ISSN 1814-5566 print
ISSN 1993-3517 online
МЕТАЛЕВІ КОНСТРУКЦІЇ
МЕТАЛЛИЧЕСКИЕ КОНСТРУКЦИИ
METAL CONSTRUCTIONS
2015, ТОМ 21, НОМЕР 2, 81–98
УДК 624.042.41

(15)-0329-1

ОБҐРУНТУВАННЯ КАЛІБРУВАННЯ КОЕФІЦІЄНТІВ СПОЛУЧЕННЯ ПОСТІЙНОГО, СНІГОВОГО І ВІТРОВОГО НАВАНТАЖЕНЬ ПРИ РОЗРАХУНКАХ МЕТАЛЕВИХ КОНСТРУКЦІЙ В РАМКАХ ДСТУ-Н Б EN 1990

А. В. Махінько [a], Н. О. Махінько [b]
[a] Будівельна компанія «Етуаль»,
1, вул. Бортницька, с. Петровське, Бориспільський р-н, Київська обл., Україна, 08341.
[b] Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка,
24, пр. Першотравневий, м. Полтава, Україна, 36011.
E-mail: pasargada@mail.ru

Отримана 25 травня 2015; прийнята 26 червня 2015.

Анотація. У статті наведено обґрунтування калібрування коефіцієнтів безпеки і поєднань для постійного, вітрового і снігового навантаження. Сформульовано задачу поєднання постійного і двох тимчасових навантажень. Наведено модель для оцінки характеристик тимчасових навантажень, а також моделі снігового та вітрового навантажень і їх поєднання, що зосновані на результатах роботи В. А. Пашинського. Описано існуючі правила поєднань впливів при розрахунках конструкцій за першою групою граничних станів. Калібрування значень коефіцієнтів безпеки і поєднань виконано із використанням імовірнісних методів аналізу надійності конструкцій з урахуванням стохастичною природи зовнішніх впливів. Виявлено, що формульний підхід щодо поєднання навантажень, використовуваний в ДБН «Навантаження і впливи», призводить до більш низьких оцінок індексу надійності, незважаючи на більш високі значення коефіцієнта поєднання. Запропоновано шляхи вирішення питання, пов'язаного із забезпеченням індексів надійності конструкцій в межах, встановлених нормативним документом.

Ключові слова: тимчасові навантаження, випадковий процес, коефіцієнт сполучення, коефіцієнт безпеки.

ОБОСНОВАНИЕ КАЛИБРОВКИ КОЭФФИЦИЕНТОВ СОЧЕТАНИЯ ПОСТОЯННОЙ, СНЕГОВОЙ И ВЕТРОВОЙ НАГРУЗОК ПРИ РАСЧЕТЕ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ В РАМКАХ ДСТУ-Н Б EN 1990

А. В. Махинько [a], Н. А. Махинько [b]
[a] Строительная компания «Этуаль»,
1, ул. Бортницкая, с. Петровское, Бориспольский р-н, Киевская обл., Украина, 08341.
[b] Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка,
24, пр. Первомайский, г. Полтава, Украина, 36011.
E-mail: pasargada@mail.ru

Получена 25 мая 2015; принята 26 июня 2015.

Аннотация. В статье приведено обоснование калибровки коэффициентов безопасности и сочетаний для постоянной, ветровой и снеговой нагрузок. Сформулирована задача сочетания постоянной и двух временных нагрузок. Приведена модель для оценки характеристик временных нагрузок, а также модели снеговой и ветровой нагрузок и их сочетания, которые основаны на результатах работы В. А. Пашинского. Описаны существующие правила сочетаний воздействий при расчётах конструкций по первой группе предельных состояний. Калибровка значений коэффициентов безопасности и сочетаний выполнена с привлечением вероятностных методов анализа надёжности конструкций и учётом стохастической природы внешних воздействий. Выявлено, что формульный подход к сочетанию нагрузок, используемый в ДБН «Нагрузки и воздействия», приводит к более низким оценкам индекса надёжности, несмотря на более высокие значения коэффициента сочетания. Предложены пути решения вопроса, связанного с обеспечением индексов надёжности конструкций в пределах, установленных нормативным документом.

Ключевые слова: временные нагрузки, случайный процесс, коэффициент сочетаний, коэффициент безопасности.

THE CALIBRATION RATIONALE FOR COMBINATION FACTORS DEAD LOAD, SNOW AND WIND LOADS IN DESIGN OF STEEL STRUCTURES WITH DSTU-N B EN 1990

Anton Makhinko [a], Natalia Makhinko [b]
[a] *Building company «Etual»,*
1, Bortnytska street, Petrovske, Boryspil district, Kyiv region, Ukraine, 08341.
[b] *Poltava National Technical Yuri Kondratyuk University,*
24, Pervomaysky, Poltava, Ukraine, 36011.
E-mail: pasargada@mail.ru

Received 25 May 2015; accepted 26 June 2015.

Abstract. The article deals with calibration rationale for safety factors and combinations for dead load, wind and snow loads. The problem of combination of constant load and couple of temporary loads has been represented. The evaluation model of characteristics of temporary loads, the models of snow and wind loads and their combinations, which based on working results of V. A. Pshinski, have been given. The existing rules of effects combinations during calculation of constructions according to the first group of extreme limit state have been given. Calibration values of safety factors and combinations has been carried out involving probabilistic methods for reliability analysis of structures taking into account stochastic properties of external influences. It has been found out that the first-order definable attitude to the loads combinations, which is used in Ukraine national construction regulation «Loads and influence», lead to lower estimation of reliability index, in spite of higher value of combination factor. The ways of solution according to guarantee of reliability indexes of constructions within the ambit of regulatory documents, have been suggested.

Keywords: variable loads, stochastic process, coefficient combinations, safety factor.

Введение

При проектировании металлических конструкций в рамках метода предельных состояний рассматриваются наиболее неблагоприятные комбинации внешних воздействий. Пониженная вероятность одновременного появления нескольких воздействий со своими максимальными значениями учитывается путём умножения нагрузочных эффектов от расчётных значений воздействий на коэффициент ψ (коэффициенты ψ_i) сочетаний. В рамках концепции EN 1990 и ДСТУ-Н Б EN 1990 для характеристических значений переменных воздействий Q_k устанавливаются так называемые репрезентативные значения, представляющие собой произведение $\psi_i \cdot Q_k$. В общем случае при составлении сочетаний используются три репрезентативных значения переменных воздействий: комбинационное значение $\psi_0 \cdot Q_k$, частое значение $\psi_1 \cdot Q_k$ и квазипостоянное значение

$\psi_2 \cdot Q_k$. В данной статье мы затронем правила сочетания комбинационных значений, которые имеют место при расчётах конструкций по предельным состояниям первой группы, а также при оценках необратимых состояний второй группы. Для этих ситуаций общеевропейские нормы EN 1990, и как следствие ДСТУ-Н Б EN 1990, декларируют два правила сочетания воздействий, известных в научных кругах соответственно под названиями «формула (6.10)» и «тандем формул (6.10a) и (6.10b)»:

$$E_d = \sum_{j\geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} + \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} + \sum_{i>1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} Q_{k,i}, \quad (1)$$

$$E_d = \max \left\{ \begin{aligned} &\sum_{j\geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} + \gamma_{Q,1} \cdot \psi_0 \cdot Q_{k,1} + \\ &+\sum_{i>1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} Q_{k,i} \\ &\sum_{j\geq 1} \xi_j \cdot \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} + \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} + \\ &+\sum_{i>1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} Q_{k,i} \end{aligned} \right\}. \quad (2)$$

Выбор между выражениями (1) «формула (6.10)» и (2) «тандем формул (6.10a) и (6.10b)» устанавливается на уровне Национального приложения страны, поддержавшей и вошедшей в систему стандартизации Eurocode. Вопросам выбора одного из указанных выше правил, а также обоснованию численных значений коэффициентов безопасности γ и сочетаний ψ_0, с позиций обеспечения достаточного уровня надёжности вновь проектируемых металлических конструкций, для территории Украины и будет посвящена настоящая статья.

Постановка задачи сочетания постоянной и двух временных нагрузок

Рассматривается элемент конструкции, в котором возникают усилия от действия постоянной $\tilde{G}$ и двух временных нагрузок $\tilde{Q}_S$ и $\tilde{Q}_W$. Постоянная нагрузка идеализируется моделью случайной величины с нормальным законом распределения. Временные нагрузки описываются моделями стационарных случайных процессов с законами распределения в общем случае отличных от нормального. Каждая модель нагрузок характеризуется следующими величинами: математическим ожиданием $m(\bullet)$, среднеквадратическим отклонением $\sigma(\bullet)$, коэффициентом вариации $V(\bullet)$ и плотностью распределения $f(\bullet)$. Модель временных нагрузок дополняет величина эффективной частоты $n_e(\bullet)$.

Для каждой из моделей нагрузок устанавливаются характеристические G_k, $Q_{k,S}$, $Q_{k,W}$ и расчётные значения:

$$G_d = \gamma_G \cdot G_k,$$
$$Q_{d,S} = \gamma_{Q,S} \cdot Q_{k,S}, \quad (3)$$
$$Q_{d,W} = \gamma_{Q,W} \cdot Q_{k,W},$$

где γ_G, $\gamma_{Q,S}$ и $\gamma_{Q,W}$ – соответствующие коэффициенты надёжности.

Характеристическое значение G_k постоянной нагрузки нормируется исходя из общепринятых представлений о квантиле распределения случайной величины, не вызывая каких-либо затруднений. Гораздо сложнее дело обстоит с определением характеристических значений временных нагрузок $\tilde{Q}_S$ и $\tilde{Q}_W$, для которых приходится рассматривать зависимость $Q_k(T)$, где T – переменная времени, смысл которой приводится ниже.

