізації режимів руху транспортуючих машин важливе значення має вибір критерію оцінки [6]. В роботі [7] проведено оптимізацію режимів пуску ковшового елеватора за кінематичними критеріями, які не завжди відображають динамічні процеси, що мають місце при роботі конвеєрів. Для зернових елеваторів основним елементом є тяговий орган (стрічка), тому для оптимізації режимів їхнього руху доцільно використовувати критерій, який відображає навантаження, що виникають в тяговому органі.

3. Мета досліджень

Розробити методіку для оптимізації режимів пуску ковшового елеватора за критерієм середньоквадратичного зусилля в тяговому органі.

4. Вклад основного матеріалу

Для оптимізації режиму руху ковшового елеватора, останній представлений у вигляді динамічної моделі з п'ятьма ступенями вільності та розміщений ланцюговим контуром в точці набігання стрічки на натяжний барабан (рис. 1). За узагальнені координати в цій моделі прийняті кутові координати ротора електродвигуна φ_2 , зведеної до осі повороту приводного

барабана, приводного ϕ_1 і натяжного ϕ_2 барабанів, а також лінійні координати центрів мас робочої x_1 та неробочої x_2 гілок ковшового елеватора.

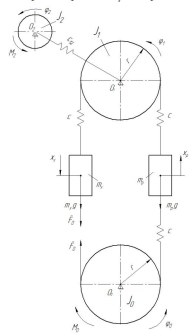


Рис. 1 – Динамічна модель ковшового елеватора

Використовуючи принцип д'Аламбера, для прийнятої динамічної моделі складемо диференціальні рівняння руху ковшового елеватора, які мають вигляд:

$$\begin{cases} J_1 \ddot{\phi}_1 = c(x_2 - \phi_1 r) - M_0 - F_1 r; \\ m_1 \ddot{x}_1 = c(\phi_1 r - x_1) - c(x_1 - \phi_2 r) - m_1 g; \\ J_2 \ddot{\phi}_2 = c_1(\phi_2 - \phi_1) + c(x_1 - \phi_2 r) - c r(\phi_2 - x_2); \\ J_3 \ddot{\phi}_3 = M_2 - c_{12}(\phi_2 - \phi_1); \\ m_2 \ddot{x}_2 = F_2 + m_2 g - c(x_2 - \phi_1 r), \end{cases} \quad (1)$$

де J_0 , J_1 , J_2 – моменти інерції відносно власних осей обертання відповідно натяжного та приводного барабанів і приводного механізму, зведеного до осі повороту приводного барабана; m_1 , m_2 – маси відповідно робочої та неробочої гілок елеватора; c – коефіцієнт жорсткості положини довшини стрічки на робочій (неробочій) гілці ковшера, c_{12} – коефіцієнт жорсткості пружних елементів приводного механізму, зведений до осі повороту приводного барабана; M_0 – момент опору від завантаження ковша, зведений до вісі повороту натяжного барабана; M_2 – рушійний момент на валу електродвигуна, зведений до осі повороту приводного барабана; r – радіус приводного і натяжного барабанів; g – прискорення вільного падіння.

Оптимізуємо режим руху приводного барабана за критерієм середньозважених значень зусилля в тяговому органі при збіганні з натяжного барабана.

Середньозважені значення зусилля в тяговому органі при збіганні з натяжного барабана визначається:

$$R_{\text{св}} = \left[\int_{t_0}^t R_0^2 dt \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (2)$$

де R_0 – зусилля в тяговому органі при збіганні з натяжного барабана

$$R_0 = c(s_0 - \varphi_0 r) \quad (3)$$

З першого рівняння системи (1) знаходимо:

$$R_0 = c(s_0 - \varphi_0 r) = J_0 \ddot{\varphi}_0 + M_0 + F_0 r, \quad (4)$$

де M_0 – момент опору на натяжному барабані, що виникає при зачепуванні зерна; J_0 – момент інерції натяжного барабана; F_0 – зусилля попереднього натягу тягового органу.

