

УДК 621.873.519.87

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СУМІСНОГО РУХУ МЕХАНІЗМІВ ПІДЙОМУ, ПОВОРОТУ І ЗМІНИ ВІЛЬОТУ КРАНА ДЕК-251**

©Подольск О. С., Болыбік М. О.

*Українська інженерно-педагогічна академія***Інформація про авторів:**

**Подольск Олег Степанович:** ORCID: 0000-0002-1477-8348; podolski150@gmail.com; кандидат технічних наук, доцент кафедри металургійного обладнання і транспортних систем, Українська інженерно-педагогічна академія, вул. Університетська, 16, м. Харків, 61003, Україна.

**Болыбік Микола Олександрович:** ORCID: 0000-0002-5255-5935; bobybk\_m@gmail.com; студент факультету Кошти ветеринарних і інтегрованих технологій у виробництві та освіті, Українська інженерно-педагогічна академія, вул. Університетська, 16, м. Харків, 61003, Україна.

Було встановлено, що навантаження на кран від вантажу який розгойдується залежить від схеми його підвісу і нерівнин характеристик вантажу. Дослідження проводились за допомогою математичних методів, які описують перехідні процеси, що виникають при сумісному русі механізмів підйому, повороту і зміни вильоту крана ДЕК-251. При дослідженні коливань вантажів на підвісах за схемами 1 і 2 були прийняті такі припущення: канат – ідеальна, невагома нитка; безмасові блоки переміщуються по канатах без ковзання; довжина підвісу вантажу постійна.

Динамічна навантаженість системи оцінювалась методом порівняльного аналізу графіків зусиль, переміщень і швидкостей приведених мас стрілової системи. Також були побудовані розрахункові схеми сумісного руху механізмів підйому та повороту самохідного крана, та розглянуті часові випадки роботи механізму крана. Отримані вирази для розрахунку навантажень на кран від вантажу, який розгойдується на канатах, які враховують схему підвісу вантажу і його нерівнин характеристик. При коливаннях вантажу на підвісі за схемою 1 відбувається переривчасті натяги в канатах, і при відповідних умовах може відбуватися ослаблення одного з них.

**Ключові слова:** стріла; вантаж; підвіска; коливання; самохідний кран; розгойдування.

**Подольск О. С., Болыбік Н. А.** «Математическое моделирование совместного движения механизмов подъема, поворота и изменения вылета крана ДЭК-251».

Было определено, что нагрузка на кран от груза который раскачивается зависит от схемы его подвеса и неровнин характеристик груза. Исследования проводились с помощью математических методов, которые описывают переходные процессы, возникающие при совместном движении механизмов подъема, поворота и изменения вылета крана ДЭК-251. При исследовании колебаний грузов на подвесах по схемам 1 и 2 были приняты следующие допущения: канат – идеальная, невесомая нить; безмассовая блоки перемещаются по канатам без скольжения; рассеивания энергии при колебаниях отсутствует; длина подвеса груза постоянная.

Динамическая нагруженность системы оценивалась методом сравнительного анализа графиков усилий, перемещений и скоростей приведенных масс стреловой системы. В нашей работе также были построены расчетные схемы совместного движения механизмов подъема и поворота самоходного крана, и рассмотрены частные случаи работы механизма крана. Полученные выражения для расчета нагрузок на кран от груза, который раскачивается на канатах, которые учитывают схему подвеса груза и его инерционные характеристики. При колебаниях груза на подвесе по схеме 1 происходит перераспределение натяжения в канатах, и при соответствующих условиях может произойти ослабление одного из них.

**Ключевые слова:** стрела; груз; подвеска; колебания; самоходный кран; раскачивание.

**Podolysk O., Velyhik N.** "Mathematical modeling of joint movement of mechanisms for lifting, turning and changing the crane's departure".

It was determined that the load on the crane from the load that is swinging depends on the scheme of its suspension and the inertial characteristics of the cargo.

The research was carried out using mathematical methods that describe the transient processes that occur when the lifting, rotating and changing mechanisms of the crane DEC-251 are moving together.