Для формульной конкретизации функции $Q_k(T)$ сегодня предложено немало простых и не очень выражений. Однако все они оказываются либо сложными сразу, либо очень сложными при рассмотрении вопросов сочетаний нагрузок. Ввиду этого представляется уместным рассмотреть простую авторскую модель по определению характеристических значений временных нагрузок, представленных моделями случайных процессов, способной впоследствии упростить решение комбинационных задач сочетаний нагрузок.

Модель для оценки характеристических значений временных нагрузок

Смысл модели, за подробным описанием которой отсылаем к монографии [1], основывается на предположении того, что плотность распределения некоторого нормированного случайного процесса нагрузки $\tilde{\gamma}(t)$ может быть представлена в виде (тут и далее под нормированным подразумевается процесс с нулевым средним и единичным среднеквадратичным отклонением):

$$f_\gamma(\gamma) = g_1(\gamma)\cdot\exp[-g_2(\gamma)], \qquad (4)$$

где $g_1(\bullet)$ и $g_2(\bullet)$ – некоторые функции, характеризующие форму распределения ординат случайного процесса.

Это, в свою очередь, позволяет представить известное решение В. В. Болотина [2], для среднего количества выбросов случайного процесса $\tilde{\gamma}(t)$ за некоторый детерминированный уровень γ в виде:

$$N_+(\gamma\,|\,t) = \exp\left[-g_0(\gamma,t)\right], \qquad (5)$$

$$g_0(\gamma,t) = g_2(\gamma) - \ln\left[\sqrt{2\pi}\cdot n_e\cdot t\cdot g_1(\gamma)\right]. \qquad (6)$$

Для интегральной функции распределения абсолютных максимумов случайного процесса за время T будем иметь следующее выражение:

$$F(\gamma,T) = \exp\left\{-\exp\left[-g_0(\gamma,T)\right]\right\}. \qquad (7)$$

Данная формула ассоциируется с интегральной функцией первого экстремального распределения Гумбеля [3] и переходит в неё в случае линейной зависимости аргумента γ в показателе экспоненты. Для этого будем полагать, что при некотором значении $\gamma \ge \gamma_0$ функция $g_0(\bullet)$ начинает мало отличаться от прямой пропорциональности и её корректно можно заменить касательной, проведенной в точке $\gamma = \gamma_0$. Очевидно, что уравнение касательной:

$$g_{0,\ell}(\gamma,T) = \lambda_0\cdot(\gamma-\gamma_0), \qquad (8)$$

где величины λ_0 и γ_0, по аналогии с распределением Гумбеля, будем называть характеристической интенсивностью и характеристическим максимумом случайного процесса $\tilde{\gamma}(t)$.

Характеристический максимум γ_0, в соответствии с работой В. В. Болотина [2], выберем таким образом, чтобы при $\gamma = \gamma_0$ выполнялось условие $N_+(\gamma_0\,|\,T) = 1$, а характеристическую интенсивность – исходя из геометрического смысла производной:

$$\sqrt{2\pi}\cdot n_e\cdot T\cdot g_1(\gamma_0)\cdot\exp[-g_2(\gamma_0)] = 1, \qquad (9)$$

$$\lambda_0 = g'_2(\gamma_0) - g'_1(\gamma_0)\,/\,g_1(\gamma_0). \qquad (10)$$

При таком подходе, распределение абсолютных максимумов любого случайного процесса $\tilde{\gamma}(t)$, плотность распределения которого удовлетворяет соотношению (4), можно описать распределением Гумбеля:

$$F(\gamma,T) = \exp\left\{-\exp\left[-\lambda_0\cdot(\gamma-\gamma_0)\right]\right\}. \qquad (11)$$

Из этого выражения нетрудно получить величину γ, превышение которой случайным процессом $\tilde{\gamma}(t)$ за время T невозможно с вероятностью P_{ef}:

$$\gamma_{ef} = \gamma_0 - \ln[-\ln(P_{ef})]\,/\,\lambda_0. \qquad (12)$$

Перейдя от нормированной формы представления случайного процесса $\tilde{\gamma}(t)$ к абсолютной, запишем также формулу для определения характеристического значения временной нагрузки:

$$Q_k = m(Q)\cdot\left[1 + V(Q)\cdot\gamma_{ef}\right], \qquad (13)$$

где $m(\bullet)$ и $\sigma(\bullet)$ – оговоренные нами ранее математическое ожидание и среднеквадратичное отклонение случайного процесса временной нагрузки.

Приведём далее информацию касательно случайных процессов временных нагрузок, ординаты распределения которых подчиняются нормальному закону, полиномо-экспоненциальному и закону Вейбулла (см. таблицу 1).

Модель снеговой нагрузки для территории Украины

Модель снеговой нагрузки в виде случайного процесса с плотностью распределения по полиномо-экспоненциальному закону разработана и обоснована в работах В. А. Пашинского [4] и С. Ф. Пичугина [5]. Обобщая материал этих работ, модель снеговой нагрузки уместно ограничить четырьмя модифицированными нами картами районирования территории Украины по коэфициенту вариации, математическому ожиданию, коэффициенту ассиметрии и эффективной частоте случайного процесса снеговой нагрузки. Пример одной из них приведем на рис. 1.

Нормирование характеристического значения снеговой нагрузки для заданного географического района основано на определении безразмерных коэффициентов C_0, C_1, C_2, C_3 как решение системы уравнений:

$$\begin{cases} \int\limits_{-V_{Q,S}}^{\infty} \exp[-g_2(\gamma)]d\gamma = 1; \int\limits_{-V_{Q,S}}^{\infty} (1+\gamma V_S)\exp[-g_2(\gamma)]d\gamma = 1; \\ \int\limits_{-V_{Q,S}}^{\infty} \gamma^2 \exp[-g_2(\gamma)]d\gamma = 1; \int\limits_{-V_{Q,S}}^{\infty} \gamma^3 \exp[-g_2(\gamma)]d\gamma = A_{Q,S}, \end{cases} \tag{14}$$

где $V_{Q,S}$, $A_{Q,S}$ – коэффициент вариации и асимметрии случайного процесса снеговой нагрузки, определяемые по картам.

Таблица 1. Параметры моделей временных нагрузок

Величина	Случайный процесс с распределением ординат по закону		
	нормальному	полиномо-экспоненциальному	Вейбулла
$g_1(\gamma)$	$1/\sqrt{2\pi}$	1,0	$dg_2(\gamma)/d\gamma$
$g_2(\gamma)$	$0,5\gamma^2$	$-(C_0 + C_1\gamma + C_1\gamma^2 + C_3\gamma^3)$	$(1+\gamma \cdot V_w)^{\beta_w} \cdot \Gamma^{\beta_w}$

где C_0, C_1, C_2, C_3, β_W, V_W – параметры моделей нагрузок.

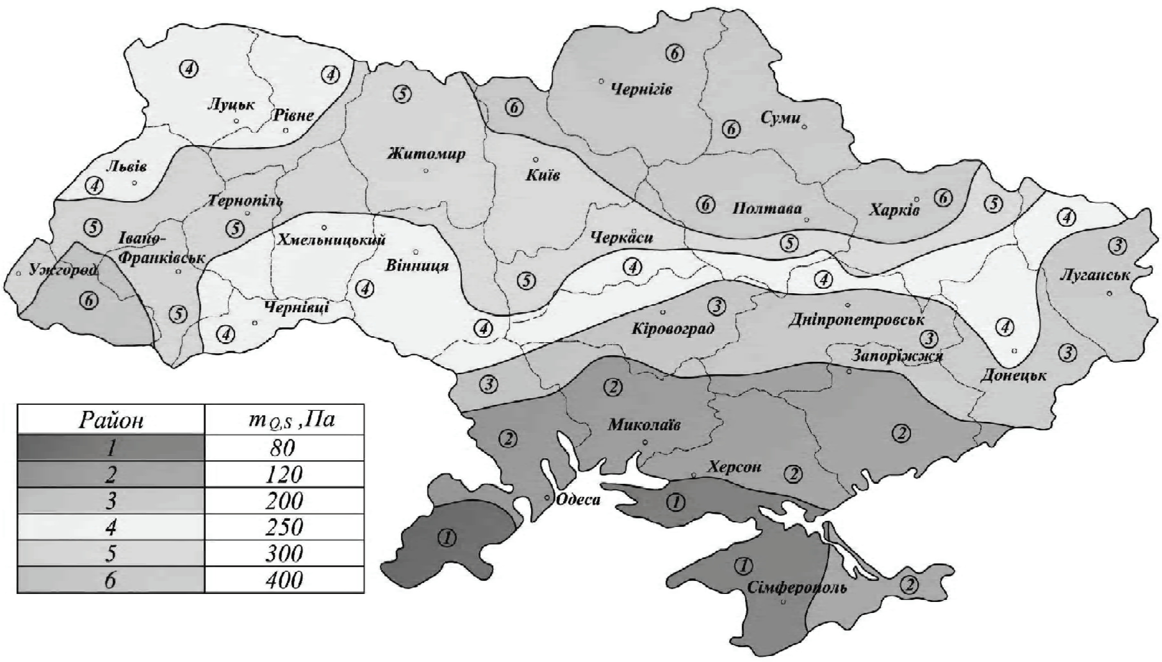

Рисунок 1. Районирование территории Украины по математическому ожиданию случайного процесса снеговой нагрузки.

Модель ветровой нагрузки (статика) для территории Украины

Для модели ветровой нагрузки также воспользуемся работами В. А. Пашинского и С. Ф. Пичугина [4, 5]. Модель, без утраты информативности, ограничим картами районирования по коэффициенту вариации и математическому ожиданию случайного процесса ветровой нагрузки, приняв для всей территории Украины постоянную эффективную частоту $n_e(Q_W) = n_{Q,W} = 0,9$ день$^{-1}$. Пример карты районирования приведен на рис. 2.