$$f = R_0^2 = (J_0 \ddot{\varphi}_0 + M_0 + F_0 r)^2 \quad (5)$$

Умовою мінімуму критерію (2) є рівняння Ейлера-Пуассона:

$$\frac{\partial f}{\partial \varphi_0} - \frac{d}{dt} \frac{\partial f}{\partial \dot{\varphi}_0} + \frac{d^2}{dt^2} \frac{\partial f}{\partial \ddot{\varphi}_0} = 0. \quad (6)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \varphi_0} = \frac{\partial f}{\partial \dot{\varphi}_0} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial \ddot{\varphi}_0} = 2J_0(J_0 \ddot{\varphi}_0 + M_0 + F_0 r). \quad (7)$$

$$\frac{d^2}{dt^2} \frac{\partial f}{\partial \ddot{\varphi}_0} = 2J_0 \ddot{\varphi}_0. \quad (8)$$

Після підстановки виразів (7) і (8) в рівняння (6) маємо

$$\ddot{\varphi}_0 = 0. \quad (9)$$

Інтегруючи рівняння (9) отримуємо:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_0 &= C_1; \\ \varphi_0 &= C_2 t + C_3; \\ \varphi_0 &= \frac{1}{2} C_4 t^2 + C_2 t + C_3; \end{aligned} \quad (10)$$

де C_1, C_2, C_3, C_4 – постійні інтегрування, які визначаються з крайових умов руху

$$\begin{aligned} t = 0: \varphi_0 &= 0, \dot{\varphi}_0 = 0, \\ t = t_1: \varphi_0 &= \varphi_1, \dot{\varphi}_0 = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Після підстановки цих умов в залежності (10) знаходимо:

$$C_1 = 0, C_4 = 0, \quad (12)$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2} C_2 t_1^2 + C_2 t_1 = \varphi_1, \\ C_2 t_1 + C_3 = 0. \end{cases} \quad (13)$$

З системи (13) маємо:

$$C_1 = -\frac{2\omega}{l_1} C_2 = \frac{2\omega}{l_1} \quad (14)$$

Підставивши вирази (12) і (14) в залежності (10), отримаємо режим руху натяжного барабана, який забезпечує мінімальне середньоквадратичне значення зусилля в тяговому органі при збіганні з натяжного барабана:

$$\begin{aligned} \phi_0 &= -2\frac{\omega}{l_1}; \\ \phi_0 &= 2\frac{\omega}{l_1} \left(1 - \frac{l}{l_j}\right); \\ \phi_0 &= \omega \left(2\frac{l}{l_1} - \frac{l^2}{l_1^2}\right); \\ \phi_0 &= \omega \omega \left(\frac{l^2}{l_1^2} - \frac{l^2}{3l_1^2}\right). \end{aligned} \quad (15)$$

З першого рівняння системи (1) знайдемо режим руху центра мас робочої гілки, при якому зусилля в тяговому органі при збіганні з натяжного барабана є мінімальним:

$$\begin{aligned} x_p &= \omega r \left(\frac{l^2}{l_1^2} - \frac{l^2}{3l_1^2} \right) + 2\frac{J\omega}{cr l_1} \left(1 - \frac{l}{l_1}\right) \frac{M_0/r + F_0}{c}; \\ \dot{x}_p &= \omega r \left(2\frac{l}{l_1} - \frac{l^2}{l_1^2} \right) - 2\frac{J\omega}{cr l_1^2}; \\ \ddot{x}_p &= 2\frac{\omega}{l_1} \left(1 - \frac{l}{l_1}\right). \end{aligned} \quad (16)$$

З другого рівняння системи (1), знайдемо закон руху приводного барабана при мініальному середньоквадратичному значенні натягу тягового органу при збіганні з натяжного барабана:

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \omega \left(\frac{l^2}{l_1^2} - \frac{l^2}{3l_1^2} \right) + 4\frac{J\omega}{cr l_1} \left(1 - \frac{l}{l_1}\right) + 2\frac{M_0 + F_0}{cr^2} + 2\frac{m\omega}{cr} \left(1 - \frac{l}{l_1}\right); \\ \phi_1 &= \omega \left(\frac{l^2}{l_1^2} - \frac{l^2}{3l_1^2} \right) + 2\frac{\omega}{cr} \left(2\frac{J}{r} + m_r \right) \left(1 - \frac{l}{l_1}\right) + \frac{2}{cr} \left(\frac{M_0}{r} + F_0 \right); \\ \phi_1 &= \omega \left(2\frac{l}{l_1} - \frac{l^2}{l_1^2} \right) - 2\frac{\omega}{cr} \left(2\frac{J}{r} + m_r \right); \\ \phi_1 &= 2\frac{\omega}{l_1} \left(1 - \frac{l}{l_1}\right). \end{aligned} \quad (17)$$

Розв'язавши останнє рівняння системи (1) знайдемо закон руху неробочої гілки конвеєра

$$m\ddot{x}_s + c\dot{x}_s = c\dot{\varphi}_0 + F_0 + m_s g, \quad (18)$$

Підставимо в рівняння (18) вираз φ_0 з системи (17), в результаті чого будемо мати

$$m_s \ddot{x}_s + c\dot{x}_s = c r \omega_0 \left(\frac{r'}{r_i} - \frac{1}{3} \frac{r'}{r_i} \right) + 2 \frac{\partial \omega}{\partial t} \left(2 \frac{A_s}{r^2} + m_s \right) \left(1 - \frac{r'}{r_i} \right) + 2 \frac{M_0}{r} + 3F_0 + m_s g. \quad (19)$$

Розділивши всі члени рівняння (19) на коефіцієнт біля найстаршої похідної і зробивши заміну

$$k = \sqrt{\frac{c}{m_s}}, \quad (20)$$

отримаємо

$$\ddot{x}_s + k^2 x_s = \frac{1}{m_s} \left[c r \omega_0 \left(\frac{r'}{r_i} - \frac{1}{3} \frac{r'}{r_i} \right) + 2 \frac{\partial \omega}{\partial t} \left(2 \frac{A_s}{r^2} + m_s \right) \left(1 - \frac{r'}{r_i} \right) + 2 \frac{M_0}{r} + 3F_0 + m_s g \right]. \quad (21)$$

Розв'язок рівняння (21) шукаємо як суму загального розв'язку однорідного рівняння та часткового розв'язку повного рівняння, тобто

$$x_s = x_s' + x_s'', \quad (22)$$

Однорідне рівняння

$$x_s'' + k^2 x_s' = 0. \quad (23)$$

Характеристичне рівняння

$$r^2 + k^2 = 0, \\ r_{1,2} = \pm ik,$$

Тоді

$$x_s' = C_1 \sin kt + C_2 \cos kt. \quad (24)$$

Відповідно до виду правої частини рівняння (21) частковий розв'язок повного рівняння шукаємо у вигляді:

$$\begin{aligned} x_s'' &= A_0 + A_1 t + A_2 t^2 + A_3 t^3; \\ x_s'' &= A_4 + 2A_5 t + 3A_6 t^2; \\ x_s'' &= 2A_7 + 6A_8 t. \end{aligned} \quad (25)$$

Після підстановки виразів (25) в рівняння (21) маємо

$$\begin{aligned} 2A_0 + 6A_8 t + k^2 A_0 + A_1 k^2 t + A_2 k^2 t^2 + A_3 k^2 t^3 = \\ = \frac{1}{m_s} \left[c r \omega_0 \left(\frac{r'}{r_i} - \frac{1}{3} \frac{r'}{r_i} \right) + 2 \frac{\partial \omega}{\partial t} \left(2 \frac{A_s}{r^2} + m_s \right) \left(1 - \frac{r'}{r_i} \right) + 2 \frac{M_0}{r} + 3F_0 + m_s g \right]. \end{aligned} \quad (26)$$

