



ISSN 1814-5566 print

ISSN 1993-3517 online

**МЕТАЛЕВІ КОНСТРУКЦІЇ
МЕТАЛЛИЧЕСКИЕ КОНСТРУКЦИИ
METAL CONSTRUCTIONS**

2016, ТОМ 22, НОМЕР 2, 79–89

УДК 624.074.4

(16)-0344-1

УРАХУВАННЯ СПІЛЬНОЇ РОБОТИ ТОНКОЛИСТОВОЇ МЕМБРАНИ З ЗАКРІПЛЕНИМИ ЕЛЕМЕНТАМИ СТАБІЛІЗУВАЛЬНОЇ СИСТЕМИ

В. П. Мущанов¹, В. О. Шпиньков²

*Донбаська національна академія будівництва і архітектури,
2, вул. Державіна, м. Макіївка, Донецька область, Україна, 86123.*

E-mail: ¹volodymyr.mushchanov@mail.ru, ²Licovova@gmail.com

Отримана 14 березня 2016; прийнята 27 травня 2016.

Анотація. У статті розглядаються існуючі методики визначення ефективної ширини пластинки при спільній роботі підкріплювального елемента жорсткості і тонколистового мембранного покриття, у тому числі – метод редуційних коефіцієнтів. Проаналізовано можливість застосування для розв'язання даної задачі підходів, викладених у роботах П. Ф. Папковича і Єврокоду 3 (частина 1.5), де як об'єкт досліджень розглядається спільна робота пластини і підкріплювального елемента при дії поперечного навантаження. Результати, отримані з використанням аналітичних методів, доповнені кінцево-елементним аналізом включення тонколистової обшивки у вигляді підкріпленої пластини і тонколистової підкріпленої мембранної оболонки у вигляді циліндричної поверхні нульової гаусової кривизни. Отримано результати, що свідчать про значний вплив геометрії оболонки на величину включення в спільну роботу тонколистової обшивки з позацентрово стисненим (розтянутим) підкріплювальним елементом.

Ключові слова: редуційний коефіцієнт, стабілізувальна система, підкріплювальні елементи, ефективна ширина, аналітичний і чисельний методи.

УЧЕТ СОВМЕСТНОЙ РАБОТЫ ТОНКОЛИСТОВОЙ МЕМБРАНЫ С ПОДКРЕПЛЯЮЩИМИ ЭЛЕМЕНТАМИ СТАБИЛИЗИРУЮЩЕЙ СИСТЕМЫ

В. Ф. Мущанов¹, В. А. Шпиньков²

*Донбасская национальная академия строительства и архитектуры,
2, ул. Державина, г. Макеевка, Донецкая область, Украина, 86123.*

E-mail: ¹volodymyr.mushchanov@mail.ru, ²Licovova@gmail.com

Получена 14 марта 2016; принята 27 мая 2016.

Аннотация. В статье рассматриваются существующие методики определения эффективной ширины пластинки при совместной работе подкрепляющего элемента жесткости и тонколистового мембранного покрытия, в том числе – метод редуционных коэффициентов. Проанализирована применимость к решению данной задачи подходов, изложенных в работах П. Ф. Папковича и Еврокоде 3 (часть 1.5), где в качестве объекта исследований рассматривается совместная работа пластины и подкрепляющего элемента при действии поперечной нагрузки. Результаты, полученные с использованием аналитических методов, дополнены конечно-элементным анализом включения тонколистовой обшивки в виде подкрепленной пластины и тонколистовой подкрепленной мембранной оболочки, в виде цилиндрической поверхности нулевой гауссовой кривизны. Получены результаты, свидетельствующие о значительном влиянии геометрии оболочки на величину включения в совместную работу тонколистовой обшивки с внецентренно сжатым (растянутым) подкрепляющим элементом.

Ключевые слова: редуционный коэффициент, стабилизирующая система, подкрепляющие элементы, эффективная ширина, аналитический и численные методы.

ACCOUNTING OF JOINT WORK OF THIN-SHEET MEMBRANES WITH FASTENING OF THE STABILIZER SYSTEM

Volodymyr Mushchanov¹, Vladimir Shpinkov²

Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture,

2, Derzhavina Str., Makiyivka, Donetsk Region, Ukraine, 86123.

E-mail: ¹ volodymyr.mushchanov@mail.ru, ² Licvova@gmail.com

Received 14 March 2016; accepted 27 May 2016.

Abstract. The article considers the existing methodology for determining the effective width of the plate when working together and reinforcing stiffener sheet membrane coating, including – the method of reduction ratios. It has been analyzed the applicability of this approach to solving the problems set forth in the works of P. F. Papkovich and Eurocode 3 (Part 1.5), where co-operation of the plate and the reinforcing member, when the lateral loading has been considered as the research object. The results, obtained using analytical methods, are supplemented by the finite element analysis of incorporating the sheet as a sheathing stiffened sheet plate and stiffened shell membrane in the form of a cylindrical surface of zero Gaussian curvature. The results indicate a significant influence on the value of the shell geometry of the inclusion in the joint work sheet cladding with eccentrically-compressed (stretched) reinforcing element.

Keywords: reduction factor, stabilizing system, stiffeners, the effective width, analytical and numerical calculation methods.