Нормирование характеристического значения ветровой нагрузки выполним, основываясь на том, что для случайного процесса с распределением ординаты по закону Вейбулла функции $g_1(\gamma)$ и $g_2(\gamma)$ имеют вид:

$$g_2(\gamma) = (1 + \gamma \cdot V_{Q,W})^{\beta_W} \cdot \Gamma^{\beta_W}, \qquad (15)$$

$$g_1(\gamma) = dg_2(\gamma) / d\gamma = \\ = V_{Q,W} \cdot \beta_W \cdot \Gamma^{\beta_W} \cdot (1 + \gamma \cdot V_{Q,W})^{\beta_W - 1}, \qquad (16)$$

где $\Gamma^{\beta_W} = \Gamma(1 + \beta_W^{-1})^{\beta_W}$ – неполная гамма-функция;

β_W и $V_{Q,W}$ – соответственно параметр формы распределения Вейбулла и коэффициент вариации случайного процесса ветровой нагрузки, связанные между собой соотношением вида:

$$V_{Q,W}^2 = \Gamma(1 + 2\beta_W^{-1}) / \Gamma(1 + \beta_W^{-1})^2 - 1. \qquad (17)$$

В связи с тем, что из данного уравнения невозможно в явном виде выразить коэффициент β_W, оно должно решаться численно по известному коэффициенту вариации $V_{Q,W}$, числовые значения которого для заданного географического района Украины приведены на карте рис. 2.

Модель сочетания снеговой и ветровой нагрузки

Модель сочетания переменных нагрузок, представленных техникой случайных процессов, разработана в работах [5, 6], к которым и адресуем за более детальной информацией.

Одновременное действие нескольких нагрузок на конструкцию приводит к тому, что случайный процесс её суммарной реакции $\tilde{E}(t)$ является линейной комбинацией (здесь и далее задача рассматривается именно в линейной

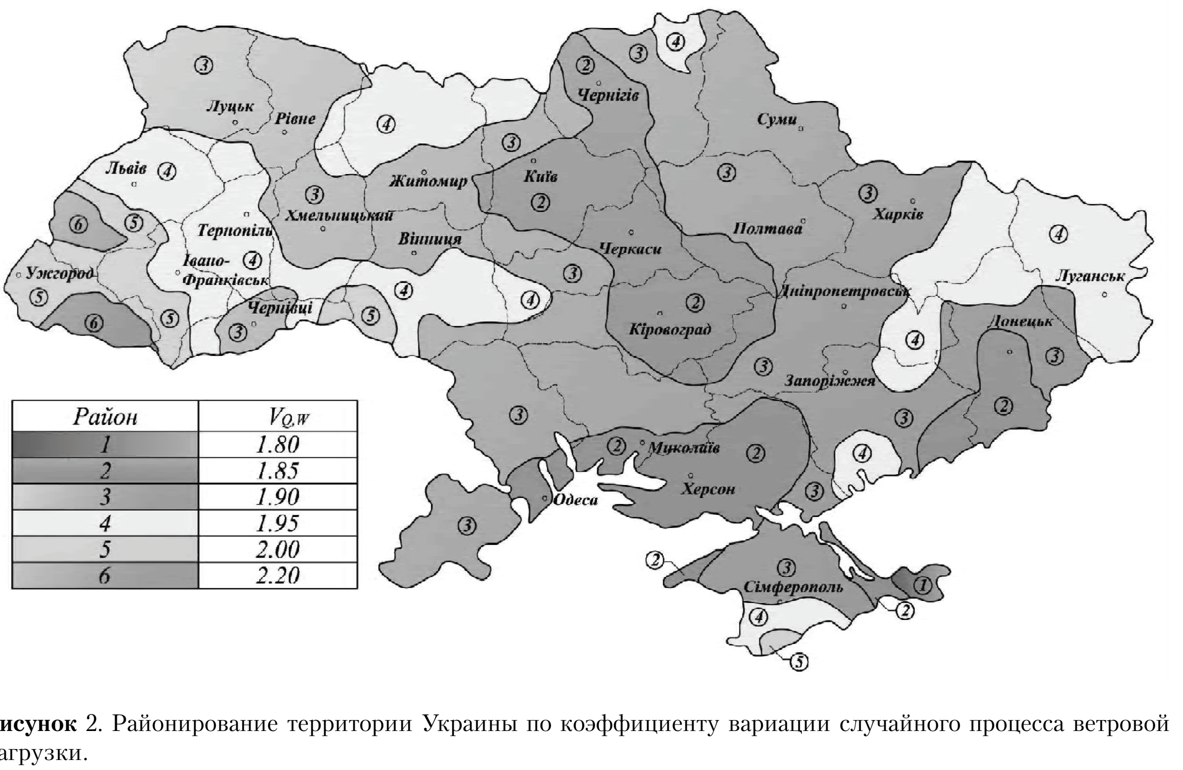

Рисунок 2. Районирование территории Украины по коэффициенту вариации случайного процесса ветровой нагрузки.

постановке) случайных процессов реакций отдельных загружений:

$$\tilde{E}(t) = \tilde{E}_S(t) + \tilde{E}_W(t) = \alpha_S \cdot \tilde{Q}_S(t) + \alpha_W \cdot \tilde{Q}_W(t), \quad (18)$$

где α_S и α_W – коэффициенты влияния соответственно снеговой и ветровой нагрузки (реакция конструкции на единичную нагрузку).

Оценка необходимых статистических характеристик случайного процесса $\tilde{E}(t)$ осуществляется по нижеследующим формулам (математическое ожидание, среднеквадратичное отклонение, эффективная частота):

$$m_E = \alpha_S \cdot m_{Q,S} + \alpha_W \cdot m_{Q,W}, \quad (19)$$

$$\sigma_E = \sqrt{\alpha_S^2 \cdot \sigma_{Q,S}^2 + \alpha_W^2 \cdot \sigma_{Q,W}^2} = \alpha_S \cdot \sigma_{Q,S} \cdot D_{SW}, \quad (20)$$

$$n_E = \frac{\sqrt{n_{Q,S}^2 \cdot \alpha_S^2 \cdot \sigma_{Q,S}^2 + n_{Q,W}^2 \cdot \alpha_W^2 \cdot \sigma_{Q,W}^2}}{\sigma_E} = \frac{n_{Q,S}}{D_{SW}} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\theta_{WS}}{p_{SW}}\right)^2}. \quad (21)$$

Вид плотности распределения ординат случайного процесса суммарной реакции в нормированной форме имеет вид (формулы (22)):

$$f_\gamma(\gamma) = D_{SW} \beta_W V_{Q,W} \int_{Z_1}^{Z_2} \frac{Q(Z)}{1 + Z V_{Q,W}} \exp[C_0 + C_1 E(Z) + C_2 E^2(Z) + C_3 E^3(Z) - Q(Z)] dZ,$$

$$Q(Z) = \left(1 + Z V_{Q,W}\right)^{\beta_W} \Gamma^{\beta_W}, \; E(Z) = D_{SW}\gamma - \frac{Z}{p_{SW}},$$

$$Z_1 = -1/V_{Q,W}, \; Z_2 = p_{SW} \cdot (D_{SW}\gamma + 1/V_{Q,S}),$$

$$p_{SW} = \frac{\alpha_S \cdot \sigma_{Q,S}}{\alpha_W \cdot \sigma_{Q,W}}, \; \theta_{WS} = n_{Q,W} / n_{Q,S}, \quad (22)$$

$$D_{SW} = \sqrt{1 + p_{SW}^{-2}}.$$

Следует отметить, что коэффициенты влияния α_S и α_W могут иметь разнообразное количественное и качественное описание, что не позволяет сформулировать обобщённые выводы. Для этих целей целесообразней ввести в рассмотрение безразмерный коэффициент, известный под названием «доля влияния нагрузки». Уместность рассмотрения именно этого коэффициента объясняется, с одной стороны, диапазоном его возможных значений (от 0 до 1), с другой – возможностью описать разные расчётные ситуации. На языке формул дадим следующее определение доли влияния соответственно снеговой и ветровой нагрузки:

$$C_S = \frac{E_{k,S}}{E_{k,S} + E_{k,W}} = \frac{\alpha_S \cdot Q_{k,S}}{\alpha_S \cdot Q_{k,S} + \alpha_W \cdot Q_{k,W}} = \frac{1}{1 + \dfrac{\alpha_W \cdot Q_{k,W}}{\alpha_S \cdot Q_{k,S}}}, \quad (23)$$

$$C_W = \frac{E_{k,W}}{E_{k,S} + E_{k,W}} = \frac{\alpha_W \cdot Q_{k,W}}{\alpha_S \cdot Q_{k,S} + \alpha_W \cdot Q_{k,W}} = \frac{1}{1 + \dfrac{\alpha_S \cdot Q_{k,S}}{\alpha_W \cdot Q_{k,W}}}. \quad (24)$$

Учтём тот факт, что согласно (13) характеристические значения снеговой $Q_{k,S}$ и ветровой $Q_{k,W}$ нагрузок могут быть представлены в виде:

$$Q_{k,S} = m_{Q,S} \cdot \xi_S, \qquad Q_{k,W} = m_{Q,W} \cdot \xi_W, \quad (25)$$

где ξ_S и ξ_W – безразмерные коэффициенты обеспеченности характеристических значений нагрузок:

$$\xi_S = 1 + V_{Q,S} \cdot \gamma_{ef,S}, \qquad \xi_W = 1 + V_{Q,W} \cdot \gamma_{ef,W}. \quad (26)$$

Подставляя (25) поочерёдно в (23) и (24), с учётом введенных переменных ξ_S и ξ_W, получим:

$$C_S = \frac{1}{1 + \dfrac{1}{p_{SW}} \cdot \dfrac{V_{Q,S} \cdot \xi_W}{V_{Q,W} \cdot \xi_S}},$$

$$C_W = \frac{1}{1 + p_{SW} \cdot \dfrac{V_{Q,W} \cdot \xi_S}{V_{Q,S} \cdot \xi_W}}. \qquad (27)$$