When examining the fluctuations of cargo on suspensions according to schemes 1 and 2, the following assumptions were accepted: the rope is an ideal, weightless thread; Massless blocks roll over ropes without slipping. There is no energy dissipation in vibrations; The length of the suspension is constant.

The dynamic workload of the system was evaluated by the method of comparative analysis of the graphs of forces, displacements, and velocities of reduced masses of the boom system. In our work, we also constructed calculation schemes for the joint movement of the lifting and turning mechanisms of the self-propelled crane, and considered particular cases of operation of the crane mechanism.

The resulting expressions for calculating the load on the crane from the load, which is swinging on the ropes, which take into account the suspension scheme of the cargo and its inertial characteristics. When the load on the suspension is oscillating according to scheme 1, there is a redistribution of the tension in the ropes, and under appropriate conditions one of them may weaken.

**Key words:** arrow; cargo; suspension; vibration; self-propelled crane; rocking.

#### 1. Актуальність теми

Самохідні крани широко використовуються в цивільному і промисловому будівництві. Значний час роботи цих кранів займають перехідні режими. При розгоні або гальмуванні виникають коливання вантажу, які при висотному будівництві значно зменшують продуктивність роботи крана і становлять загрозу для життя стропувальників. Тому постає задача усунення коливань вантажу під час перехідних режимів руху. Зміна вильоту баштового крана може виконуватись як механізмом переміщення стрілової системи, так і переміщенням вантажного вівка. Крім того, зміна вильоту може виконуватись одночасно при роботі цих двох механізмів, що створює додаткові складнощі для розв'язання задачі щодо усунення коливань вантажу. Динамічні навантаження, які виникають при перехідних режимах руху, також мають значний вплив на надійність і довговічність роботи

крана. Поєднання дослідженнями встановлено зв'язок між динамічними навантаженнями та ефективністю роботи крана. Тому вирішення задач оптимізації режимів зміни вилоти баштових кранів дасть можливість підвищити їх ефективність.

**2. Мета роботи:** теоретично описати сумісний рух механізмів підйому, повороту і зміни вилоти крана та запропонувати заходи, щодо вирішення проблеми розгойдування вантажу при підйомі і повороті.

### 3. Завдання роботи

Математично змодельовати схеми сумісного руху механізмів підйому, повороту і зміни вилоти крана; Вивести диференціальні рівняння руху механізмів підйому, повороту і зміни вилоти крана; Дослідити часті випадки роботи механізму крана.

### 4. Вклад основного матеріалу

Розрахунок сумісного руху механізмів підйому та повороту будемо робити на прикладі самохідного крана.

Схеми мають широкое поширення. Ними моделюються грейфер на підтримуючих або замкаючих канатах, підйомні вантажу у монтажних порталних і баштових кранів і т.д.

На рис. 1 зображені  $A_1$  – точки дотику канатів блоків на стрілі,  $B_1$  – точки дотику підвіски,  $H$  – центр верхньої вилоти,  $H$  – довжина підвіски вантажу,  $k, f, b, r$  – характерні розміри вантажу,  $e$  – кут нахилу канатів по вертикалі,  $k$  – коефіцієнт розгойдування вантажу.

На рис. 2 наведена розрахункова схема крана з вантажем, де позначено  $\rho$  – вислі стріли крана, тобто відстані від осі обертання крана до кінцевих блоків стріли (робота),  $a$  – відстань від осі обертання до кореня стріли,  $L$  – відстань кореня стріли до кінцевих блоків стріли.

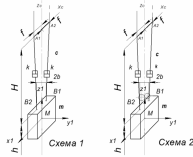


Рис. 1 – Розрахункові схеми підвіски вантажу

При виведенні систем диференціальних рівнянь, що описують рух крана з вантажем на підвісках за схемами 1 і 2 при сумісній роботі механізмів повороту, зміни вилоти підйому, скористаємося рівняннями Лагранжа другого порядку у вигляді:

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial(T-\Pi)}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial(T-\Pi)}{\partial q_i} = -\frac{\partial \Phi}{\partial q_i} + Q_i \quad (1)$$

де  $T, \Pi$  і  $\Phi$  – відповідно кінетична і потенціальна енергії і дисипативна функція системи кран-вантаж;  $Q_i$  – неупотенціальні узагальнені сили;  $q_i$  – незалежні узагальнені координати і швидкості системи,  $T-\Pi$  – кінетичний потенціал. Перед розробкою математичних моделей стрілових кранів з метою отримання коефіцієнтів в

диференціальних рівняннях. При цьому будемо базуватися на результатах роботи Н. І. Козакова [1], А. Н. Орлова [4].