Введение

На сегодняшний момент развитие строительства большепролетных мембранных покрытий остается актуальным в связи со значительным числом возводимых объектов спортивного, социально-культурного и общественного назначения. Ввиду этого вопрос надежности проектируемых конструкций, а в особенности мембранного покрытия, включающегося в совместную работу при поперечном изгибе с подкрепляющими элементами постели, остается актуальным. Проектируемые сегодня конструкции отличаются разнообразием геометрии поверхности: плоские, положительной, отрицательной, нулевой гауссовой кривизны, первоначально плоские или с заданной стрелой провисания и т. д. (рис. 1).

Одной из особенностей работы подобных систем является не до конца исследованный вопрос включения в совместную работу тонколистовой мембранной оболочки с подкрепляющими элементами под действием поперечной нагрузки и связанная с этим задача корректного назначения исходных жесткостных характеристик подкрепляющих элементов в виде продольной и изгибной жесткостей. С этой целью рассмотрим возможность применения наиболее распространенных существующих методов

решения указанной задачи, которые чаще других применяются при анализе совместной работы пластины и подкрепляющего элемента под действием поперечной нагрузки.

Анализ существующих методик определения редуцированного коэффициента

Как правило, начало интенсивного развития теории упругости связывают с началом 20-х годов XIX века. При этом на ее основе стали возникать различные прикладные теории, и дальнейшее развитие теории оболочек происходило по двум различным направлениям:

- 1) классическое, базирующееся на разработке теории оболочек на основе общих уравнений пространственной задачи теории упругости;
- 2) прямой подход к построению теории оболочек, основанный на моделировании оболочки с деформируемой поверхностью и последующем изучении механики таких поверхностей [5, 6, 7, 9].

В классических работах [1, 2], проведенных П. Ф. Папковичем, выполнены исследования, связанные с определением закритического напряжения, возникающего в изотропных пластинах перекрытий, работающих на сжатие, на

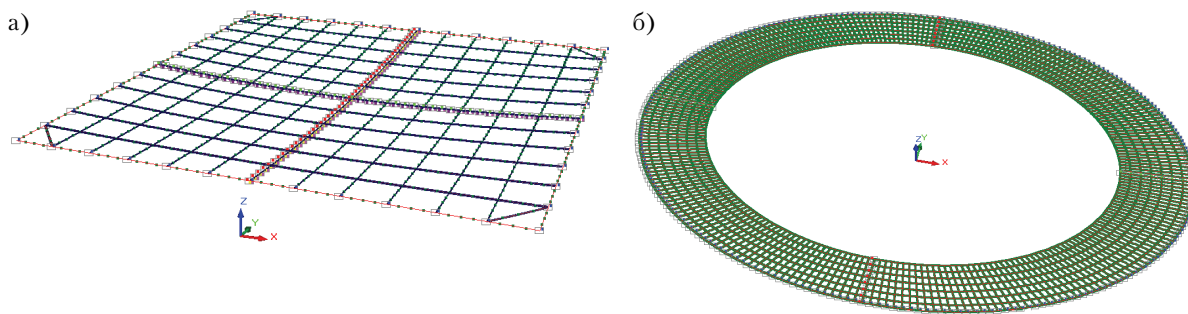


Рисунок 1. Конструктивные решения мембранных покрытий с заданной стрелой провисания: а) на квадратном плане, б) на эллиптическом плане с большим вырезом.

основании которых предложен вывод, что в момент потери устойчивости каждой из пластинок их способность воспринимать дальнейшую нагрузку не уменьшается. Это связано с тем, что часть срединной поверхности пластинки, присоединяющейся к кромкам подкрепляющего элемента, составляет полезную ширину пластины, продолжая воспринимать возрастающую на перекрытие и на пластинку нагрузку.

Одной из первых в направлении определения полезной эффективной ширины «пояска», работающего одновременно с подкрепляющим элементом, можно назвать работу П. Ф. Папковича [2], дополненную исследованиями, проведенными А. А. Уманским, Г. Хертелем, П. Куном [3, 4, 5].

Следует также отметить, что одним из методов определения эффективной ширины пластинки является *метод редуцированных коэффициентов*, основоположником которого был И. Г. Бубнов [7]. В дальнейшем этот метод был отражен в работах П. Ф. Папковича, где исследовалась полоса, продольные кромки которой загружены касательными напряжениями, симметричными относительно ее продольной оси.

В данных работах [12] рассмотрены пластинки при циклическом растяжении–сжатии и с применением численных методов расчета, что также актуально в выявлении прочности мембранного покрытия и надежности.

Стоит отметить такие работы [13, 14], посвященные определению эффекта «эффективная ширина» возникающего непосредственно при совместной работе пластинок и подкрепляющими ребрами жесткости, а также определению возникающих продольных напряжений с

помощью численного эксперимента с применением метода конечных элементов.

Как известно из курса строительной механики, в качестве упрощающей гипотезы, как правило, принимается, что нормальные напряжения по ширине подкрепляющего элемента не меняются, однако нужно учитывать, что, в свою очередь, та часть мембранной оболочки, которая удалена от подкрепляющего элемента, не полностью включается в работу. Таким образом, максимальные напряжения, возникающие в непосредственной близости от подкрепляющего элемента в оболочке, можно определить с помощью коэффициента, который позволит уточнить приведенную ширину подкрепляющего элемента.