Из формул (27) легко выразить коэффициент p_{SW}, используемый при описании статистических свойств случайного процесса суммарной реакции:

$$p_{SW} = \frac{V_{Q,S}}{V_{Q,W}} \cdot \frac{\xi_W}{\xi_S} \cdot \left(\frac{C_S}{1 - C_S} \right), \vee$$
$$p_{SW} = \frac{V_{Q,S}}{V_{Q,W}} \cdot \frac{\xi_W}{\xi_S} \cdot \left(\frac{1 - C_W}{C_W} \right). \qquad (28)$$

После определения статистических характеристик случайного процесса суммарной реакции модель сочетания снеговой и ветровой нагрузок резюмируется вычислением характеристического максимума и характеристической интенсивности по формулам:

корень уравнения:

$$\sqrt{2\pi} \cdot n_e(E) \cdot T \cdot f_\gamma(\gamma_{0,E}) = 1, \qquad (29)$$

$$\lambda_{0,E} = -\frac{1}{f_\gamma(\gamma_{0,E})} \frac{d}{d\gamma} [f_\gamma(\gamma)] \Big|_{\gamma = \gamma_{0,E}}. \qquad (30)$$

Расчётное значение суммарной реакции конструкции можно будет отыскать, используя выражения, подобные (12) и (13):

$$\gamma_{ef,E} = \gamma_{0,E} - \ln[-\ln(P_{ef})] / \lambda_{0,E}. \qquad (31)$$

$$E_k = m_E + \sigma_E \cdot \gamma_{ef,E}. \qquad (32)$$

Выполнив ряд алгебраических упрощений, окончательно получим:

$$E_k = \alpha_S \cdot \sigma_{Q,S} \times$$
$$\times \left[\frac{1}{V_{Q,S}} + \frac{1}{p_{SW} \cdot V_{Q,W}} + D_{SW} \cdot \gamma_{ef,E} \right]. \qquad (33)$$

Модель единого коэффициента сочетания снеговой и ветровой нагрузок

Коэффициент сочетания ψ учитывает пониженную вероятность одновременной реализации максимальных значений различных временных нагрузок. Как правило, коэффициент ψ определяется из условия равной обеспеченности суммарной реакции конструкции и её реакций на отдельные загружения. Используемая при этом формула имеет следующий вид:

$$\psi_0 = E_k / (E_{k,S} + E_{k,W}). \qquad (34)$$

Подставив в формулу (34) выражения (25) и (33) с учётом (23), (24) и (26), перейдём к более удобной «относительной» форме записи:

$$\psi_0 = \frac{C_S}{\xi_S} + \frac{1 - C_S}{\xi_W} \cdot \eta_{SW}, \qquad (35)$$

$$\eta_{SW} = 1 + V_{Q,W} \cdot \gamma_{ef,E} \times$$
$$\times \sqrt{1 + \frac{V_{Q,S}^2 \cdot \xi_W^2}{V_{Q,W}^2 \cdot \xi_S^2} \cdot \left(\frac{C_S}{1 - C_S} \right)^2}. \qquad (36)$$

Модель раздельного коэффициента сочетания снеговой и ветровой нагрузок

Раздельное нормирование коэффициента сочетания предусматривает использование двух выражений:

$$\psi_{0,A} = \frac{E_k - E_{k,S}}{E_{k,W}} \text{ или } \psi_{0,B} = \frac{E_k - E_{k,W}}{E_{k,S}}, \qquad (37)$$

т. е. коэффициент сочетания вводится как множитель к реакции, вызываемой только ветровой либо снеговой нагрузкой.

В относительной форме записи эти выражения приобретают вид:

$$\psi_{0,A} = \left(\frac{1 - \xi_S}{\xi_S} \right) \cdot \left(\frac{C_S}{1 - C_S} \right) + \frac{\eta_{SW}}{\xi_W},$$
$$\psi_{0,B} = \frac{1}{\xi_S} + \left(\frac{1 - C_S}{C_S} \right) \cdot \left[\frac{\eta_{SW}}{\xi_W} - 1 \right]. \qquad (38)$$

Выполненные расчёты для всех регионов Украины показали, что минимальные значения общего коэффициента сочетания находятся в пределах $\psi_0 = 0,70 \div 0,85$. Для случая раздельного нормирования коэффициента сочетания значения несколько ниже и в зависимости от доли влияния снеговой (ветровой) нагрузки составляют: $\psi_{0,A} = \psi_{0,B} = 0,5 \div 1,0$. Это свидетельствует о том, что рекомендуемое нормами EN [7] значение $\psi_0 = 0,7$ по сути выступает осреднённой характеристикой совместного действия снеговой и ветровой нагрузок, которое может быть изменено в меньшую или большую сторону.

Обоснование надёжности формулы 6.10 на примере постоянной и двух временных нагрузок (снеговой и ветровой)

Согласно общеевропейским нормам [7] расчётное значение суммарной реакции конструкции может быть определено по формулам (опуская слагаемое для предварительного напряжения):

$$E_d = \alpha_G \cdot \gamma_{Q,G} \cdot G_k + \alpha_S \cdot \gamma_{Q,S} \cdot Q_{k,S} + +\alpha_W \cdot \gamma_{Q,W} \cdot \psi_{0,A} \cdot Q_{k,W}, \quad (39)$$

$$E_d = \alpha_G \cdot \gamma_{Q,G} \cdot G_k + \alpha_W \cdot \gamma_{Q,W} \cdot Q_{k,W} + +\alpha_S \cdot \gamma_{Q,S} \cdot \psi_{0,B} \cdot Q_{k,S}, \quad (40)$$

где α_G, α_S и α_W – коэффициенты влияния для соответствующей нагрузки (см. выше).

Согласно идеологии метода предельных состояний конструкция может считаться надёжной, если удовлетворяется неравенство вида:

$$A_d \cdot R_k / \gamma_m \geq E_d, \quad (41)$$

где A_d – некоторая условная характеристика поперечного сечения конструкции (площадь, момент сопротивления, момент инерции и т. п.);

R_k – характеристическое значение несущей способности конструкции в пространстве напряжений при одноосном напряжённом состоянии;

γ_m – коэффициент надёжности характеристического значения R_k.

Рассматривая предельный случай выполнения неравенства (41) совместно с формулами (39) и (40), можно записать два выражения для характеристики поперечного сечения A_d:

$$A_{d,A} = \frac{\alpha_G \cdot \gamma_{Q,G} \cdot G_k + \alpha_S \cdot \gamma_{Q,S} \cdot Q_{k,S} + \alpha_W \cdot \gamma_{Q,W} \cdot \psi_{0,A} \cdot Q_{k,W}}{R_k / \gamma_m}, \quad (42)$$

$$A_{d,B} = \frac{\alpha_G \cdot \gamma_{Q,G} \cdot G_k + \alpha_W \cdot \gamma_{Q,W} \cdot Q_{k,W} + \alpha_S \cdot \gamma_{Q,S} \cdot \psi_{0,B} \cdot Q_{k,S}}{R_k / \gamma_m}. \quad (43)$$

Выразим характеристические значения G_k, R_k через их вероятностные характеристики, учитывая что $Q_{k,S}$, $Q_{k,W}$ определяются по формулам (25):

$$G_k = m_G \cdot \xi_G, \quad R_k = m_R \cdot \xi_R, \quad (44)$$

$$\xi_G = 1 \pm \gamma_G V_G, \; \xi_R = 1 - \gamma_R V_R, \quad (45)$$

где V_G и V_R – соответственно коэффициенты вариации постоянной нагрузки и несущей способности конструкции;

γ_G и γ_R – квантили соответствующих случайных величин.

Также воспользуемся удобными безразмерными коэффициентами долей влияния нагрузок:

$$C_G = \frac{\alpha_G \cdot \gamma_{Q,G} \cdot G_k}{\alpha_G \cdot \gamma_{Q,G} \cdot G_k + \alpha_S \cdot \gamma_{Q,S} \cdot Q_{k,S} + \alpha_W \cdot \gamma_{Q,W} \cdot Q_{k,W}}, \quad (46)$$

$$C_S = \frac{\alpha_S \cdot \gamma_{Q,S} \cdot Q_{k,S}}{\alpha_G \cdot \gamma_{Q,G} \cdot G_k + \alpha_S \cdot \gamma_{Q,S} \cdot Q_{k,S} + \alpha_W \cdot \gamma_{Q,W} \cdot Q_{k,W}}, \quad (47)$$

$$C_W = \frac{\alpha_W \cdot \gamma_{Q,W} \cdot Q_{k,W}}{\alpha_G \cdot \gamma_{Q,G} \cdot G_k + \alpha_S \cdot \gamma_{Q,S} \cdot Q_{k,S} + \alpha_W \cdot \gamma_{Q,W} \cdot Q_{k,W}}. \quad (48)$$

Подставляя (25), (44), (45) поочерёдно в выражения (46)–(48), получим следующее:

$$C_G = \frac{\frac{\alpha_G}{\alpha_S} \cdot \gamma_{Q,G} \cdot m_G \cdot \xi_G}{\frac{\alpha_G}{\alpha_S} \cdot \gamma_{Q,G} \cdot m_G \cdot \xi_G + \gamma_{Q,S} \cdot m_{Q,S} \cdot \xi_S + \frac{\alpha_W}{\alpha_S} \cdot \gamma_{Q,W} \cdot m_{Q,W} \cdot \xi_W}, \quad (49)$$

$$C_S = \frac{\gamma_{Q,S} \cdot m_{Q,S} \cdot \xi_S}{\frac{\alpha_G}{\alpha_S} \cdot \gamma_{Q,G} \cdot m_G \cdot \xi_G + \gamma_{Q,S} \cdot m_{Q,S} \cdot \xi_S + \frac{\alpha_W}{\alpha_S} \cdot \gamma_{Q,W} \cdot m_{Q,W} \cdot \xi_W}, \quad (50)$$

$$C_W = \frac{\frac{\alpha_W}{\alpha_S} \cdot \gamma_{Q,W} \cdot m_{Q,W} \cdot \xi_W}{\frac{\alpha_G}{\alpha_S} \cdot \gamma_{Q,G} \cdot m_G \cdot \xi_G + \gamma_{Q,S} \cdot m_{Q,S} \cdot \xi_S + \frac{\alpha_W}{\alpha_S} \cdot \gamma_{Q,W} \cdot m_{Q,W} \cdot \xi_W}. \quad (51)$$

