

УДК 621.891

**Явтушенко Олександр Вікторович** <sup>(1)</sup>, завідувач кафедри, доктор технічних наук**Кобрін Юрій Григорович** <sup>(2)</sup>, аспірант**Шевченко Ірина Артурівна** <sup>(1)</sup>, доцент, кандидат технічних наук**Васильченко Тетяна Олександрівна** <sup>(1)</sup>, доцент, кандидат технічних наук

## ВИЗНАЧЕННЯ ШВИДКОСТІ ВІДНОСНОГО РУХУ ЧАСТИНКИ ПОДРІБНЮВАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ РОБОЧОЮ ПОВЕРХНЕЮ МОЛОТКА

<sup>(1)</sup> Запорізька державна інженерна академія<sup>(2)</sup> Національна металургійна академія України, м. Дніпро

Проаналізовано закономірності переміщення частинки подрібнювального матеріалу робочою поверхнею молотка молоткової дробарки. Запропоновано аналітичне визначення швидкості відносного руху зазначеної частинки на робочій поверхні молотка для розрахунків його ресурсу.

Ключові слова: подрібнювання матеріалу, дробарка, молоток, рух частинок матеріалу, відносна швидкість, зношування

*Вступ.* Процеси дроблення застосовують у багатьох галузях промисловості. З досвіду підприємств, які використовують молоткові дробарки, відомо, що мінімальний ресурс мають саме молотки дробарок, в той же час як ресурс інших органів зазначених дробарок є на один-два порядки вищий [1]. Ефективність використання молотків полягає в напрацюванні зазначеного органу дробарок до граничного стану. Тому підвищення ефективності функціонування молоткових дробарок шляхом прогнозування ресурсу молотка є актуальним питанням.

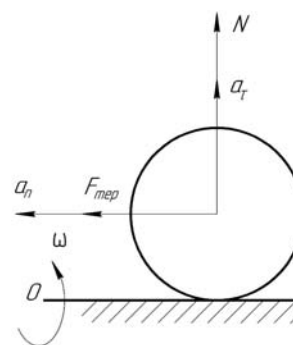
*Постановка завдання.* Завданням роботи є розробка теоретичної моделі взаємодії молотка з частинкою подрібнювального матеріалу, що дозволить прогнозувати ресурс зазначеного органу дробарки.

*Головна частина досліджень.* Процес дроблення пов'язано з ударами окремих частинок матеріалу об поверхню молотків і колосників, і відносним рухом (ковзанням) частинок щодо ударної поверхні молотка. У зв'язку з тим, що твердість, зносостійкість, пружні характеристики та напруження, за якими відбувається руйнування частинок значно нижчі за аналогічні характеристики молотка, то вважаємо, що його зношення пов'язано зі втомним руйнуванням поверхневого шару від ударної дії частинок с наступним його стиранням за рахунок їх відносного руху [2].

Під час вивчення технологічного процесу подрібнення важливо уявити закономірності переміщення частинки матеріалу робочою поверхнею молотка [3]. Процес зношування ударної поверхні молотка дробарки можна поділити на дві частини: перша – зношування, що відбува-

ється як результат удару молотка об матеріал, що подрібнюють, друга – стирання поверхні за тривалим ковзанням зазначеного матеріалу. Точна математична постановка задачі контактної взаємодії зі зносом є складною математичною проблемою. Відносну швидкість руху  $U$  можна знайти за теоремою механічного удару із застосуванням гіпотез Ньютонів або як середню швидкість протягом удару з урахуванням деформаційних властивостей тіл, які співударяються.

Розглядають рух одиничної твердої частинки, що знаходиться на робочій поверхні молотка (рис. 1). Під час досліджень було прийнято наступне припущення: частинки вважають кулькоподібними й ізольованими одна від одної.