П. Ф. Папковичем также определено понятие эквивалентной, или полезной, ширины «пояска», которая под нагрузкой одинаково удлиняется так же, как и ее продольные кромки при этой нагрузке. В этом случае редуциционный коэффициент определяется соотношением максимальных напряжений при максимальных деформациях:

$$\psi = \frac{|\sigma_x|_{\text{средн.}}}{|E\varepsilon_{xx}|_{\text{макс.}}}, \quad (1)$$

где $|E\varepsilon_{xx}|_{\text{макс.}} = |\sigma_x|_{\text{макс.}}$,

E – модуль упругости исследуемого пояска,

$|\sigma_x|_{\text{средн.}}$ – средние напряжения пластинки,

$|\varepsilon_x|_{\text{средн.}}$ – средние деформации пластинки.

Т. е., данный коэффициент ψ выражает, какую долю от фактической ширины пояска составляет его полезная ширина.

Ниже рассмотрим методику назначения редуциционного коэффициента, используемую наиболее часто в практических расчетах.

Определение редуцированного коэффициента (эффективной ширины) по Еврокоду 3, часть 1–5 [11]

Практические рекомендации по определению части пластинки, вовлекаемой в совместную работу с подкрепляющим элементом, приведены в Eurocod 3, часть 1–5 по проектированию стальных конструкций [11].

Согласно этому подходу в поясах допускается не учитывать эффект сдвигового запаздывания, если выполнено условие $b_0 < L_e / 50$ (рис. 2). Для частей поясков с односторонней опорой ширина пояса b_0 соответствует имеющейся ширине пояса, а для частей пояса с двухсторонней опорой b_0 равняется половине ширины пояса. Длина L_e равна расстоянию между нулевыми точками действующих моментов [11].

Если же указанное условие для b_0 не выполняется, при оценке несущей способности и установочной прочности материала необходимо учитывать влияние сдвигового запаздывания поясов, для чего определяют эффективную ширину и используют распределение напряжений.

Эффективная ширина b_{eff} определяется при учете сдвигового запаздывания по следующей формуле:

$$b_{eff} = \beta b_0, \quad (2)$$

где β – понижающий коэффициент;

b_0 – ширина пояса мембраны.

Далее, согласно рисунку 3 [11], можно установить распределение нормальных напряжений в пластинке с учетом эффекта сдвигового запаз-

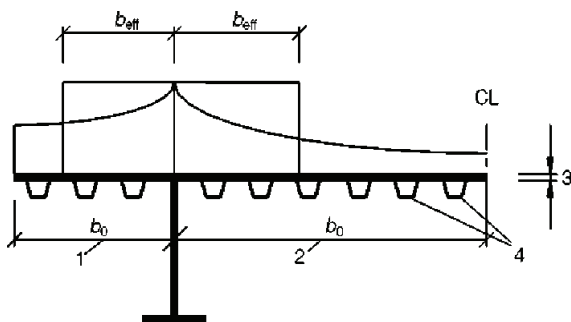


Рисунок 2. Расчетная схема для определения эффективной ширины полков: 1 – свес пояса при опирании на одну сторону; 2 – свес пояса при опирании на две стороны; 3 – толщина листа t ; 4 – продольные элементы жесткости A_{st} .

дывания, возникающее при работе конструкции на поперечный изгиб.

Для определения коэффициента β от k воспользуемся таблицей согласно нижеприведенным формулам [11]:

$$k = \frac{\alpha_0 \cdot b_0}{L_e}, \quad (3)$$

$$\alpha_0 = \sqrt{1 + \frac{A_{st}}{b_0 \cdot t}}, \quad (4)$$

где $A_{st} = \sum A_{sti}$ – суммарная площадь сечения продольных ребер прямоугольной пластинки;

t – толщина пластинки;

L_e – эффективная длина пролета.

Определение редуцированного коэффициента по методу П. Ф. Папковича [2]

Рассматривая, какая часть тонколистовой мембранной оболочки включается в совместную работу с подкрепляющими элементами постели, представим исследуемый фрагмент покрытия в виде эквивалентной жесткой связи (подкрепляющего элемента) (рис. 4), моделирующей подкрепленную гибкую пластину, а площадь поперечного сечения этой эквивалентной связи пластинки – приведенной площадью. При этом указанные величины образуют зависимость следующего вида:

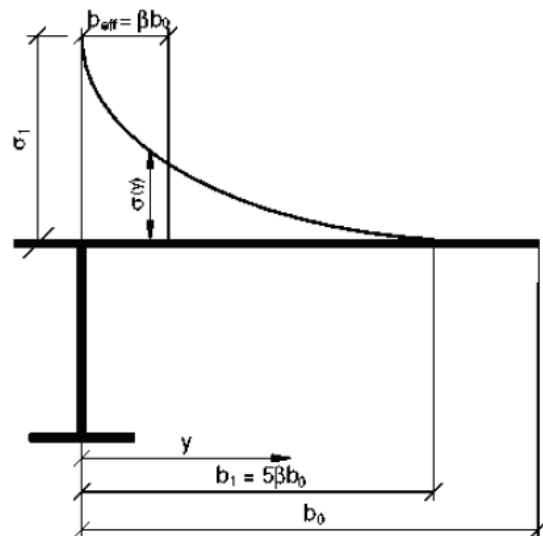


Рисунок 3. Определение распределения напряжений с учетом сдвигового запаздывания.