Из (49) и (50), учитывая, что $C_G + C_S + C_W = 1$, нетрудно получить очень полезные для последующих выкладок соотношения:

$$\eta_\alpha = \frac{\alpha_W \cdot m_{Q,W}}{\alpha_S \cdot m_{Q,S}} = \frac{\gamma_{Q,S} \cdot \xi_S \cdot C_W}{\gamma_{Q,W} \cdot \xi_W \cdot C_S}, \quad (52)$$

$$\eta_\beta = \frac{\alpha_G \cdot m_G}{\alpha_S \cdot m_{Q,S}} = \frac{\gamma_{Q,S} \cdot \xi_S \cdot C_G}{\gamma_{Q,G} \cdot \xi_G \cdot C_S}. \quad (53)$$

Оценку надёжности конструкций будем выполнять в соответствии с методикой, обоснованной и подробно изложенной в монографии [1]. В основу методики положены следующие предпосылки:

· несущая способность конструкции и постоянная нагрузка – случайные величины с нормальным законом распределения;

· постоянная нагрузка рассматривается как величина, вычитаемая из несущей способности конструкции. Это позволяет перейти к рассмотрению случайной величины приведенной несущей способности R_{ef} со следующими статистическими характеристиками:

$$m_{R,ef} = m_R \cdot A_d - \alpha_G \cdot m_G, \quad (54)$$

$$\sigma_{R,ef} = \sqrt{m_R^2 \cdot V_R^2 \cdot A_d^2 + \alpha_G^2 \cdot m_G^2 \cdot V_G^2}; \quad (55)$$

· суммарная реакция конструкции от действия всех временных нагрузок, описанных техникой случайных процессов, также является случайным процессом, абсолютные (глобальные) максимумы которых описываются двойным экспоненциальным распределением Гумбеля. Последняя ремарка позволяет нам при описании максимальных значений реакции, вызванной действием снеговой и ветровой нагрузками, использовать, полученные ранее по формулам (29) и (30) величины $\gamma_{0,E}$, $\lambda_{0,E}$;

· вероятность безотказной работы конструкции вычисляется по формуле:

$$P(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \times \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\exp\left(-A_S \cdot \gamma - B_S\right) - \frac{\gamma^2}{2}\right] d\gamma, \quad (56)$$

где A_S и B_S – безразмерные коэффициенты:

$$A_S = \frac{\pi}{\sqrt{6}} \cdot p_S, \qquad B_S = \frac{\pi}{\sqrt{6}} \cdot \left(\frac{k_S - 1}{V_{E,\max}}\right) + C_{Ei}. \quad (57)$$

В формулах (57) использованы следующие обозначения:

$C_{Ei} \approx 0{,}577$ – постоянная Эйлера – Маскерони;

$V_{E,\max} = \sigma_{E,\max} / m_{E,\max}$ – коэффициент вариации случайной величины максимумов реакции конструкции на действие временных нагрузок;

$p_S = \sigma_{R,ef} / \sigma_{E,\max}$ и $k_S = m_{R,ef} / m_{E,\max}$ – отношение среднеквадратичных отклонений и математических ожиданий случайных величин приведенной несущей способности и максимумов реакции конструкции при действии временных нагрузок.

Таким образом, надёжность конструкции, которая в данной ситуации отождествляется с вероятностью безотказной работы $P(t)$, однозначно определяется тремя безразмерными параметрами $V_{E,\max}$, p_S и k_S. Рассмотрим поочерёдно их формульное представление, предварительно записав выражения для статистических характеристик $\sigma_{E,\max}$ и $m_{E,\max}$:

$$m_{E,\max} = \mu_\gamma \cdot m_E, \qquad \sigma_{E,\max} = \mu_\lambda \cdot \sigma_E, \tag{58}$$

где m_E и σ_E – математическое ожидание и стандарт случайного процесса суммарной реакции конструкции, определяемые по формулам (19) и (18) соответственно;

μ_γ и μ_λ – безразмерные коэффициенты, необходимые для перехода от соответствующих характеристик случайного процесса к характеристикам его максимальных значений за интересующий период времени T [1]:

$$\mu_\gamma = 1 + V_E \cdot \left(\gamma_{0,E} + \frac{C_{Ei}}{\lambda_{0,E}} \right), \qquad \mu_\lambda = \frac{\pi}{\lambda_{0,E} \cdot \sqrt{6}}. \tag{59}$$

Для коэффициента вариации $V_{E,\max}$ теперь можем легко записать с учётом введённого в (52) сокращения η_α:

$$V_{E,\max} = \frac{\sigma_{E,\max}}{m_{E,\max}} = \frac{\mu_\lambda \cdot \sigma_E}{\mu_\gamma \cdot m_E} = \frac{\mu_\lambda}{\mu_\gamma} \cdot \frac{\sqrt{\alpha_S^2 \cdot V_{Q,S}^2 \cdot m_{Q,S}^2 + \alpha_W^2 \cdot V_{Q,W}^2 \cdot m_{Q,W}^2}}{\alpha_S \cdot m_{Q,S} + \alpha_W \cdot m_{Q,W}}.$$

После ряда алгебраических преобразований получим:

$$V_{E,\max} = \frac{\mu_\lambda}{\mu_\gamma} \cdot \frac{\sqrt{V_{Q,S}^2 + V_{Q,W}^2 \cdot \eta_\alpha^2}}{1 + \eta_\alpha}. \tag{60}$$

Для отношения стандартов p_S с использованием сокращения (53) была получена формула вида:

$$p_S = \frac{\sigma_{R,ef}}{\sigma_{E,\max}} = \frac{1}{\mu_\lambda} \cdot \sqrt{\frac{m_R^2 \cdot V_R^2 \cdot A_d^2 + \alpha_G^2 \cdot m_G^2 \cdot V_G^2}{\alpha_S^2 \cdot \sigma_{Q,S}^2 + \alpha_W^2 \cdot \sigma_{Q,W}^2}}.$$

Подстановка в данную формулу вместо A_d выражений (42) и (43) приведёт нас к двум результатам для отношения стандартов p_S:

$$p_{S,A} = \frac{1}{\mu_\lambda} \cdot \sqrt{\frac{\frac{V_R^2 \cdot \gamma_m^2}{\xi_R^2} \cdot \left(\gamma_{Q,G} \cdot \xi_G \cdot \eta_\beta + \gamma_{Q,S} \cdot \xi_S + \gamma_{Q,W} \cdot \xi_W \cdot \psi_{0,A} \cdot \eta_\alpha \right)^2 + V_G^2 \cdot \eta_\beta^2}{V_{Q,S}^2 + V_{Q,W}^2 \cdot \eta_\alpha^2}}, \tag{61}$$

$$p_{S,B} = \frac{1}{\mu_\lambda} \cdot \sqrt{\frac{\frac{V_R^2 \cdot \gamma_m^2}{\xi_R^2} \cdot \left(\gamma_{Q,G} \cdot \xi_G \cdot \eta_\beta + \gamma_{Q,S} \cdot \xi_S \cdot \psi_{0,B} + \gamma_{Q,W} \cdot \xi_W \cdot \eta_\alpha \right)^2 + V_G^2 \cdot \eta_\beta^2}{V_{Q,S}^2 + V_{Q,W}^2 \cdot \eta_\alpha^2}}. \tag{62}$$

Из аналогичных соображений нетрудно вывести двухстороннюю оценку для отношений математических ожиданий k_S:

$$k_S = \frac{m(R_{ef})}{m(S_{\max})} = \frac{1}{\mu_\gamma} \cdot \frac{m_R \cdot A_d - \alpha_G \cdot m_G}{\alpha_S \cdot m_{Q,S} + \alpha_W \cdot m_{Q,W}}, \tag{63}$$

$$k_{S,A} = \frac{1}{\mu_\gamma} \cdot \frac{\frac{\gamma_m}{\xi_R} \cdot \left(\gamma_{Q,G} \cdot \xi_G \cdot \eta_\beta + \gamma_{Q,S} \cdot \xi_S + \gamma_{Q,W} \cdot \xi_W \cdot \psi_{0,A} \cdot \eta_\alpha \right) - \eta_\beta}{1 + \eta_\alpha},$$

$$k_{S,B}=\frac{1}{\mu_\gamma}\cdot\frac{\frac{\gamma_m}{\xi_R}\cdot\left(\gamma_{Q,G}\cdot\xi_G\cdot\eta_\beta+\gamma_{Q,S}\cdot\xi_S\cdot\psi_{0,B}+\gamma_{Q,W}\cdot\xi_W\cdot\eta_\alpha\right)-\eta_\beta}{1+\eta_\alpha}. \quad (64)$$

Напомним, что необходимость рассмотрения двух выражений для отношения стандартов $p_{S,A}$, $p_{S,B}$ и отношений математических ожиданий $k_{S,A}$, $k_{S,B}$ обусловлена тем, что редукционный коэффициент ψ_0 следует вводить как множитель к неосновной временной нагрузке, т. е. если $C_S > C_W$, то при оценке вероятности безотказной работы следует использовать зависимости (61) и (63), если наоборот $C_S < C_W$ – зависимости (62) и (64).