З рівняння (26) отримаємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} 2A_1 + k^2 A_2 = \frac{1}{m_1} \left[2 \frac{\omega r}{l_1} \left(2 \frac{J_2}{r^2} + m_p \right) + 2 \frac{M_0}{r} + 3F_0 + m_1 g \right]; \\ 6A_1 + A_2 k^2 = - \frac{2\omega r}{m_1 l_1^2} \left(2 \frac{J_2}{r^2} + m_p \right); \\ A_2 k^2 = \frac{c\omega r}{m_1 l_1}; \\ A_2 k^2 = - \frac{c\omega r}{3m_1 l_1^2}. \end{cases} \quad (27)$$

З отриманої системи рівнянь (27) знаходимо:

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{m_1 k^2} \left[\frac{\omega r}{l_1} \left(2 \frac{J_2}{r^2} + m_p \right) + 2 \frac{M_0}{r} + 3F_0 + m_1 g \right] - 2 \frac{c\omega r}{m_1 k^2 l_1}; \\ A_1 &= \frac{2\omega r}{m_1 k^2 l_1^2} \left(2 \frac{J_2}{r^2} + m_p \right) + 2 \frac{c\omega r}{m_1 k^2 l_1^2}; \\ A_2 &= \frac{c\omega r}{m_1 k^2 l_1}; \\ A_2 &= - \frac{c\omega r}{3m_1 k^2 l_1^2}. \end{aligned} \quad (28)$$

Об'єднавши розв'язки (24) і (25) з урахуванням виразів (28), отримаємо загальний розв'язок рівняння (21):

$$\begin{aligned} x_1 &= C_1 \sin kt + C_2 \cos kt + \frac{1}{m_1 k^2} \left[2 \frac{\omega r}{l_1} \left(2 \frac{J_2}{r^2} + m_p \right) + 2 \frac{M_0}{r} + 3F_0 + m_1 g - 2 \frac{c\omega r}{k^2 l_1} \right] + \\ &+ 2 \frac{\omega r}{m_1 k^2 l_1^2} \left(2 \frac{J_2}{r^2} + m_p + \frac{c}{k^2} \right) + \frac{c\omega r}{m_1 k^2 l_1} t^2 - \frac{c\omega r}{3m_1 k^2 l_1^2} t^3. \end{aligned} \quad (29)$$

З початкових умов руху при $t=0$, коли $x_1 = \dot{x}_1 = 0$ знайдемо постійні C_1 і C_2 :

$$\begin{aligned} x_1 &= C_1 \sin kt + C_2 \cos kt + \frac{1}{m_1 k^2} \left[2 \frac{\omega r}{l_1} \left(2 \frac{J_2}{r^2} + m_p + \frac{c}{k^2} \right) + 2 \frac{M_0}{r} + 3F_0 + m_1 g \right] + \\ &+ 2 \frac{\omega r}{m_1 k^2 l_1^2} \left(2 \frac{J_2}{r^2} + m_p + \frac{c}{k^2} \right) + \frac{c\omega r}{m_1 k^2 l_1} t^2 - \frac{c\omega r}{3m_1 k^2 l_1^2} t^3; \\ \dot{x}_1 &= C_1 k \cos kt - C_2 k \sin kt + \frac{2\omega r}{m_1 k^2 l_1} \left(2 \frac{J_2}{r^2} + m_p + \frac{c}{k^2} \right) + 2 \frac{c\omega r}{m_1 k^2 l_1} t - \frac{c\omega r}{m_1 k^2 l_1^2} t^2. \end{aligned} \quad (30)$$