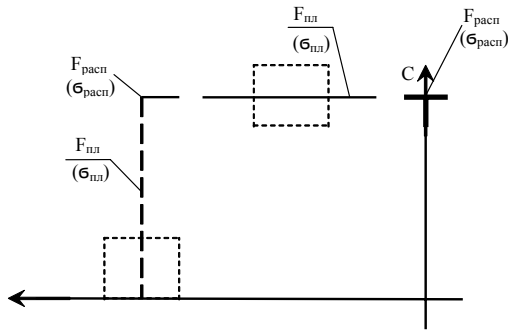


Рисунок 4. Расчетная схема эквивалентного сечения пластинки.

$$F_{прив} \cdot \sigma_{расп} = F_{пл} \cdot \sigma_{пл}, \quad (5)$$

где $F_{прив}$ – приведенная площадь поперечного сечения эквивалентной жесткой связи;

$\sigma_{расп}$ – напряжения в жестких связях;

$F_{пл}$ – площадь поперечного сечения пластинки;

$\sigma_{пл}$ – нормальные напряжения в срединной части пластинки.

Следовательно, между приведенной площадью эквивалентной жесткой связи $F_{прив}$ и ее фактической площадью $F_{пл}$ есть зависимость в виде:

$$F_{прив} = F_{пл} \cdot \varphi, \quad (6)$$

где $\varphi = \sigma_{пл} / \sigma_{расп} = a / m$ – коэффициенты a и m , пропорциональные соответственно напряжениям $\sigma_{пл}$ и $\sigma_{расп}$, связаны между собой в зависимости от работы пластинки [2].

Как видно из формулы (6), коэффициент φ , называемый редуцирующим коэффициентом, показывает, какой своей долей площади исследу-

емая тонколистовая мембрана участвует в восприятии связевыми (подкрепляющими) элементами покрытия приходящиеся на них нагрузки.

Основная часть

В качестве объекта исследования рассматривается фрагмент покрытия, приведенного на рис. 1, в виде плоской подкрепленной пластины или оболочки нулевой кривизны, подкрепленной формообразующими прямолинейными или криволинейными элементами постели. Задача состоит в уточнении показателей, характеризующих совместную работу подкрепляющего элемента и мембранной оболочки, и на этой основе получения возможности уточненного назначения жесткостных характеристик подкрепляющего элемента при его работе как сжато(растянуто)-изогнутого элемента.

Результаты исследования по Еврокоду 3 (часть 1–5)

Возможность использования метода, изложенного в [11], проанализируем, на конкретном примере, рассматривая процесс определения эффективной ширины пластинки с размерами в плане $18\,000 \times 6\,000$ мм (рис. 5), которая подкреплена элементами жесткости. При этом для рассматриваемого примера основными шагами алгоритма определения эффективной ширины пластинки являются:

1. Определение коэффициентов: $\alpha = 1, 2$, $k = 1, 2$ и $\beta = 0,193$.

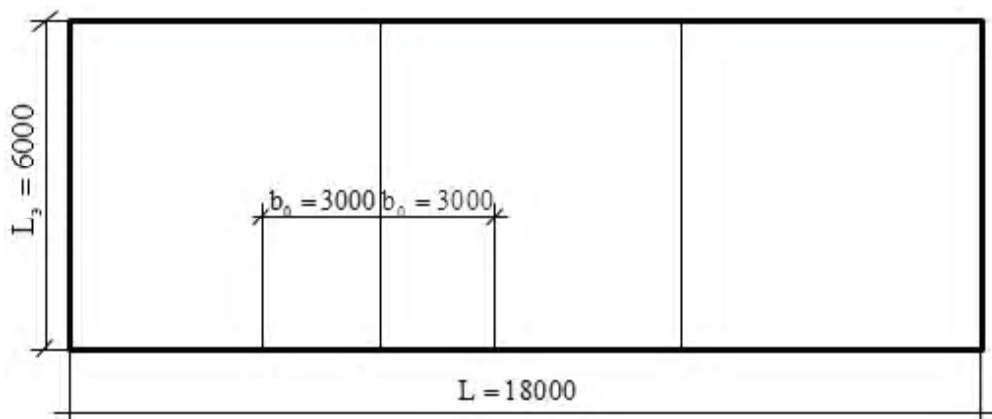


Рисунок 5. Расчетная схема исследуемой пластинки.

2. Определение эффективной ширины пластинки: $b_{eff} = 579$ мм.
3. Определение, согласно формуле (6), распределения напряжений в пластинке (табл. 1).

$$\sigma(y) = \sigma_1 \cdot \left(1 - \frac{y}{b_1}\right)^4. \quad (7)$$

Из табл. 1 видно, что распределение напряжений, возникающих в пластинке, происходит с учетом совместной работы в зоне подкрепляющего элемента жесткости на $\frac{1}{4}$ части пластинки.

Результаты исследования по методике П. Ф. Папковича

Согласно методике П. Ф. Папковича проанализируем возможность ее применения для вышеописанного примера в части назначения редуцированного коэффициента для тонколистовой мембранной оболочки, характеризующего ее совместную работу с подкрепляющим элементом.