$F_{тер}$  - сила тертя;  $a_n$  - нормальне прискорення частинки,  $a_τ$  - відносне прискорення частинки,  $N$  - сила реакції;  $\omega$  - можливість проковзування частинок

**Рисунок 1** – Рух одиничної твердої частинки щодо поверхні молотка

Частинка буде знаходитися у відносній рівновазі на ударній поверхні молотка за віссю  $OX$  у разі, якщо:

$$F_{тер.max} > m \cdot a_n \quad (1)$$

де  $F_{mp,max}$  – максимальна сила тертя;  $m$  – маса частинки.

Можливість проковзування частинок на момент удару, а значить і зношування ударної поверхні молотка, включаючи випадок, коли лінійна швидкість точки контакту збігається із нормаллю до поверхні, визначають за формулою:

$$\omega^2 > \frac{f \cdot \sigma_{kp} \cdot A}{m \cdot X_{min}}, \quad (2)$$

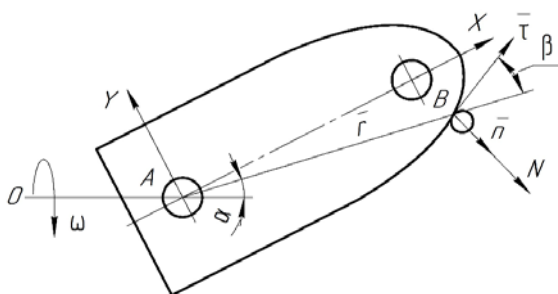
де  $f$  – коефіцієнт тертя;  $\sigma_{kp}$  – критичні контактні напруження,  $A$  – площа контакту;  $X_{min}$  – мінімальне переміщення.

Для оцінки відносної швидкості частинки з врахуванням часу взаємодії розглядають рівняння відносного руху частинки поверхнею молотка (рис. 2):

$$m \cdot \bar{a} = \bar{F}_{mp} + \bar{N} + m \cdot g, \quad (3)$$

де  $\bar{a}$  – абсолютне прискорення частинки;  $\bar{F}_{mp}$  – вектор сили тертя;  $\bar{N}$  – вектор сили реакції.

Силою тяжіння  $m \cdot g$  у рівнянні (3) можна нехтувати через малу масу та великі значення ударних реакцій.



т.  $O$  – вісь ротора; т.  $A$  – вісь підвісу молотка;

т.  $B$  – точка контакту молотка з частинкою

**Рисунок 2** – Схема взаємодії молотка з частинкою подрібнювального матеріалу

Прискорення  $\bar{a}$  може бути надано у вигляді

$$\bar{a} = \bar{a}_r + \bar{a}_e + \bar{a}_c = \bar{a}_r + \bar{W} \cdot [\bar{W} \cdot \bar{r}] + 2\bar{W} \cdot \bar{V}_r, \quad (4)$$

де  $\bar{W}$  – вектор кутової швидкості молотка;  $\bar{r}$  – радіус-вектор частинки;  $\bar{a}_r, \bar{V}_r$  – відносне прискорення та швидкість частинки відповідно;  $\bar{a}_e, \bar{a}_c$  – переносне прискорення та прискорення Коріоліса відповідно [4].

З урахуванням рівняння (4) формула (3) набуває вигляду:

$$m \cdot \bar{a}_r = \bar{F}_{mp} + \bar{N} + m \cdot \bar{W}^2 \cdot r - 2m \cdot \bar{W} \cdot \bar{V}_r, \quad (5)$$

Оскільки час співударання та відносне переміщення  $\Delta X$  частинки за час удару є відносно

малими, то у формулі (5) можна прийняти  $\Delta X/X \ll 1$ .

$$X_0 + \Delta X = X_0 \left( 1 + \frac{\Delta X}{X} \right) \approx X_0. \quad (6)$$

Враховуючи, що  $V_r(0) = 0$ , проекція на вісь  $OX$  приймає вигляд

$$m \cdot X = -f \cdot \sigma_{kp} + m \cdot W^2 \cdot X_0. \quad (7)$$

Відносна швидкість наприкінці удару  $V_y$  може бути поданою рівнянням

$$V_y = 3,218(m \cdot W^2 X_0 - f \cdot \sigma_{kp}) \cdot \left( \frac{m}{\beta} \right)^{0,4} \cdot \frac{W \cdot X_0}{m}. \quad (8)$$

Оскільки початкова швидкість дорівнює нулю та збільшується за лінійною залежністю, то за середнє значення відносної швидкості на момент удару може бути вибраною половина значення  $V_y$  рівняння (8).