Обоснование надёжности формул 6.10a и 6.10b на примере постоянной и двух временных нагрузок (снеговой и ветровой)

Общая процедура оценки надёжности принимается такой, как в предыдущем параграфе, за исключением формульной оценки параметров p_S и k_S. В этом случае для формулы Eurocode (6.10a) имеем:

$$p_{S,C}=\frac{1}{\mu_\lambda}\cdot\sqrt{\frac{\frac{V_R^2\cdot\gamma_m^2}{\xi_R^2}\cdot\left[\gamma_{Q,G}\cdot\xi_G\cdot\eta_\beta+\psi_{0,C}\cdot\left(\gamma_{Q,S}\cdot\xi_S+\gamma_{Q,W}\cdot\xi_W\cdot\eta_\alpha\right)\right]^2+V_G^2\cdot\eta_\beta^2}{V_{Q,S}^2+V_{Q,W}^2\cdot\eta_\alpha^2}}, \quad (65)$$

$$k_{S,C}=\frac{1}{\mu_\gamma}\cdot\frac{\frac{\gamma_m}{\xi_R}\cdot\left[\gamma_{Q,G}\cdot\xi_G\cdot\eta_\beta+\psi_{0,C}\cdot\left(\gamma_{Q,S}\cdot\xi_S+\gamma_{Q,W}\cdot\xi_W\cdot\eta_\alpha\right)\right]-\eta_\beta}{1+\eta_\alpha}. \quad (66)$$

Для формулы Eurocode (6.10b), ввиду того, что любая из двух временных нагрузок (снеговая и ветровая) может выступать в роли основной (ведущей), необходимо, подобно формулам (61), (62) и (63), (64), рассматривать двустороннюю оценку:

$$p_{S,D}=\frac{1}{\mu_\lambda}\cdot\sqrt{\frac{\frac{V_R^2\cdot\gamma_m^2}{\xi_R^2}\cdot\left(\xi\cdot\gamma_{Q,G}\cdot\xi_G\cdot\eta_\beta+\gamma_{Q,S}\cdot\xi_S+\gamma_{Q,W}\cdot\xi_W\cdot\psi_{0,A}\cdot\eta_\alpha\right)^2+V_G^2\cdot\eta_\beta^2}{V_{Q,S}^2+V_{Q,W}^2\cdot\eta_\alpha^2}}, \quad (67)$$

$$p_{S,E}=\frac{1}{\mu_\lambda}\cdot\sqrt{\frac{\frac{V_R^2\cdot\gamma_m^2}{\xi_R^2}\cdot\left(\xi\cdot\gamma_{Q,G}\cdot\xi_G\cdot\eta_\beta+\gamma_{Q,S}\cdot\xi_S\cdot\psi_{0,B}+\gamma_{Q,W}\cdot\xi_W\cdot\eta_\alpha\right)^2+V_G^2\cdot\eta_\beta^2}{V_{Q,S}^2+V_{Q,W}^2\cdot\eta_\alpha^2}}, \quad (68)$$

$$k_{S,D}=\frac{1}{\mu_\gamma}\cdot\frac{\frac{\gamma_m}{\xi_R}\cdot\left(\xi\cdot\gamma_{Q,G}\cdot\xi_G\cdot\eta_\beta+\gamma_{Q,S}\cdot\xi_S+\gamma_{Q,W}\cdot\xi_W\cdot\psi_{0,A}\cdot\eta_\alpha\right)-\eta_\beta}{1+\eta_\alpha}, \quad (69)$$

$$k_{S,E}=\frac{1}{\mu_\gamma}\cdot\frac{\frac{\gamma_m}{\xi_R}\cdot\left(\xi\cdot\gamma_{Q,G}\cdot\xi_G\cdot\eta_\beta+\gamma_{Q,S}\cdot\xi_S\cdot\psi_{0,B}+\gamma_{Q,W}\cdot\xi_W\cdot\eta_\alpha\right)-\eta_\beta}{1+\eta_\alpha}, \quad (70)$$

где ξ – понижающий коэффициент для неблагоприятных постоянных воздействий, принимаемый далее $\xi=0,85$ (минимально возможное значение, рекомендуемое нормами [7]).

Выражения (65)–(70) используются в общих формулах оценки надёжности (56), (57) при инвариантом по отношению к формулам Eurocode (6.10), (6.10a), (6.10b) коэффициенте вариации (60).

Сравнительная оценка формул Eurocode (6.10) и (6.10a), (6.10b)

Для оценки уровня надёжности, который обеспечивают формула Eurocode (6.10), с одной стороны, и тандем формул (6.10a), (6.10b), с другой, использовалась методика, изложенная выше. В качестве основного показателя надёжности был принят квантиль нормального распределения β, широко известный под термином «индекс надёжности». Обобщённые результаты расчёта приведены на рис. 3–5 при разных значениях коэффициентов $\gamma_{Q,S}$, $\gamma_{Q,W}$, $\gamma_{Q,G}$, ψ_0 и коэффициентов долей влияния C_S, C_G, $C_W = 1 - C_G - C_S$.

Из рисунков можно сформулировать следующие выводы:

- формула Eurocode (6.10) с рекомендованными EN 1990 значениями коэффициентов $\gamma_Q = 1,5$, $\gamma_{Q,G} = 1,35$, $\psi_0 = 0,7$ обеспечивает в большинстве случаев уровень надёжности, превышающий нормативный показатель $\beta_{\ell im} = 3,8$. Исключение составляют расчётные ситуации с небольшими значениями доли влияния постоянной нагрузки C_G. По мере роста доли влияния C_G индекс надёжности возрастает и при $C_G > 0,2$ превышает нормативный показатель $\beta_{\ell im} = 3,8$ при любых значениях доли влияния снеговой нагрузки C_S;
- формула Eurocode (6.10b) приблизительно обеспечивает тот же уровень надёжности, что и формула (6.10), но этот уровень немного ниже. Разница в оценке индекса надёжности на основе формул (6.10) и (6.10b) усиливается с ростом доли влияния постоянной нагрузки;
- формула Eurocode (6.10a) обеспечивает меньшую надёжность конструкций, особенно при небольших долях влияния C_G постоянной нагрузки. В частности при $C < 0,1$ индекс надёжности β для большинства расчётных ситуаций оказывается ниже уровня 3,8;
- формулы Eurocode (6.10) и (6.10b) с уменьшенными значениями коэффициентов $\gamma_Q = 1,4$, $\gamma_{Q,G} = 1,2$, $\psi_0 = 0,6$ в принципе обеспечивают в большинстве случаев требуемый уровень надёжности $\beta_{\ell im} = 3,8$. Исключения составляют ситуации, когда в суммарном спектре реакции конструкции преобладает ветровая нагрузка при относительно малом проценте постоянной $C_G < 0,2$ и снеговой $C_S < 0,2$. Однако несмотря на это, индекс надёжности не опускается ниже уровня 3,0;
- формула Eurocode (6.10a) с уменьшенными значениями коэффициентов $\gamma_Q = 1,4$, $\gamma_{Q,G} = 1,2$, $\psi_0 = 0,6$ в большинстве случаев не обеспечивает требуемый уровень надёжности $\beta_{\ell im} = 3,8$ и не может быть рекомендована для практического использования.

Надёжность конструкций, запроектированных по ДБН на действие постоянной и двух временных нагрузок (снеговой и ветровой)

Процедура оценки надёжности конструкций, запроектированных в соответствии с государственными нормами Украины ДБН, выполняется по описанной выше процедуре с той разницей, что для безразмерных отношений p_S и k_S используются выражения:

$$p_{S,DBN} = \frac{1}{\mu_\lambda} \cdot \sqrt{\frac{\frac{V_R^2 \cdot \gamma_m^2 \cdot \gamma_n}{\xi_R^2} \cdot \left[\gamma_{Q,G} \cdot \xi_G \cdot \eta_\beta + \psi_{DBN} \cdot \left(\gamma_{f,S} \cdot \xi_S + \gamma_{f,W} \cdot \xi_W \cdot \eta_\alpha\right)\right]^2 + V_G^2 \cdot \eta_\beta^2}{V_{Q,S}^2 + V_{Q,W}^2 \cdot \eta_\alpha^2}}, \tag{71}$$

$$k_{S,DBN} = \frac{1}{\mu_\gamma} \cdot \frac{\frac{\gamma_m \cdot \gamma_n}{\xi_R} \cdot \left[\gamma_{Q,G} \cdot \xi_G \cdot \eta_\beta + \psi_{DBN} \cdot \left(\gamma_{f,S} \cdot \xi_S + \gamma_{f,W} \cdot \xi_W \cdot \eta_\alpha\right)\right] - \eta_\beta}{1 + \eta_\alpha}, \tag{72}$$

C_G $\gamma_{Q,W} = \gamma_{Q,S} = 1,5$ $\gamma_{Q,W} = \gamma_{Q,S} = 1,0$

0

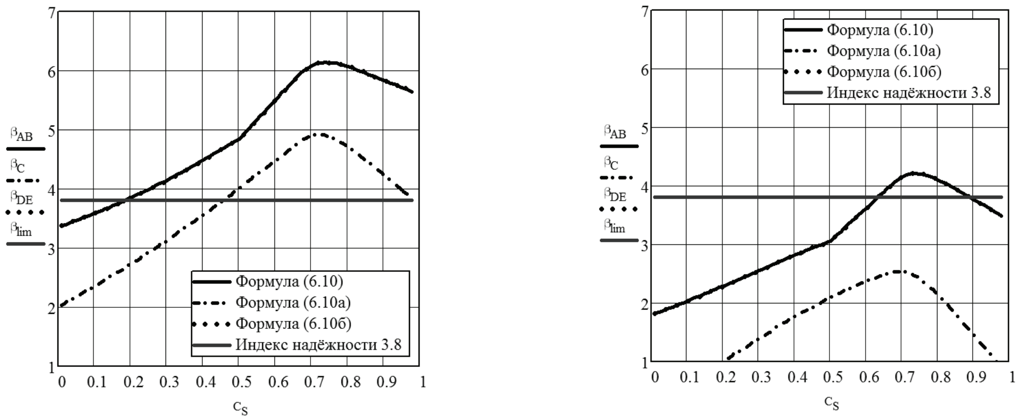

Рисунок 3. Обобщённые индексы надёжности конструкций при $\psi_0 = 0,7$ и $\gamma_{Q,G} = 1,35$.