Учитывая, что определение коэффициента φ реализуется в виде итерационного процесса, то для его нахождения, согласно формуле (6), необходимо предварительное определение коэффициента m , а по нему и коэффициента a используя следующую формулу:

$$m = a - \frac{3(1 - \mu^2)}{h^2} \times \left[\left(\frac{h_l + c_l}{l + \frac{a}{4}} \right)^2 - c_l^2 + \left(\frac{b_l}{l + a} \right)^2 - b_l^2 + h_l^2 \lambda(a) \right]. \quad (8)$$

В таблице 2 приведено несколько расчетных значений m , вычисленных по формуле (8) в соответствии со значениями коэффициента a .

По данным таблицы 2 строим график (рис. 6) и на основе аппроксимации данных определяем аппроксимирующую функцию, через которую определяем значение коэффициента a , соответствующее значению коэффициента $m = \sigma_{расч} / \sigma_z$ для данного шага расчета. Располагая значениями a , можем определить для рассматриваемого случая значение редуцированного коэффициента, т. е. получить более уточненные значения по сравнению с начальными значениями $\varphi = 0$, принятое на первом этапе расчета.

Дальнейший расчет и редуцированный коэффициент к фактической площади поперечного сечения пластинки представим в виде данных таблицы 3. Как мы можем увидеть, поправка к сечению очень мала, что связано с малой толщиной мембранного покрытия, приводит к

Таблица 1. Распределение напряжений с учетом эффекта сдвигового запаздывания

у, мм	0	200	400	600	800	1 000	1 200	1 400
σ^* %	100	75	55	39	27	18	12	7

Таблица 2. Расчетные коэффициенты зависимостей m от a

I	II	III	IV	V	VII	VIII
α	$\frac{3,24}{\left(l + \frac{\alpha}{4}\right)^2}$	$\frac{l}{(l + \alpha)^2}$	$0,64\lambda(a)$	II+III+IV-2	$4,27 \cdot V$	m
-0,20	3,590 027 701	1,562 500 000	0,01	3,162 527 701	13,503 993 280	-13,70
-0,10	3,408 284 024	1,234 567 901	0,01	2,652 851 925	11,327 677 720	-11,43
0,00	3,240 000 000	1,000 000 000	0,01	2,250 000 000	9,607 500 000	-9,61
0,10	3,083 878 644	0,826 446 281	0,01	1,920 324 925	8,199 787 428	-8,10
0,20	2,938 775 510	0,694 444 444	0,01	1,643 219 955	7,016 549 206	-6,82

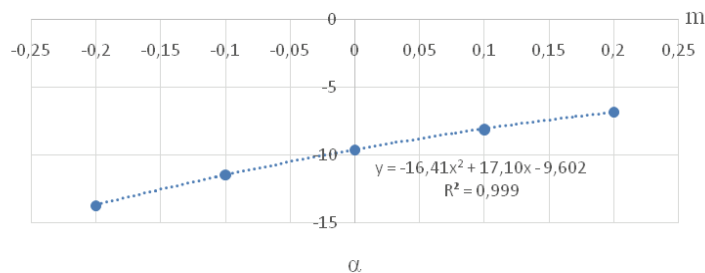
Рисунок 6. График зависимостей коэффициентов m от α .

Таблица 3. Поправка к площади сечения исследуемой пластинки

Пластинка	Фактическая площадь сечения, см ²	Редукционный коэффициент			Поправка к сечению, см ²
		принят в I пригл. φ_0	получен в результате II пригл. φ_1	$\varphi_1 - \varphi_0$	
	105	0,000 000 000	-0,002 457 918	-0,002 457 918	-0,258 080 000

очень медленной сходимости итерационного процесса и, как следствие, невозможности практического применения этой методики.

Результаты исследований по МКЭ

Анализируя данные о величине редукционного коэффициента, полученные вследствие применения двух рассмотренных выше методик, следует отметить значительные различия в полученных результатах, а также несоответствие полученных данных реальным показателям работы подкрепляющего элемента жесткости и пластинки при их совместной работе на восприятие поперечной нагрузки. Для объекта исследования применение рассмотренных методик (П. Ф. Папковича и Eurocod 3) не позволяет четко выявить эффект совместной работы на поперечный изгиб в силу ряда причин, основными из которых являются:

- тонкостенность мембранной оболочки по сравнению с параметрами конструкций, для которых разработаны упомянутые методики;
- отсутствие учета кривизны поверхности исследуемой конструкции.

В связи с этим решено продолжить исследования в численной постановке при помощи МКЭ. Для моделирования явления рассмотрим часть

покрытия в виде одной жесткой нити с мембранными элементами покрытия. При этом рассмотрим плоскую и искривленную поверхности подкрепленной мембранной оболочки.