При дослідженні коливань вантажів на підвісках за схемами 1 і 2 приймемо такі припущення:

- 1) канат – ідеальна, невагома нитка;
- 2) безмасові блоки переключються по канатах без ковзання;
- 3) довжина підвісу вантажу постійна

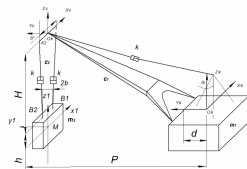


Рис. 2 – Розрахункова схема крану з вантажем

При складанні математичних моделей іосфізичити диференціальних рівнянь буди отримані згідно з роботою [1]

**Частині випадки роботи механізму крана**

На основі отриманих систем рівнянь можуть бути виведені диференціальні рівняння, які описують ряд часткових випадків роботи механізму крану.

Якщо механізм зміни вильоту не працює, то якщо в

системах диференціальних рівнянь  $\rho = \sin\theta$ ,  $\dot{\rho} = \dot{\theta} = 0$ . Ми отримаємо системи диференціальних рівнянь в вигляді:

Для схеми 1:

$$\begin{aligned}
 & I_0 + m_1 k^2 + (\gamma + \rho)^2 + 2kx l_{10} - 2L_{10} \theta \omega_0 - [m(\gamma + \omega) + k L_{10}] x + m \ddot{x} (\gamma^2 + \omega) \\
 & + i_0 \ddot{\omega} - l_{10} \ddot{\theta} + 2\phi_{10} [m(\gamma + \omega) (\gamma^2 + \omega) - l_{10} \dot{\theta} + l_{10} k \dot{x}] + V k \omega (l_{10} \phi_{10} x - l_{10} \dot{x}) = M_0 - M_2 i \\
 & - [m(\gamma + \rho) \phi_0 + m \ddot{x} - m \phi_0 [2(\gamma^2 + \rho) + \phi_0 \dot{x}]] k_0 x^2 - m L_{10} \dot{\theta} \dot{\omega} + c_{10} x + c_{10} \dot{\omega} = 0 \\
 & - [k_1 k x - l_{10} \dot{\theta} + l_{10} \ddot{x}] - k_1 k x - l_{10} \dot{\theta} + l_{10} \ddot{x} + \phi_{10} [L_{10} \dot{\omega} - k x (l_1 + l_2)] - \\
 & - \ddot{\omega} [l_{10} \theta - l_{10} + l_{10} k x] + l_{10} \ddot{\theta} - V k \omega (l_{10} \phi_{10} x + l_{10} \dot{x}) + c_{10} \dot{\omega} + c_{10} = 0 \\
 & V k \omega (l_{10} \phi_{10} x - l_{10} \dot{x}) - l_{10} (l_{10} \phi_{10} \dot{x} - l_{10} \ddot{x}) + \phi_{10} (m + m_1) + l_{10} x = 0 \\
 & m \ddot{x} \phi_0 + m \ddot{\omega} + m \phi_0 [2x - (\gamma + \rho) \phi_0] + k_0 x + c_0 x + c_0 \dot{\omega} = 0 \\
 & (l_{10} \dot{\theta} + l_{10} \ddot{\omega} - l_{10}) \phi_0 + l_{10} \ddot{\theta} - l_{10} \ddot{\omega} + 2\phi_0 (l_{10} \dot{\theta} + l_{10} k \dot{x}) + V k \omega (l_{10} \phi_{10} x - l_{10} \dot{x}) + c_{10} \dot{\omega} = 0 \\
 & - (l_{10} \dot{\theta} + l_{10} \ddot{\omega} - l_{10}) \phi_0 + l_{10} \ddot{\theta} - l_{10} \ddot{\omega} + 2\phi_0 (l_{10} \dot{\theta} + l_{10} k \dot{x}) + V k \omega (l_{10} \phi_{10} x - l_{10} \dot{x}) \\
 & + c_{10} \dot{\omega} + c_{10} \dot{\theta} = 0.
 \end{aligned} \tag{2}$$