C_G $\gamma_{Q,W} = \gamma_{Q,S} = 1,4$ $\gamma_{Q,W} = \gamma_{Q,S} = 1,0$

0,2

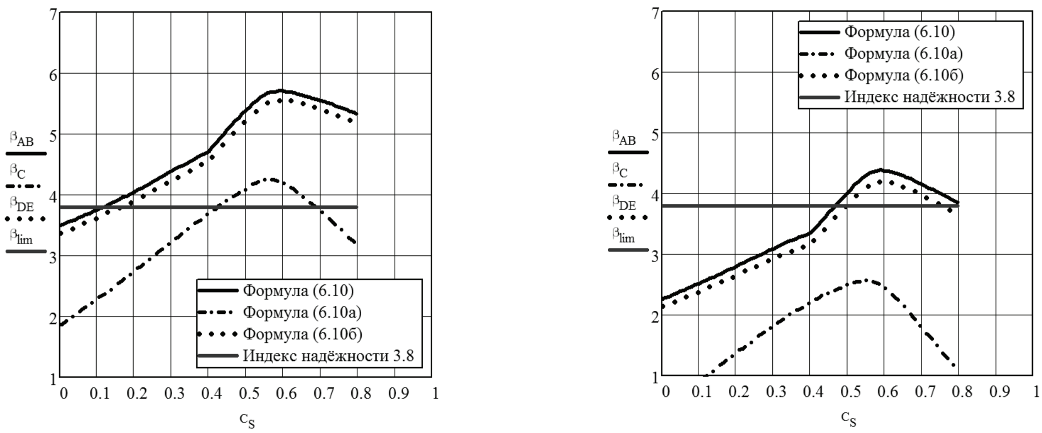

Рисунок 4. Обобщённые индексы надёжности конструкций при $\psi_0 = 0,6$ и $\gamma_{Q,G} = 1,2$.

C_G $\gamma_{Q,W} = \gamma_{Q,S} = 1,4$ $\gamma_{Q,W} = \gamma_{Q,S} = 1,0$

0,4

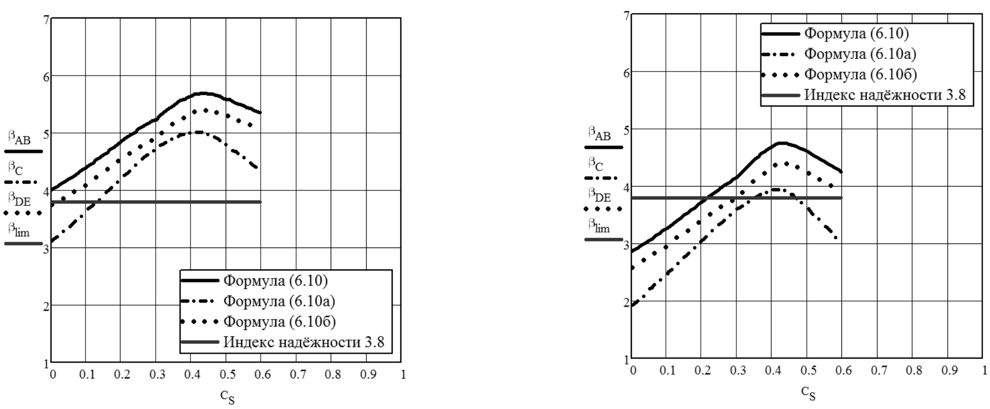

Рисунок 5. Обобщённые индексы надёжности конструкций при $\psi_0 = 0,7$ и $\gamma_{Q,G} = 1,2$.

где $\psi_{DBN} = 0,9$ – коэффициент сочетания для двух и более временных нагрузок, принятый в соответствии с ДБН «Нагрузки и воздействия» [8];

$\gamma_{f,S}$ и $\gamma_{f,W}$ – безразмерные параметры, которые интерпретируются как «коэффициенты надёжности характеристического значения» соответствующей нагрузки (снеговой или ветровой). Они представляют собой ничто иное как отношение характеристического значения нагрузки (снеговой S_0 или ветровой W_0), определённой согласно ДБН «Нагрузки и воздействия» [8] к характеристическому значению той же нагрузки, полученному строго по вероятностной модели (снеговой $Q_{k,S}$ и ветровой $Q_{k,W}$), т. е. по формулам (25). Расчёты коэффициентов $\gamma_{f,S}$ и $\gamma_{f,W}$ для областных центров Украины частично приведены в таблице 2, из которой можно видеть их довольно узкий диапазон возможных значений: $\gamma_{f,S} = 0,8 \div 1,2$ и $\gamma_{f,W} = 0,92 \div 1,22$. В некоторой степени это может служить доказательством обоснованности обобщённых нами вероятностных моделей снеговой и ветровой нагрузок.

γ_n – коэффициент ответственности, нормируемый таблицей 5 ДБН «Общие принципы обеспечения надёжности...» [9]. Отметим, что область возможных значений коэффициента ответственности находится в пределах $\gamma_n = 0,95 \div 1,25$ (в зависимости от класса ответственности сооружения и категории ответственности конструкции). Поэтому для индекса надёжности дадим три оценки: нижнюю $\gamma_n = 0,95$, среднюю $\gamma_n = 1,1$ и верхнюю $\gamma_n = 1,25$. Полезно заметить, что значение $\gamma_n = 1,1$ относится к сооружениям класса ответственности СС2, для которых согласно общеевропейским нормам [7] нормативный индекс надёжности $\beta_{\ell im} = 3,8$.

Результаты расчёта индекса надёжности частично приведены на рисунке 6, на который дополнительно была вынесена информации касательно величины β для случая, когда к характеристическим значениям снеговой и ветровой нагрузок дополнительно вводится множитель $\gamma_Q = 1,2$ (на подобие того, как это реализовано в общеевропейской концепции нормирования). Напомним также, что собственные коэффициенты надёжности по нагрузке γ_{fm}, оговоренные в ДБН «Нагрузки и воздействия», здесь не фигурируют, так как рассматривается период $T = 50$ лет, для которого, как известно, они равны единице. Коэффициент надёжности по постоянной нагрузке во всех расчётах принят как константа $\gamma_{Q,G} = 1,2$. Это значение выступает осреднённой характеристикой из всех, указанных в ДБН [8], хотя количественная мера коэффициента $\gamma_{Q,G}$ почти не влияет на характер и положение графиков рис. 6.

Анализ графических зависимостей рис. 6 позволяет сделать следующие обобщённые выводы:

· формульный подход к сочетанию нагрузок, используемый в ДБН «Нагрузки и воздействия», приводит к более низким оценкам индекса надёжности: даже несмотря на более высокие значения коэффициента сочетания. Наименьшего значения $\beta = 1$ ($P \approx 0,84$) индекс достигает при $C_G = 0 \div 0,1$, т. е. лёгкие металлические конструкции, загруженные снеговой и ветровой нагрузками имеют довольно низкие показатели надёжности. Эту не очень хорошую тенденцию пытается в некоторой мере корректировать коэффициент ответственности γ_n, но диапазона его возможных значений для этого не достаточно. Уместно здесь подчеркнуть целесообразность введения новых (завышенных по мнению проектировщиков) значений коэффициента ответственности в ДБН «Общие принципы обеспечения надёжности...» [9];

· индекс надёжности увеличивается по мере роста доли влияния C_G постоянной нагрузки в суммарном спектре реакции и при $C_G = 0,4$ индекс β не опускается ниже 2,3 ($P \approx 0,99$), оставаясь всё же меньше нормативного уровня $\beta_{\ell im} = 3,8$;

· введение дополнительного коэффициента надёжности $\gamma_Q = 1,2$ к характеристическим значениям снеговой и ветровой нагрузок позволяет несколько повысить значения индекса надёжности, особенно в паре с коэффициентом ответственности γ_n;

· индекс надёжности β не опускается ниже уровня 3,0 ($P \approx 0,999$) при доле влияния постоянной нагрузки $C_G > 0,4$ и снеговой $C_S > 0,2$. Однако коэффициент ответственности при этом должен быть не ниже $\gamma_n = 1,1$.

Таблица 2. Условные коэффициенты надёжности по снеговой и ветровой нагрузкам в ДБН В.1.2-2:2006 «Нагрузки и воздействия»

№	Областной центр	Снеговая нагрузка			Ветровая нагрузка		
		S_0, Па	$Q_{k,S}$, Па	$\gamma_{f,S}$	W_0, Па	$Q_{k,W}$, Па	$\gamma_{f,W}$
1	Симферополь	820	966	0,85	460	392	1,17
2	Днепропетровск	1340	1264	1,06	470	458	1,03
3	Донецк	1500	1416	1,06	500	500	1,00
4	Ужгород	1340	1684	**0,80**	370	355	1,04
5	Ивано-Франковск	1410	1347	1,05	500	409	**1,22**
6	Киев	1550	1490	1,04	370	313	1,18
7	Луганск	1350	1130	**1,19**	460	477	0,96
8	Одесса	880	760	1,16	460	500	**0,92**
9	Полтава	1450	1495	0,97	470	458	1,03
10	Сумы	1670	1770	0,94	420	458	**0,92**
11	Харьков	1600	1995	**0,80**	430	458	0,94