Розглядають удар молотка по частинці зі застосуванням закону Ньютона про співударання твердих тіл [5] і коефіцієнту  $K$  з урахуванням місцевих незворотних деформацій [6].

Молоток є тілом, один розмір якого значно менший за двох інших. Удар здійснюється по частинці, розмір якої також малий, а початкова швидкість набагато менша за лінійну швидкість точки контакту молотка з частинкою. В цьому разі удар молотка по частинці можна класифікувати як плоский удар тіла та матеріальної точки [7].

$$K = \frac{\beta^{\frac{1}{3}}}{\sqrt{5 \left[ 2^{s+6} (m \cdot V_0^2)^{2s-3} \cdot \beta^s (s+1)^{5s} \right]^{\frac{1}{\alpha(s+1)}}}}. \quad (9)$$

За ударної взаємодії молотка з потоком частинок, що попадають до камери, відбувається його відхилення від радіального положення на деякий кут  $\alpha$  (рис. 2).

Система рівнянь, що описує ударну взаємодію частинки з молотком в т.  $B$  з координатами  $B[X; f(X) - 0,5b]$ , де  $f(x)$  – характеристика зносу ударної поверхні молотка, що отримана з теорії про рух центру мас і змінювання моменту кількості руху  $L_c$  відносно центру мас точки  $C$ :

$$\begin{cases} M(\bar{V}_1 - \bar{v}_1) = s\bar{n}_1 + \bar{A}, \\ m(\bar{V}_2 - \bar{v}_2) = s\bar{n}_2, \\ \Delta \bar{L}_c = \bar{CB} \cdot \bar{n}_1 s + \bar{CA} \cdot \bar{A}, \\ \bar{U}_2 \cdot \bar{n}_2 + \bar{U}_1 \cdot \bar{n}_1 = -K \cdot (\bar{U}_2 \cdot \bar{n}_2 + \bar{U}_1 \cdot \bar{n}_1), \end{cases} \quad (10)$$

де  $\bar{v}_1, \bar{V}_1$  – швидкість центру мас до та після удару відповідно;  $\bar{v}_2, \bar{V}_2$  – швидкість частинки до

та після удару відповідно;  $\bar{U}_1, \bar{U}_2$  – швидкість точки контакту молотка до та після удару відповідно;  $\Delta\bar{L}_c$  – змінювання кількості руху молотка у процесі удару;  $\bar{A} = [A_x, A_y]$  – ударний імпульс з боку вісі підвісу молотка;  $M, m$  – маса молотка та частинки відповідно.

Система рівнянь (10) має шість невідомих:  $A_x, A_y, s, V_{2x}, V_{2y}, \Delta\omega$ , де  $\Delta\omega$  – змінювання кутової швидкості молотка.