Підставивши початкові умови руху неробочої гілки елеватора в залежності (30), отримаємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} 0 = C_1 + \frac{1}{m_1 k^2} \left[2 \frac{\omega r}{l_1} \left(2 \frac{J_2}{r^2} + m_p + \frac{c}{k^2} \right) + 2 \frac{M_0}{r} + 3F_0 + m_1 g \right]; \\ 0 = C_2 k + \frac{2\omega r}{m_1 k^2 l_1} \left(2 \frac{J_2}{r^2} + m_p + \frac{c}{k^2} \right) \end{cases} \quad (31)$$

Розв'язавши систему (30), знайдемо постійні C_1 і C_2 :

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{2\sigma r}{m_k k^2 i_1} \left(2 \frac{J_d}{r^2} + m_r + \frac{c}{k^2} \right) \\ C_2 &= \frac{1}{m_k k^2} \left[\frac{\sigma r}{2} \left(2 \frac{J_d}{r^2} + m_r - \frac{c}{k^2} \right) + 2 \frac{M_d}{r} + 3F_0 + m_r g \right] \end{aligned} \quad (32)$$

Підставивши постійні (32) в залежності (30), отримаємо оптимальний закон руху неробочої гілки елеватора:

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{2\sigma r}{m_k k^2 i_1} \left(2 \frac{J_d}{r^2} + m_r + \frac{c}{k^2} \right) (kt - \sin kt) + \\ &+ \frac{1}{m_k k} \left[2 \frac{\sigma r}{i_1} \left(2 \frac{J_d}{r^2} + m_r - \frac{c}{k^2} \right) + 2 \frac{M_d}{r} + 3F_0 + m_r g \right] (1 - \cos kt) + \frac{\cos r}{m_k k i_1} \left(r^2 - \frac{r^2}{3\alpha} \right); \\ x_2 &= \frac{2\sigma r}{m_k k^2 i_1} \left(2 \frac{J_d}{r^2} + m_r + \frac{c}{k^2} \right) k(1 - \cos kt) + \\ &+ \frac{1}{m_k k} \left[2 \frac{\sigma r}{i_1} \left(2 \frac{J_d}{r^2} + m_r - \frac{c}{k^2} \right) + 2 \frac{M_d}{r} + 3F_0 + m_r g \right] \sin kt + \frac{\cos r}{m_k k i_1} \left(2r - \frac{r^2}{i_1} \right); \\ x_3 &= \frac{2\sigma r k}{m_k k^2 i_1} \left(2 \frac{J_d}{r^2} + m_r + \frac{c}{k^2} \right) \sin kt + \\ &+ \frac{k}{m_k k} \left[2 \frac{\sigma r}{i_1} \left(2 \frac{J_d}{r^2} + m_r - \frac{c}{k^2} \right) + 2 \frac{M_d}{r} + 3F_0 + m_r g \right] \cos kt + 2 \frac{\cos r}{m_k k i_1} \left(1 - \frac{r}{i_1} \right) \end{aligned} \quad (33)$$

З третього рівняння системи (1) знайдемо оптимальний закон руху ротора електродвигуна, зведений до приводного барабана:

$$\begin{aligned} \varphi_2 &= \left(1 + 2 \frac{\sigma^2}{c_{11}} \right) \left[\frac{\sigma r^2}{i_1} \left(1 - \frac{r}{3\alpha} \right) - 2 \frac{\sigma r}{c_{11}} \left(2 \frac{J_d}{r^2} + m_r \right) \left(1 - \frac{r}{i_1} \right) - 2 \frac{M_d}{c_{11}} \left(\frac{M_d}{r} + F_0 \right) \right] + 2J_2 \frac{\sigma r}{c_{11} i_1} \left(1 - \frac{r}{i_1} \right) - \\ &- \frac{\sigma r}{c_{11}} \left[\frac{\sigma r^2}{i_1} \left(1 - \frac{r}{3\alpha} \right) + 2 \frac{\sigma r}{c_{11}} \left(1 - \frac{r}{i_1} \right) \right] \frac{M_d r + F_0}{c} - 2 \frac{\sigma r}{m_k k^2 i_1} \left(2 \frac{J_d}{r^2} + m_r + \frac{c}{k^2} \right) kt - \sin kt - \\ &- \frac{1 - \cos kt}{m_k k} \left[2 \frac{\sigma r}{i_1} \left(2 \frac{J_d}{r^2} + m_r - \frac{c}{k^2} \right) + 3F_0 + 2 \frac{M_d}{r} + m_r g \right] - \frac{\cos r}{m_k k i_1} \left(1 - \frac{r}{i_1} \right); \\ \varphi_3 &= \left(1 + 2 \frac{\sigma^2}{c_{11}} \right) \left[\frac{\sigma r^2}{i_1} \left(1 - \frac{r}{3\alpha} \right) - 2 \frac{\sigma r}{c_{11}} \left(2 \frac{J_d}{r^2} + m_r \right) \right] + 2J_2 \frac{\sigma r}{c_{11} i_1} - \\ &- \frac{\sigma r}{c_{11}} \left[\frac{\sigma r^2}{i_1} \left(1 - \frac{r}{3\alpha} \right) - 2 \frac{\sigma r}{c_{11}} \left(2 \frac{J_d}{r^2} + m_r + \frac{c}{k^2} \right) (1 - \cos kt) - \right. \\ &\left. - \frac{\sin kt}{m_k k} \left[2 \frac{\sigma r}{i_1} \left(2 \frac{J_d}{r^2} + m_r - \frac{c}{k^2} \right) + 3F_0 + 2 \frac{M_d}{r} + m_r g \right] - \frac{\cos r}{m_k k i_1} \left(2r - \frac{r^2}{i_1} \right) \right]; \\ \varphi_4 &= 2 \left(1 + 2 \frac{\sigma^2}{c_{11}} \right) \left[\frac{\sigma r}{i_1} \left(1 - \frac{r}{i_1} \right) - \frac{\sigma r}{c_{11}} \left(2 \frac{J_d}{r^2} + m_r \right) \right] - 2 \frac{\sigma r}{m_k k} \left(2 \frac{J_d}{r^2} + m_r + \frac{c}{k^2} \right) \sin kt - \\ &- \frac{1 - \cos kt}{m_k k} \left[2 \frac{\sigma r}{i_1} \left(2 \frac{J_d}{r^2} + m_r - \frac{c}{k^2} \right) + 3F_0 + 2 \frac{M_d}{r} + m_r g \right] - \frac{2\sigma r}{m_k k^2 i_1} \left(1 - \frac{r}{i_1} \right). \end{aligned} \quad (34)$$

Зусилля в тяговому органі при набіганні на приводний барабан визначається наступним виразом

$$R_t = c(\varphi_t - x_p) \quad (35)$$

Для ковшового елеватора з параметрами: $J_2 = 65 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, $J_1 = 78,4 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, $J_2 = 78,4 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, $R = 0,315 \text{ м}$, $c_0 = 2000 \text{ Н}\cdot\text{м}/\text{рад}$, $c = 330000 \text{ Н}/\text{м}$, $n_1 = 32$, $n_2 = 32$, $m_1 = 9 \text{ кг}$, $m_2 = 9 \text{ кг}$ розраховані кінематичні та динамічні характеристики оптимального режиму руху (рис.2). Крім того, на цьому рисунку наведені характеристики режиму руху ковшового елеватора на природній динамічній механічній характеристиці приводного електродвигуна, що наведені в роботі [1].