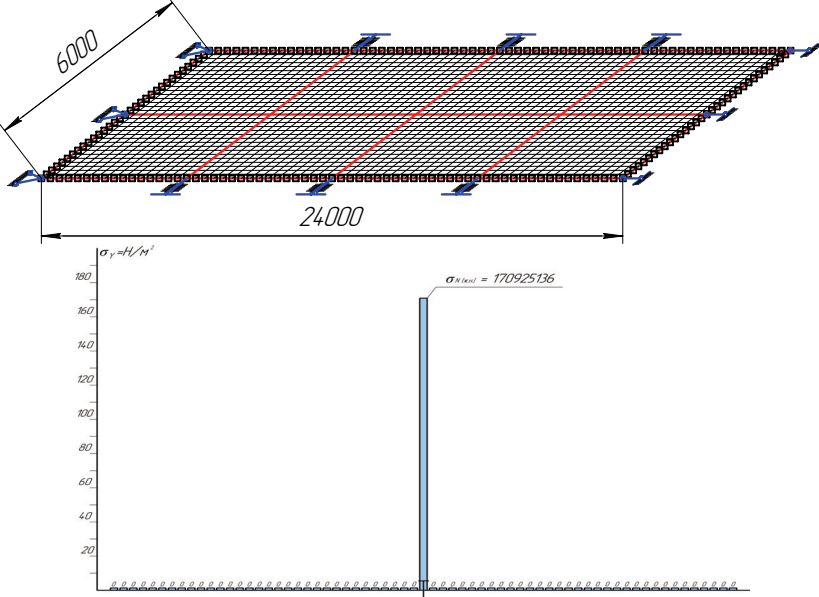
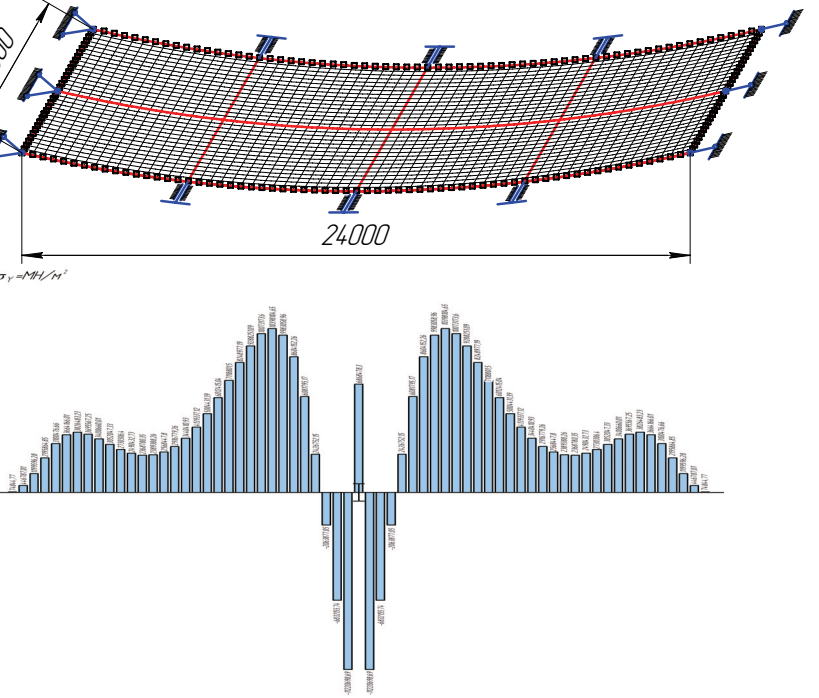
Плоская и искривленная расчетные схемы с размерами в плане 6 000×24 000 мм, состоящие из 16 816 узлов и 16 832 элементов. Жесткостная характеристика подкрепляющего элемента принята для сечения двутавра № 20 с уклоном полок по ГОСТ 8239-89, мембранное покрытие толщиной $t = 2$ мм. Прикладываемая распределенная погонная нагрузка ориентирована вдоль подкрепляющего элемента и равна $q = 9,8$ кН/м. Закрепление узлов по продольным сторонам принято в виде скользящих заделок, ограничивающих линейное перемещение вдоль оси X и два угла поворота U_y и U_z . Закрепление слева делаем в виде шарнирно-неподвижной опоры, справа – шарнирно-подвижное закрепление.

Для выявления эффекта влияния геометрии покрытия, а следовательно, и геометрии подкрепляющего элемента, на величину редукционного коэффициента, указанный вопрос решается на основе сопоставительного анализа результатов расчета фрагмента покрытия с прямолинейным подкрепляющим элементом и искривленным по квадратной параболе. Исходные

данные к расчету, принципиальные расчетные схемы и результаты расчета приведены в таблице 4. При этом для анализа рассматриваются

нормальные напряжения σ_y , действующие в мембранной оболочке в направлении подкрепляющего элемента.

Таблица 4. Исходные данные и результаты конечно-элементного моделирования

Расчетные схемы	Исходные данные
<p>а) Плоская пластинка</p>  <p>Гистограмма распределения напряжений в мембранной оболочке</p>	<p>Поперечный элемент</p> <p>$EF = 552\,106,78 \text{ кН}$</p> <p>$EI_y = 3\,790,58 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$</p> <p>$EI_z = 236,91 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$</p> <p>$GI_{кр} = 5,48 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$</p> <hr/> <p>Мембрана</p> <p>$t = 2 \text{ мм}$</p> <hr/> <p>Продольные элементы</p> <p>$EF = 593\,926,84 \text{ кН}$</p> <p>$EI_y = 3\,667,74 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$</p> <p>$EI_z = 263,78 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$</p> <p>$GI_{кр} = 3,25 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$</p>
<p>б) поверхность нулевой кривизны (мембрана, искривлённая по квадратной параболе)</p>  <p>Гистограмма распределения напряжений в мембранной оболочке</p>	<p>Поперечный элемент</p> <p>$EF = 552\,106,78 \text{ кН}$</p> <p>$EI_y = 3\,790,58 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$</p> <p>$EI_z = 236,91 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$</p> <p>$GI_{кр} = 5,48 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$</p> <hr/> <p>Мембрана</p> <p>$t = 2 \text{ мм}$</p> <hr/> <p>Продольные элементы</p> <p>$EF = 593\,926,84 \text{ кН}$</p> <p>$EI_y = 3\,667,74 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$</p> <p>$EI_z = 263,78 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$</p> <p>$GI_{кр} = 3,25 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$</p>