В цьому разі  $\varepsilon = m/M \ll 1$ , тоді з розв'язання системи (10) отримують

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} \ll 1. \quad (11)$$

Здійснюючи проектування другого рівняння системи (10) на вісь  $\bar{n}_2$  і  $\bar{\tau}$  та враховуючи нульову початкову швидкість частинки, можна записати

$$\begin{cases} m \cdot V_{2n2} = s, \\ m \cdot V_2 \cdot \tau = 0. \end{cases} \quad (12)$$

Звідки

$$\bar{V}_2 = V_2 \cdot \bar{n}_2. \quad (13)$$

Приймаючи за переносну швидкість  $\bar{U}_1$ , визначають відносну швидкість частинки  $\bar{V}_{\text{від}}$ :

$$\bar{V}_{\text{від}} = \bar{V}_2 - \bar{U}_1. \quad (14)$$

Підставляючи їх до рівняння (15), отримують

$$U = - \begin{vmatrix} 0 & 0 & -\omega \\ X + R \cdot \cos \alpha & -R \cdot \sin \varepsilon + f(X) - 0,5b & 0 \\ c0s(\alpha + \beta) & \sin(\alpha + \beta) & 0 \end{vmatrix} = \omega \cdot [(X + R \cdot \cos \alpha) \cdot \sin(\alpha + \beta) + (R \cdot \sin \alpha + 0,5b - f(X) \cdot \cos(\alpha + \beta))] \quad (16)$$

Потрібно відмітити, що відносні швидкості, що обчислено за відношенням (8) і (16), будуть декілька вищими за реальні швидкості, оскільки їх визначають у припущенні гладкого контакту. Тому, оцінки зношування за цими співвідношеннями будуть не більші за отриманого теоретичного значення.

Проектуючи  $\bar{V}_{\text{від}}$  на вісь  $\bar{\tau}$  з урахуванням (11) отримують для відносної швидкості  $U$  наступне рівняння:

$$U = \bar{V}_{\text{від}} \cdot \bar{\tau} = (\bar{V}_2 - \bar{U}_1) \cdot \bar{\tau} = \bar{V}_2 \cdot \bar{\tau} - \bar{U}_1 \cdot \bar{\tau} = -\bar{W} \cdot \overline{OB\tau} = -\overline{WOB\tau}. \quad (15)$$

Отже значення швидкості  $U$  визначається змішаним добутком векторів  $\bar{\omega} = [0, O_1 - \omega]$ ,

$$OB = OA + AB = [R \cdot \cos \alpha; -R \cdot \sin \alpha] + \{X; f(X) - 0,5b; 0\} =$$

$$= \{X + R \cdot \cos \alpha; -R \cdot \sin \alpha + f(X) - 0,5b; 0\}$$

$$\tau = \{\cos(\alpha + \beta); \sin(\alpha + \beta); 0\}$$

$$\text{де } \operatorname{tg} \beta = f'(X); \quad \cos \beta = \frac{1}{\sqrt{1 + f^2(X)}};$$

$$\sin \beta = \frac{f(X)}{\sqrt{1 + f^2(X)}},$$

де  $d$  – ширина молотка;  $\omega$  – кутова швидкість ротора;  $\alpha$  – кут між віссю молотка та радіусом ротора;  $\beta$  – кут нахилу дотичної ударної поверхні молотка.

*Висновки.* Отримано формули, що можуть бути застосованими для розрахунків ресурсу молотка та таким чином підвищити ефективність функціонування молоткових дробарок у цілому.

### Бібліографічний список

1. **Васильченко, Т. О.** Аналіз процесу руйнування крихких матеріалів ударом [Текст] / Т. О. Васильченко, І. А. Шевченко, Ю. Г. Кобрін // *Металургія : наукові праці Запорізької державної інженерної академії.* – Запоріжжя : РВВ ЗДІА, 2017. – Вип. 2 (38). – С. 116-122.
2. **Шевченко, І. А.** Аналіз дослідження зношення робочого органу молоткових дробарок [Текст] / І. А. Шевченко, Ю. Г. Кобрін // *Металургія : наукові праці Запорізької державної інженерної академії.* – Запоріжжя : РВВ ЗДІА, 2017. – Вип. 1 (37). – С. 122-127.
3. **Сайд, Б. И.** Обоснование параметров малогабаритной молотковой дробилки : Автореф. дис канд. техн. наук : 05.20.01: - Ростов н/Д, 1992. – 17 с.