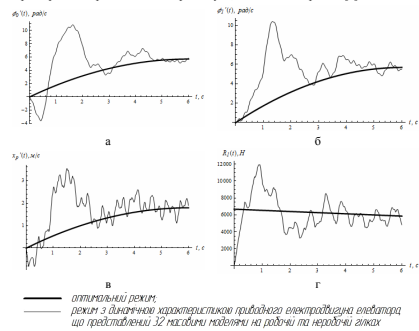


Рис. 2 – Графічні залежності динаміки руху ковшового елеватора:
a, б – зміна кутових швидкостей натягнутого і приводного барабанів відповідно;
в – зміна лінійної швидкості маси, що знаходиться на середній частині робочої гілки; *г* – зусилля в тяговому органі при набіганні на приводний барабан

В програмі Mathematica 9.0 [8] розраховано для оптимального режиму та реального елеватора з 32 масами на робочій та неробочій гілках середньозважені та максимальні значення таких показників:

- кутові швидкості приводного ϕ_1 , та натяжного ϕ_2 барабанів;
- лінійна швидкість зведеної маси, що знаходиться в середній частині робочої x_r гілки;
- зусилля в тяговому органі при набіганні на привідний барабан R_1 .

В результаті проведених розрахунків отримано дані, які наведені в табл.1:

Таблиця 1 – Середньоквадратичні та максимальні значення

Показники	Середньоквадратичне значення		Максимальне значення	
	оптимальний режим	32 маси	оптимальний режим	32 маси
\dot{x}_r , м/с	1,31	1,91	1,79	3,54
ϕ_1 , рад/с	4,16	6,13	5,70	10,85
ϕ_2 , рад/с	4,13	5,82	5,67	10,39
R_1 , Н	6271	6490	6675	11953

З отриманих графічних залежностей видно, що під час пуску реального елеватора з 32-ма завантаженими ковшами, в його рухомих елементах виникають значні коливальні процеси. Величина цих коливань залежить від точності моделювання робочої і неробочої гілок конвеєра. Для спрощення оптимізації режиму руху за критерієм середньоквадратичного значення зусилля в тяговому органі при збіганні з натяжного барабана, використано динамічну модель з однією масою на робочій та холостій гілках відповідно.

Аналізуючи результати табл. 1 видно, що максимальні значення показників реального конвеєра з 32-ма ковшами на робочій та неробочій гілках практично вдвічі перевищують ці ж показники з оптимальним режимом руху. Також видно, що максимальні значення лінійної швидкості на робочій гілці та кутові швидкості привідного і натяжного барабанів при оптимальному режимі навіть не перевищують середньоквадратичних значень для реального елеватора. Лише максимальне значення зусилля в тяговому органі при набіганні на привідний барабан при оптимальному режимі на 2 % перевищує середньоквадратичне значення цього ж зусилля при реальному режимі руху. Різниця між оптимальним та реальним режимом руху конвою зернового елеватора за середньоквадратичним значенням складає від 25 % до 35 %, а показники зусилля в тяговому органі при набіганні на привідний барабан при реальному режимі лише на 2 % є більшими від оптимального.

Висновки

Побудовано динамічну модель режиму руху конвою елеватора у вигляді голономної механічної системи з п'ятьма ступенями вільності. На основі

побудованої динамічної моделі створено математичну модель для оптимізації режиму руху зернового елеватора за критерієм середньоквадратичного значення зусилля в тяговому органі при збіданні з натяжкою барабана. За допомогою розробленої математичної моделі отримані залежності кінематичних характеристик ланок для конкретного елеватора з 32-ма завантаженими ковшами та ланок побудованої динамічної моделі з врахуванням оптимального режиму руху. Проаналізувавши результати таблиці 1, видно, що при оптимальному режимі руху ковшового елеватора максимальні та середньоквадратичні значення є значно меншими, в порівнянні з реальним режимом руху конвеєра на динамічній характеристиці приводного електродвигуна.