Для схеми 2:

$$I_0 + m_1 k^2 + (\gamma + \rho)^2 + 2kx l_{10} - 2L_{10} \theta \omega_0 - [m(\gamma + \rho) + k L_{10}] x + m \ddot{x} (\gamma^2 + \omega)$$

$$\begin{aligned}
& +I_0\ddot{\varphi} - I_0\ddot{\theta} + 2\phi_0[m(\gamma + \varphi)(\gamma + \varphi) - I_0\ddot{\theta} + I_0\ddot{\theta}k] + V\kappa\omega(I_0\phi_0\ddot{\alpha} - I_0\ddot{\theta}k) = M_1 - M_2; \\
& -[m(\gamma + \rho)\ddot{\varphi}_0 + m\ddot{\alpha} - m\ddot{\varphi}_0][2(\gamma + \beta) + \ddot{\varphi}_0] + I_0\ddot{\theta} - I_0\ddot{\theta}k + c_{12}\dot{\alpha} + c_{13}\dot{\varphi} = 0 \\
& m\ddot{\varphi}_0 + m\ddot{\beta} + m\phi_0[2\dot{\alpha} - (\gamma + \varphi)\dot{\varphi}] + k_0\dot{\gamma} + c_0\dot{\gamma} + c_0\dot{\theta} = 0; \\
& (I_0\ddot{\theta} + I_0\ddot{\theta} - I_0\ddot{\theta})\ddot{\theta}_0 + I_0\ddot{\theta} - I_0\ddot{\theta} + 2\phi_0(I_0\ddot{\theta} + I_0\ddot{\theta}k) + V\kappa\omega(I_0\phi_0\ddot{\alpha} - I_0\ddot{\theta}k) + c_0\dot{\theta} = 0; \\
& (I_0\ddot{\theta} + I_0\ddot{\theta} - I_0\ddot{\theta})\ddot{\theta}_0 + I_0\ddot{\theta} - I_0\ddot{\theta} + 2\phi_0(I_0\ddot{\theta} + I_0\ddot{\theta}k) + V\kappa\omega(I_0\phi_0\ddot{\alpha} - I_0\ddot{\theta}k) + c_0\dot{\theta} = 0; \\
& -(I_0\ddot{\theta} + I_0\ddot{\theta} - I_0\ddot{\theta})\ddot{\theta}_0 - I_0\ddot{\theta} + I_0\ddot{\theta} - I_0\ddot{\theta} + I_0\ddot{\theta} + \phi_0[(I_0 + I_0)\ddot{\theta} - I_0\ddot{\theta} \\
& \quad - \phi_0(I_0\ddot{\theta} + I_0\ddot{\theta})\ddot{\theta}_0 - I_0\ddot{\theta} - I_0\ddot{\theta} - I_0\ddot{\theta} + I_0\ddot{\theta} + k_0\dot{\theta} - \phi_0 \\
& \quad [(I_0 + I_0)\ddot{\theta} - I_0\ddot{\theta} + \phi_0(I_0\ddot{\theta} + I_0\ddot{\theta}k)] + c_0\dot{\theta} + c_0\dot{\theta} = 0; \\
& -(I_0\ddot{\theta} + I_0\ddot{\theta} - I_0\ddot{\theta})\ddot{\theta}_0 + I_0\ddot{\theta} - I_0\ddot{\theta} + 2\phi_0(I_0\ddot{\theta} + I_0\ddot{\theta}k) + V\kappa\omega(I_0\phi_0\ddot{\alpha} - I_0\ddot{\theta}k) + \\
& \quad + c_0\dot{\theta} + c_0\dot{\theta} = 0. \tag{3}
\end{aligned}$$