4. **Ишков, В. И.** Исследование влияния основных параметров безрешетной молотковой дробилки на производительность, энергоёмкость и качество измельчения фуражного зерна [Текст] : Дис... канд. техн. наук. 05.20.01 / Владимир Иванович Ишков. – Воронеж, 1982. – 207 с.
5. **Бутенин, Н. В.** Курс теоретической механики, т. 2. Динамика [Текст] / Н. В. Бутенин, Я. Л. Лунз, Д. Р. Меркин. – М. : Наука, 1985. – 544 с.
6. **Мельников, С. В.** Основания для проектирования молотковых дробилок [Текст] // Земледельческая механика. – М., 1965. – Т. 14. – С. 221-232.
7. **Ukrainets, A.** A study of the enriched whey power on the quality of special-purpose bred [Text] / A. Ukrainets, O. Kochubei-Lytvynenko, O. Bilyk etc. // Easter European Journal of Enterprise Technologies Open Access. – 2016.

**Евтушенко Александр Викторович**, доктор технических наук, заведующий кафедрой обработки металлов давлением Запорожской государственной инженерной академии (Запорожье, Украина). E-mail: ayav2017@gmail.com

**Кобрин Юрий Григорьевич**, аспирант кафедры машин и агрегатов металлургического производства Национальной металлургической академии Украины (Днепр, Украина). E-mail: ku\_76@yahoo.com

**Шевченко Ирина Артуровна**, кандидат технических наук, доцент кафедры металлургического оборудования Запорожской государственной инженерной академии (Запорожье, Украина). E-mail: iashevia@yahoo.com

**Васильченко Татьяна Александровна**, кандидат технических наук, доцент кафедры металлургического оборудования Запорожской государственной инженерной академии (Запорожье, Украина). E-mail: pepipp@mail.ru

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ОТНОСИТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ ИЗСЕЛЬЧАЕМОГО МАТЕРИАЛА ПО РОБОЧЕЙ ПОВЕРХНОСТИ МОЛОТКА

Выполнен анализ закономерностей движения частицы измельчаемого материала по рабочей поверхности молотка молотковой дробилки. Предложено аналитическое определение скорости относительного движения указанной частицы по рабочей поверхности молотка для расчета его ресурса.

Ключевые слова: измельчение материала, дробилка, молоток, движение материала, относительная скорость, износ

**Yavtushenko Oleksandr**, Doctor of Technical Sciences, Head of the Department of Plastic Metal Forming of Zaporizhzhia State Engineering Academy (Zaporizhzhia, Ukraine). E-mail: ayav2017@gmail.com

**Kobrin Yurii**, Graduate student of the Department of machines and aggregates of of Metallurgical Production of The National Metallurgical Academy of Ukraine (Dnipro, Ukraine). E-mail: ku\_76@yahoo.com

**Shevchenko Irene**, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of Department of Metallurgical Equipment of Zaporizhzhia State Engineering Academy (Zaporizhzhia, Ukraine). E-mail: iashevia@yahoo.com

**Vasil'chenko Tatiana**, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of Department of Metallurgical Equipment of Zaporizhzhia State Engineering Academy (Zaporizhzhia, Ukraine). E-mail: pepipp@mail.ru

## DETERMINATION OF VELOCITY OF THE RELATIVE MOTION OF PARTICLES REFINEMENT MATERIAL ON HAMMER WORKING SURFACE

The regularities for the movement of material particle on hammer surface are analyzed. An analytical determination of the velocity of the relative motion of the particles of the material to be crushed for the working surface of the hammer of the crusher is proposed to calculate its life.

Key words: refinement of material, crusher, hammer, motion of material particle, relative speed, wear

Стаття надійшла до редакції 12.03.2018 р.  
Рецензент, проф. Й.К. Огинський

Текст даної статті знаходиться на сайті ЗДІА в розділі Наука  
<http://www.zgia.zp.ua>