Також слід зазначити, що в проведенні досліджень отриманий оптимальний режим руху при постійній силі опору зачерпування зерна. Доцільно було б розглянути вплив змінного опору зачерпування зерна, як це зроблено для скребокних конвеєрів в роботі [9].

Список використаних джерел:

1. Лосейкін В. С. Аналіз руху ковшового елеватора з динамічною характеристикою двигуна // В. С. Лосейкін, Д. В. Гачук // Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України. Серія: Технічні науки. Київ: АПК, 2016. – Вип. 254. – С. 397-407.
2. Беллман Р. Динамическое программирование / Р. Беллман; пер. с англ. В. Н. Воробейца. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1960. – 400 с.
3. Математическая теория оптимальных процессов / Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе, Е. Ф. Мищенко. – М.: Физматгиз, 1961. – 392 с.
4. Петров Ю. П. Вариационные методы теории оптимального управления / Ю. П. Петров. – Л.: Энергия, 1977. – 280 с.
5. Лосейкин В. С. Расчеты оптимальных режимов движения механизмов строительных машин // В. С. Лосейкин. – К.: УМК ВО, 1990. – 168 с.
6. Лосейкин В. С. Динамика оптимізації шідальних машин // В. С. Лосейкин, А. П. Нестеров. – Х.: ХНАДУ, 2002. – 291 с.
7. Лосейкин В. С. Динамика режиму руху вертикального елеватора із завантаженою гілкою // В. С. Лосейкин, В. А. Бортук // Підприємство-транспортні машини – 2011. – №1(37). – С. 67-78.
8. Воловский Д. Высшие в Wolfram Mathematica [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://old.sferosoft.ru/education/vologsky/vologsky.asp>, свободный. – Загл. с экрана. – Дата обращения: 03.02.2017. – Яз. рус.
9. Лосейкин В. С. Дослідження динаміки руху скребокного конвеєра зі зміною навантаженням в процесі руху // В. С. Лосейкин, О. Ю. Костюк // Motrol: International journal on operation of farm and agri-food industry machinery. – 2011. – Vol. 13B, № 3. – S. 42-48.

References

1. Lovetskin V. S. Analysis of bucket elevator motion with dynamic engine characteristics. Scientific journal of National University of Biosciences and Natural Resources of Ukraine. Series: Technical Sciences. Kyiv: APK, 2016. – Vol. 254. – P. 397-407.
2. Bellman, R. 1960. *Dynamic programming*. John Wiley & Sons, New York.
3. Pontryagin, L. Boltyanskiy, V. Gamkrelidze, R. & Mishchenko, E. 1961. *Mathematical theory of optimal processes*. Fizmatgiz, Moscow.
4. Petrov, Yu. 1977. *Variatsionnyye metody teorii optimal'nogo upravleniya*. Energiya, Leningrad.
5. Lovetskin V. 1990. *Raschetnyye optimizatsionnyye rezhimy dvizheniya stroitelnykh mashin*. DUK VO, Kyiv.
6. Lovetskin, V. & Nesternov, A. 2002. *Dinamicheskaya optimizatsiya podnyatnykh mashin*. KHNADU, Kharkiv.
7. Lovetskin, V. & Borstun, V. 2011. *Dinamika rezhyma ruha vertikal'nogo koshkovogo elevatora iz zavanтаженою гілкою*. *Podprizemno-transportni mashyny*, no. 1(37), pp. 67-78.
8. Vologsky, I. *Provedeniye v Wolfram Mathematica*. *Obrazovaniye v sferosoft.ru/education/vologsky/vologsky.asp*, viewed 03.02.2017.
9. Lovetskin, V. & Kostyuk, O. 2011. *Doslidzhennya dynamiky ruhu skrebovnoho konveiera z zminnyu navantazheniam v protsesi ruhu*. *Motrol: International journal on operation of farm and agri-food industry machinery*, vol. 13B, no. 3, pp. 42-48.

Стаття надійшла до друку 7 лютого 2017 р.