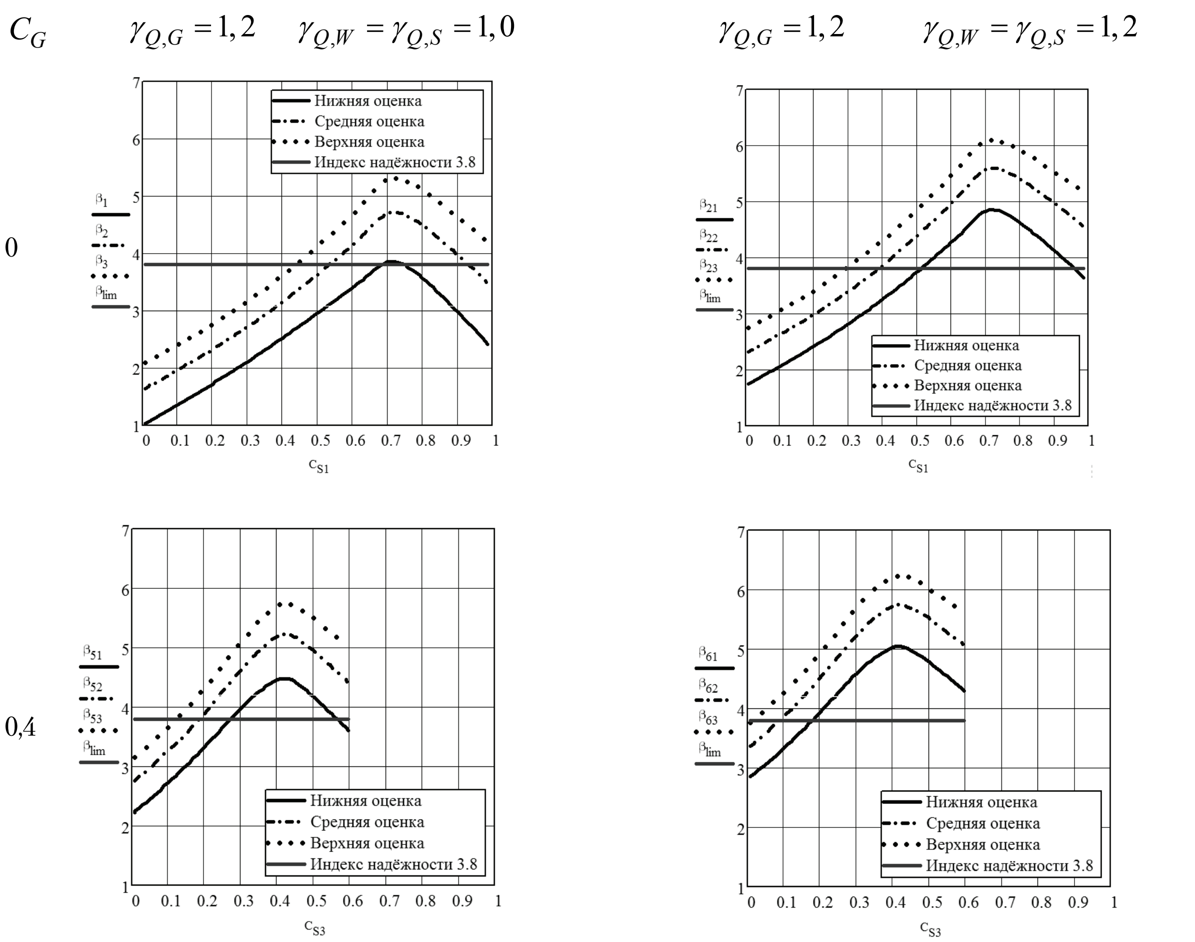

Рисунок 6. Обобщённые индексы надёжности конструкций, запроектированных по ДБН.

Если рассматривать значение $\gamma_n = 1,25$, то данная тенденция будет иметь место уже при $C_S > 0,1$. Ситуация, когда индекс надёжности $\beta > \beta_{\ell im} = 3,8$ при любых долях влияния C_S снеговой нагрузки наблюдается при $C_G > 0,4$, $\gamma_Q = 1,2$ и $\gamma_n = 1,2$. При меньших значениях C_G неравенство $\beta > \beta_{\ell im} = 3,8$ можно сохранить при $\gamma_n = 1,15$ и $C_S > 0,2$ при сохранении значения $\gamma_Q = 1,2$;

· для обеспечения индексов надёжности конструкций в пределах, установленных таблицей 5 ДБН «Общие принципы обеспечения надёжности...» [9], необходимо либо повышать значения коэффициентов ответственности γ_n (не предпочтительный вариант), либо выполнять корректировку характеристических (расчётных) значений временных нагрузок путём их умножения на коэффициент γ_Q (подобно EN 1990). Это позволит не только скорректировать индексы надёжности, но и гармонизировать ДБН с Eurocode.

Литература

1. Махінько, А. В. Імовірнісний розрахунок баштових опор зв’язку [Текст] / А. В. Махінько. – Полтава : ПолтНТУ, 2012. – 409 с. – ISBN 978-966-616-096-9.
2. Болотин, В. В. Применение методов теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений [Текст] / В. В. Болотин. – М. : Стройиздат, 1971. – 255 с.
3. Гумбель, Э. Статистика экстремальных значений [Текст] / Э. Гумбель. – М. : Мир, 1965. – 450 с.
4. Пашинський, В. А. Атмосферні навантаження на будівельні конструкції для території України [Текст] / В. А. Пашинський. – К. : УкрНДІПСК, 1999. – 185 с.
5. Пичугин, С. Ф. Надёжность стальных конструкций производственных зданий [Текст] : монография / С. Ф. Пичугин. – Полтава : АСМИ, 2009. – 452 с.
6. Махінько, А. В. Надійність елементів металоконструкцій під дією випадкових змінних навантажень [Текст] : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук : спец. 05.23.01 «Будівельні конструкції, будівлі та споруди» / А. В. Махінько. – Полтава, 2006. – 24 с.
7. EN 1990. Eurocode: Basis of Structural Design [Текст]. – Brussels : CEN, 2001. – 89 p.
8. ДБН В.1.2-2:2006. Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об’єктів. Навантаження і впливи. Норми проектування [Текст]. – Замість СНиП 2.01.07-85 ; надано чинності 2007–01–01. – К. : Мінбуд України, 2006. – 61 с.
9. ДБН В.1.2-14:2009. Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об’єктів. Загальні принципи забезпечення надійності та конструктивної безпеки будівель, споруд, будівельних конструкцій та основ [Текст]. – Уведено вперше зі скасуванням в Україні ГОСТ 27751, СТ СЭВ 3972-83, СТ СЭВ 3973-83, СТ СЭВ 4417-83, СТ СЭВ 4868-84 ; чинні з 2009–12–01. – К. : Мінрегіонбуд, 2009. – 37 с. – (Державні будівельні норми України).

References

1. Makhinko, A. B. Probabilistic Design of Communication Towers. Poltava: PoltNTU, 2012. 409 p. ISBN 978-966-616-096-9. (in Ukrainian)
2. Bolotin, V. V. Practice, methods of probability theory and the theory of reliability at calculation of constructions. Moscow: Stroiizdat, 1971. 255 p. (in Russian)
3. Gumbel, E. Statistic of extreme values. Moscow: World, 1965. 450 p. (in Russian)
4. Pashynskyi, V. A. Weather loads on engineering constructions for land area of Ukraine. Kyiv: UkrNDIPSK, 1999. 185 p. (in Ukrainian)
5. Pichugin, S. F. Reliability of industrial building steel structures. Monograph. Poltava: ASMI, 2009. 45 p. (in Russian)
6. Makhinko, A. V. Component reliability of steel constructions under the influence of accidental fluctuating loads: Authors abstract Ph.D. thesis in Engineering Science, specialty 05.23.01 «Engineering constructions, buildings and structures». Poltava, 2006. 24 p. (in Ukrainian)
7. EN 1990. Eurocode: Basis of Structural Design. Brussels: CEN, 2001. 89 p.
8. DBN V.1.2-2:2006. National Structural Rules and Regulations. The system of reliability and safety provision of constructional projects. Loads and effects. Kyiv: Minbud of Ukraine, 2006. 61 p. (in Ukrainian)
9. DBN V.1.2-14:2009. National Structural Rules and Regulations. The system of reliability and safety provision of constructional projects. General principles of reliability control and constructional safety of buildings, structures and supports. Kyiv: Ministry of Regional Development of Ukraine, 2009. 37 p. (in Ukraine)

Махінько Антон Володимирович – д. т. н., с. н. с. зі спеціальності 05.23.01, лауреат премії Президента України в галузі науки і техніки, завідувач проектно-конструкторським відділом ТОВ «ЕТУАЛЬ». Наукові інтереси: методи оцінки проектної й експлуатаційної надійності будівельних конструкцій; опис випадкових навантажень у різній імовірнісній техніці; розв'язання задач сполучення навантажень; математичні методи опису відмов будівельних конструкцій.

Махінько Наталія Олександрівна – к. т. н., старший викладач кафедри нарисної геометрії та графіки Полтавського національного технічного університету імені Юрія Кондратюка. Наукові інтереси: методи оцінки проектної й експлуатаційної надійності будівельних конструкцій.

Махинько Антон Владимирович – д. т. н., с. н. с. по специальности 05.23.01, лауреат премии Президента Украины в области науки и техники, заведующий проектно-конструкторским отделом ТОВ «ЭТУАЛЬ». Научные интересы: методы оценки проектной и эксплуатационной надёжности строительных конструкций; описание случайных нагрузок в различной вероятностной технике; решение задач сочетания нагрузок; математические методы описания отказов строительных конструкций.

Махинько Наталия Александровна – к. т. н., старший преподаватель кафедры начертательной геометрии и графики Полтавского национального технического университета имени Юрия Кондратюка. Научные интересы: методы оценки проектной и эксплуатационной надёжности строительных конструкций.

Makhinko Anton – D.Sc. in Engineering Sciences, Senior research fellow, winner of the President of Ukraine in the field of science and technology, the Head of Design and Engineering Department of Building Company «Etual». His research interests: the methods of the design reliability estimation and serviceability estimation of building structures; the description of the stochastic loads in different probabilistic technology; the decision of the loads combination problems, mathematical description of the building structures failure.

Makhinko Natalia – Ph.D., Senior Lecturer, Department of descriptive geometry and graphics Yuri Kondratyuk Poltava National Technical University. Research interests: methods of the design reliability estimation and serviceability estimation of building structures.