Якщо підвік моделюється у вигляді математичного маятника, то системи рівнянь приймуть вид:

$$\begin{aligned}
I_0 + m[x^2 + (\gamma + \rho)^2]\ddot{\varphi}_0 - m(\gamma + \varphi)\ddot{\alpha} + m[(\gamma + \varphi)\ddot{\alpha} + \ddot{\alpha}(\gamma + \varphi)] + 2\phi_0[m(\gamma + \varphi)]\dot{\gamma} = \\
= M_2 - M_1 \\
-[m(\gamma + \rho)\ddot{\theta}_0 + m\ddot{\beta} - 2\phi_0(I_0\ddot{\theta} + \beta) + \phi_0\ddot{\alpha}]k + (c_0 - m\phi_0^2) = 0 \\
m\ddot{\theta}_0 + m(\rho + \beta) + m\phi_0[2\dot{\alpha} - \phi_0(\gamma + \rho)]k_0\dot{\gamma} + c_0\dot{\gamma} = 0 \tag{4}
\end{aligned}$$

Допустимо в рівняннях  $V=0$ ,  $H=const$ , отримаємо диференціальні рівняння, які описують рух крану з вантажем, тіллями при роботі механізму повороту.

Для схеми 1:

$$\begin{aligned}
I_0 + I_0 + m[x^2 + (\gamma + \rho)^2] + 2\kappa\omega I_0 - 2I_0\phi_0 \\
\phi_0 - [m(\gamma + \varphi) + k_{12}]x + m\ddot{\alpha}(\gamma + \varphi) + I_0\ddot{\theta} - I_0\ddot{\theta} + 2\phi_0 \\
[m(\gamma + \varphi)(\gamma + \varphi) - I_0\ddot{\theta} + I_0\ddot{\theta}k] + V\kappa\omega(I_0\phi_0\ddot{\alpha} - I_0\ddot{\theta}k) = M_2 - M_1; \\
-[m_0kx + m(\gamma + \rho)]\ddot{\theta}_0 + \ddot{\alpha}_0x - I_0\ddot{\theta} - I_0\ddot{\theta} - \phi_0[2m(\gamma + \beta) + k_0(I_0\ddot{\theta} + I_0\ddot{\theta}k) - \\
- \ddot{\theta}_0^2][m + I_0k^2]x + k(I_0 + I_0\ddot{\theta}) + k_0\dot{\gamma} + V\kappa\omega[2\kappa\alpha + \theta\phi_0] + I_0(2\kappa\alpha + \theta) - I_0\ddot{\theta}(\phi + \\
+ \phi_0) + c_0\dot{\alpha} = 0; \\
m\ddot{\varphi}_0 + (m_0 + m)\ddot{\beta} + m\ddot{\beta} + m\phi_0 + m_0 2\phi_0(I_0\ddot{\theta} + I_0\ddot{\theta}k) + c_0\dot{\gamma} + c_0\dot{\theta} = 0; \\
-(I_0\ddot{\theta} + I_0\ddot{\theta} - I_0\ddot{\theta})\ddot{\theta}_0 - I_0\ddot{\theta} + I_0\ddot{\theta} - I_0\ddot{\theta} + I_0\ddot{\theta} + \phi_0[(I_0 + I_0)\ddot{\theta} - I_0\ddot{\theta} - \\
- \phi_0(I_0\ddot{\theta} + I_0\ddot{\theta})\ddot{\theta}_0 - I_0\ddot{\theta} - I_0\ddot{\theta} - I_0\ddot{\theta} + I_0\ddot{\theta} + k_0\dot{\theta} - \phi_0 \\
[(I_0 + I_0)\ddot{\theta} - I_0\ddot{\theta} + \phi_0(I_0\ddot{\theta} + I_0\ddot{\theta}k)] + c_0\dot{\theta} + c_0\dot{\theta} = 0. \tag{5}
\end{aligned}$$