Выводы

1. При назначении расчетных геометрических характеристик сечений (EI, EF) подкрепляющих элементов постели мембранных покрытий существующие методы вычисления редуцированных коэффициентов, учитывающих включение мембранной оболочки в совместную работу с подкрепляющими элементами, не позволяют выполнить эту операцию с требуемой точностью.
2. Сравнение результатов исследования в форме гистограмм распределения напряжений в мембранной оболочке для плоской и искривленной поверхностей подкрепленной мембраны, выполненное с использованием численных методов в форме МКЭ, указывает на значительное влияние формы поверхности покрытия на величину редуцированного коэффициента. Для рассматриваемого примера зона мембранной оболочки, вовле-

каемая в совместную работу с подкрепляющим элементом, составляет до 0,1 величины шага этих подкрепляющих элементов.

3. Для обоснованного назначения величины редуцированного коэффициента при заданных характеристиках расчетной схемы необходимо проведение численных исследований по использованной методике и как результат – установление функциональных зависимостей, позволяющих назначать искомое значение коэффициента как функции значимых аргументов-факторов:
 - гауссова кривизна оболочки;
 - соотношение D/EI (цилиндрической жесткости оболочки к изгибной жесткости подкрепляющего элемента);
 - соотношение уровней напряжений в подкрепляющем элементе и оболочке «обусловленных величиной действующей нагрузки» ($\sigma_1 / \sigma_s, \sigma_2 / \sigma_s$).

Литература

1. Папкович, П. Ф. Теория упругости [Текст] / П. Ф. Папкович. – Л. ; М. : Оборонгиз, 1939. – 614 с.
2. Папкович, П. Ф. Труды по строительной механике корабля [Текст]. В 4 т. Т. 3. Сложный изгиб стержней и изгиб пластин / П. Ф. Папкович. – Л. : Судпромгиз, 1962. – 527 с.
3. Прочность и устойчивость тонкостенных конструкций в самолетостроении [Текст] : Сборник рефератов и переводов / Под ред. А. А. Уманского и П. М. Знаменского. – М. : ЦАГИ, 1937. – 217 с.
4. Хертель, Г. Тонкостенные конструкции [Текст] / Г. Хертель. – М. : Машиностроение, 1965. – 527 с.
5. Кун, П. Расчет на прочность оболочек в самолетостроении [Текст] / П. Кун. – М. : Оборонгиз, 1961. – 306 с.
6. Жилин, П. А. Прикладная механика. Основы теории оболочек [Текст] : Учеб. пособие / П. А. Жилин. – СПб. : Изд-во политехнического университета, 2006. – 167 с.
7. Красотина, Г. В. Выбор параметров сборных профилированных несущих оболочек по критериям прочности и жесткости [Текст] : дис. ... канд. техн. наук : 01.02.06 / Г. В. Красотина. – Омск, 2014. – 143 с.
8. Бубнов, И. Г. Избранные труды [Текст] / И. Г. Бубнов ; Под ред. и с предисл. акад. Ю. А. Шиманского. – Л. : Судпромгиз, 1956. – 439 с.
9. Кириленко, В. Ф. Коэффициенты приведенной ширины и редуцированные коэффициенты обши-

References

1. Papkovich, P. F. Elastic theory. Leningrad; Moscow: Oborongiz, 1939. 614 p. (in Russian)
2. Papkovich, P. F. Works in naval structural mechanics. In four parts. The third part. Compound bending of bars and plate bending. Leningrad: Sudpromgiz, 1962. 527 p. (in Russian)
3. Umanskiy, A. A. (Ed.); Znamenskiy, P. M. (Ed.) Strength and stability of thin-wall construction in aircraft engineering: Reports and interpretations collection. Moscow: Central Airo-Hydrodynamical Institute, 1937. 217 p. (in Russian)
4. Hertel, G. Thin-wall construction. Moscow: Mechanical Engineering, 1965. 527 p. (in Russian)
5. Kun, P. Strength design of shells in aircraft engineering. Moscow: Oborongiz, 1961. 306 p. (in Russian)
6. Zhilin, P. A. Applied mechanics. Theory foundations of shells. Textbook. St. Petersburg: Publisher of Polytechnic University, 2006. 167 p. (in Russian)
7. Krasotina, G. V. Parameter design of ready-made profiled structural shells based on strength and rigidness conditions: the thesis submitted for the Scientific Degree on competition of Candidate of Engineering: 01.02.06. Omsk, 2014. 143 p. (in Russian)
8. Bubnov, I. G.; Edited by Shimanskiy, Yu. A. Selectas. Leningrad: Sudpromgiz, 1956. 439 p. (in Russian)
9. Kirilenko, V. F. Factors of effective width and reduction factor of coats of three-layer and two-layer ribbed panel. In: *Construction and technogenic safety*, 2010, Issue 30, pp. 57–72. (in Russian)

- вок трехслойных и двухслойных ребристых панелей [Текст] / В. Ф. Кириленко // Строительство и техногенная безопасность. 2010. Вып. 30. С. 57–72.
10. Сивоконь, Ю. В. Мембранные оболочки покрытий над трибунами стадионов с большими вырезами на эллиптическом плане [Текст] : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Ю. В. Сивоконь. – Макеевка, 2007. – 273 с.
 11. EN 1993-1-5. Eurocode 3. Design of steel structures [Текст]. Part 1–5: Plated structural elements. – Supersedes ENV 1993-1-5:1997 ; This European Standard was approved by CEN on 13 January 2006. – Brussels : CEN, 2006. – 53 p.
 12. Cyclic Elastoplastic Large Deflection Analysis of Thin Steel Plates [Текст] / S. Banno, I. Mamaghani, T. Usami, E. Mizuno // Journal of Engineering Mechanics. 1998. Vol. 124, No. 4. P. 363–370.
 13. Wang, X. Determination of effective breadth and effective width of stiffened plates by finite strip analyses [Текст] / X. Wang, F. G. Rammerstorfer // Thin-Walled Structures. 1996. Volume 26, Issue 4. P. 261–286.
 14. Galuppi, L. Effective Width of the Slab in Composite Beams with Nonlinear Shear Connection [Электронный ресурс] / L. Galuppi, G. Royer-Carfagni // Journal of Engineering Mechanics. 2016. Vol. 142. No. 4. Режим доступа : https://www.researchgate.net/publication/289554168_Effective_Width_of_the_Slab_in_Composite_Beams_with_Nonlinear_Shear_Connection.
 10. Sivokon, Yu. V. Membrane shells of coverings above tribunes of stadiums with large cuts on the elliptic plan: the thesis submitted for the Scientific Degree on competition of Candidate of Engineering. Ma-keevka, 2007. p. (in Russian)
 11. EN 1993-1-5. Eurocode 3. Design of steel structures. Part 1–5: Plated structural elements. Supersedes ENV 1993-1-5:1997; This European Standard was approved by CEN on 13 January 2006. Brussels: CEN, 2006. 53 p.
 12. Banno, S.; Mamaghani, I.; Usami, T.; Mizuno, E. Cyclic Elastoplastic Large Deflection Analysis of Thin Steel Plates. In: *Journal of Engineering Mechanics*, 1998, Vol. 124, No. 4, pp. 363–370.
 13. Wang, X.; Rammerstorfer, F. G. Determination of effective breadth and effective width of stiffened plates by finite strip analyses. In: *Thin-Walled Structures*, 1996, Volume 26, Issue 4, pp. 261–286.
 14. Galuppi, L.; Royer-Carfagni, G. Effective Width of the Slab in Composite Beams with Nonlinear Shear Connection. In: *Journal of Engineering Mechanics*, 2016, Vol. 142, No. 4, Accessed at: https://www.researchgate.net/publication/289554168_Effective_Width_of_the_Slab_in_Composite_Beams_with_Nonlinear_Shear_Connection.

Муцанов Володимир Пилипович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри теоретичної і прикладної механіки, проректор з наукової роботи Донбаської національної академії будівництва і архітектури. Член міжнародної організації «Інститут цивільних інженерів» та міжнародної асоціації «Просторові конструкції», академік Академії будівництва України і Української академії наук, член-кореспондент Академії архітектури України. Наукові інтереси: теорія надійності, розрахунок, проектування та технічна діагностика просторових металевих конструкцій.

Шпіньков Володимир Олександрович – аспірант кафедри теоретичної і прикладної механіки Донбаської національної академії будівництва і архітектури. Викладач-стажист кафедри теоретичної і прикладної механіки. Наукові інтереси: розрахунок і аналіз просторових систем покриттів на прямокутному і еліптичному плані із застосуванням мембранного покриття.

Муцанов Владимир Филипович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической и прикладной механики, проректор по научной работе Донбасской национальной академии строительства и архитектуры. Член международной организации «Институт гражданских инженеров» и международной организации «Пространственные конструкции», академик Академии строительства Украины и Украинской академии наук, член-корреспондент Академии архитектуры Украины. Научные интересы: теория надежности, расчет, проектирование и техническая диагностика пространственных металлических конструкций.

Шпіньков Владимир Александрович – аспірант кафедри теоретичної і прикладної механіки Донбаської національної академії будівництва і архітектури. Наукові інтереси: розрахунок і аналіз просторових систем покриттів на прямокутному і еліптичному плані з використанням мембранного покриття.

Mushchanov Volodymyr – D.Sc. (Engineering), Professor; Head of the Theoretical and Applied Mechanics Department, vice-rector on the scientific activity of Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture. A member of the international organization «Institute of Civil Engineer» and international organization of «Spatial Structures», the academician of the Civil Engineering Academy in Ukraine and the Academy of Sciences of Ukraine, an associate member of the Academy of Architecture of Ukraine. Scientific interests: the reliability theory, analyze, designing and engineering diagnostics of spatial metallic structures.

Shpinkov Vladimir – post-graduate student; Theoretical and Applied Mechanics Department, Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture. Scientific interests: the calculation and analysis of spatial coating systems on the rectangular and elliptical plan with a membrane coating.