Для схеми 2:

$$I_0 + m[x^2 + (\gamma + \rho)^2] + 2\kappa\omega I_0 - 2I_0\phi_0\ddot{\alpha} - [m(\gamma + \varphi) + k_{12}]x + m\ddot{\alpha}(\gamma + \varphi)$$

$$\begin{aligned}
& +k_1\psi - k_2\theta + 2\psi_0[m(y+\psi)(y'+\psi') - k_1\theta' + k_2h\dot{\alpha}] + V\cos(k_3\psi_0\psi_0\psi - k_4\psi^2) = M_y - M_{z1} \\
& - [m(y+\psi)\psi_0 + m\dot{x} - m\psi_0[3(y'+\psi') + \psi_0\dot{\alpha}]]k_5\psi_0 - k_6k_7\psi + c_{y1}\psi + c_{y2}\psi' = 0 \\
& m\dot{x}\psi_0 + m\dot{y}' + m\psi_0[2\dot{\alpha} - (y'+\psi)\psi_0] + k_1y' + c_{y1}y + c_{y2}y' = 0 \\
& (k_8\theta + k_9\psi - k_{10})\psi_0 + k_{11}\psi' - k_{12}\theta' + 2m\psi_0(k_1\theta' + k_2h\dot{\alpha}) + V\cos(k_3\psi_0\psi_0\psi - k_4\psi^2) + c_{y3}\psi = 0 \\
& (k_1\theta + k_2\psi - k_3)\psi_0 + k_4\psi' - k_5\theta' + 2m\psi_0(k_1\theta' + k_2h\dot{\alpha}) + V\cos(k_3\psi_0\psi_0\psi - k_4\psi^2) + c_{y4}\psi = 0 \\
& - (k_5\theta + k_6\psi - k_7)\psi_0 - k_8\theta' + k_9\psi' - k_{10}\theta' + k_{11}\psi_0 + \psi_0[(k_1 + k_2)]\theta' - k_{12}\psi' - \\
& - \psi_0(k_1\psi + k_2\psi + k_3)\psi_0 - k_4\psi' - k_5\theta' + k_6\psi' + k_7\theta' - \\
& - \psi_0[(k_1 + k_2)\psi' - k_3\psi_0 + \psi_0(k_1\theta' + k_2h\dot{\alpha})] + c_{y5}y + c_{y6}y' = 0 \\
& - (k_1\theta + k_2\psi - k_3)\psi_0 + k_4\psi' - k_5\theta' + 2m\psi_0(k_1\theta' + k_2h\dot{\alpha}) + V\cos(k_3\psi_0\psi_0\psi - k_4\psi^2) + \\
& + c_{y7}y + c_{y8}y' = 0.
\end{aligned} \tag{6}$$

З рівнянь можна отримати рівняння, коли вантаж на канатах моделюється в вигляді математичного маятника, то системи рівнянь приймуть вид:

$$\begin{aligned}
& k_5 + m[k_1^2 + (y'+\psi)^2]\psi_0 - m(y+\psi)\dot{\alpha} + m\psi_0^2(y'+\psi) + \max(\dot{y}+\dot{\psi})2\psi_0[m(y+\psi)]y' \\
& = M_y - M_{z1} \\
& - [m(y+\psi)\psi_0 + m\dot{x} - 2m\psi_0(y'+\psi) + \psi_0\dot{\alpha}]k_5\psi_0 + (c_{y1} - m\psi_0^2) = 0; \\
& m\dot{x}\psi_0 + m\dot{y}' + 2m\psi_0\dot{\alpha} + (c_{y1} - m\psi_0^2)y'.
\end{aligned} \tag{7}$$

координати точок  $a_i$  в системі  $X Y Z$  і  $B_i$  в системі  $\eta\xi\tau$  визначаються по методичці [1].

Спроєктуємо сили натягу в канатах і вага вантажу на ось  $Mz$ :

$$S_1 \cos(\alpha, z) + S_2 \cos(\alpha, z) - G = m\dot{x}$$

Звідси

$$S_1 = S_2 = \frac{G}{2 \cos \alpha} = S_0. \tag{7}$$

Віносні величини навантажень:

$$\begin{aligned}
\gamma_x &= \frac{\cos(y+\psi)(h+bg\alpha)}{l} \\
\gamma_y &= \frac{[y - (h-r \sin \alpha)\psi]}{2 \cos \alpha}, \\
\gamma_z &= -1.
\end{aligned} \tag{8}$$

Моменти сил натягів в канатах  $S_1$  щодо осей  $Q_x, Q_y, Q_z$ . Отримаємо:

$$M_x = 0, M_y = bPz\alpha, M_z = c_y\psi. \tag{9}$$

Формули, отримані для розрахунку навантажень на кран для схем 1 і 2 можна узагальнити. Моменти для обох схем визначаються по формулам:

$$M_x = 0, M_y = f \left( P, g \alpha - \frac{Q \Delta}{\cos \alpha} \right), M_z = c_y \rho. \quad (10)$$

Навантаження представляються у вигляді:

$$\begin{aligned} P_x &= \frac{m}{\alpha} \left[ \ddot{x}_z + \rho \theta \right], & P_z &= c_x x + c_y W, \\ P_y &= c_y y + c_y \rho \theta, & P_z &= -G. \end{aligned} \quad (11)$$

Тут навантаження  $P_x$  для схем 1 і 2 визначаються за різними формулами. Таким чином, навантаження на кран від вантажу який розгойдується залежить від схеми його підв'язу і інерційних характеристик вантажу [4].

#### Висновки

1. Отримано системи диференціальних рівнянь, що описують рух крана з вантажем на просторових підвісках по двом схемам. Рівняння дозволяють досліджувати рух крана при спільній роботі механізмів підйому, повороту та зміни вильоту, при спільній роботі механізмів повороту і підйому і тільки механізму повороту.
2. Отримані вирази для розрахунку навантажень на кран від вантажу, який розгойдується на канатах, які враховують схему підв'язу вантажу і його інерційні характеристики.
3. При коливаннях вантажу на підвісі за семою 1 відбувається перерозподіл натягів в канатах, і при відповідних умовах може відбуватися ослаблення одного з них.

#### Список використаних джерел:

1. Казанов Н. И. Увеличение расчетной грузы на просторовых канатах подъем при работе механизма поворота стеллажных кранов / Н. И. Казанов // Труды Ленинградского политеха. – Ленинград, 1984. – С. 42-68.
2. Агратовский Ю. В. Оптимизация пусковых режимов электромеханических систем поворота поворотных кранов / Ю. В. Агратовский, Л. А. Асхадер // Труды Ленинградского института водного транспорта. – Ленинград, 1973. – Вып. 141. – С. 46-53.
3. Математические модели и уравнения движения порталов в мостовых кранах / Ю. М. Ашбабаев, А. Н. Воробьев, И. Д. Мирочев, И. М. Рязанов // Труды Воронежского политехнического института. – Воронеж, 1973. – Вып. 4. – С. 78-88.
4. Ахметов Л. В. Системы оптимальной системы для подавления раскачиваний груза / Л. В. Ахметов, Г. И. Гилемедов, А. Н. Орлов // Труды Ленинградского института водного транспорта. – Ленинград, 1976. – Вып. 155. – С. 25-31.

#### References

1. Kazanov, N. 1984. 'Uvelicheniye raskachivaniy gruz na prostornoym kanatnom podvесе pri rabote mekhanizma povorota stelzhalnykh kranov', *Tруды Ленинградского института водного транспорта*, pp. 42-68.
2. Agratovskiy, Yu. & Aleynov, I. 1973. 'Optimizatsiya puskovykh rezhimov elektromekhanicheskikh sistem povorota portnykh kranov', *Tруды Ленинградского института водного транспорта*, iss. 141, pp. 46-53.
3. Ashbabayev, Yu., Vorobyev, A., Mirchev, I. & Ryzanov, I. 1973. 'Matematicheskiye modeli i uravneniya dvizheniya portnykh i mstovykh kranov', *Tруды Ленинградского института водного транспорта*, iss. 4, pp. 78-88.
4. Akhmetov, L., Gilomedov, G. & Orlov, A. 1976. 'Sistemy optimalnoy sistemy dlya podavleniya raskachivaniy gruz', *Tруды Ленинградского института водного транспорта*, iss. 155, pp. 25-31.

Стаття надійшла до редакції 31 березня 2017 р.