

УДК 614.23.314

ПІДХІД НА ОСНОВІ АКТУАРНИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ДО ЗАДАЧ СТРАХОВОЇ МЕДИЦИНИ

В. П. Марценюк, Н. Я. Климук, І. Є. Андрущак

Тернопільський державний медичний університет імені І.Горбачевського

У роботі розвинуто підхід на основі актуарних математичних моделей до задач медичного страхування. Моделі сформульовано в термінах рівнянь Колмогорова та Тіле.

Ключові слова: медичне страхування, рівняння Колмогорова, рівняння Тіле

ПОДХОД НА ОСНОВЕ АКТУАРНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ К ЗАДАЧАМ СТРАХОВОЙ МЕДИЦИНЫ

В. П. Марценюк, Н. Я. Климук, И. Е. Андрущак

Тернопольский государственный медицинский университет имени И. Я. Горбачевского

В работе развит подход на основе актуарных математических моделей к задачам медицинского страхования. Модели сформулированы в терминах уравнений Колмогорова и Тиле.

Ключевые слова: медицинское страхование, уравнение Колмогорова, уравнение Тиле

APPROACH BASED ON ACTUARIAL MATHEMATICAL MODELS FOR THE PROBLEMS OF HEALTH INSURANCE

V. P. Martsenyuk, N. Ya. Klymuk, I. Ye. Andrushchak

Ternopil State Medical University by I.Ya. Horbachevsky

In this work there is developed an approach based on actuarial mathematical models for the problems of health insurance. Models are presented in terms of Kolmogorov and Thiele equations.

Key words: health insurance, Kolmogorov equation, Thiele equation

Вступ. Охорона здоров'я населення України є пріоритетним напрямком соціальної політики держави. Національна програма реформування галузі передбачає модернізацію системи охорони здоров'я і встановлює основні концептуальні пріоритети розвитку медичної галузі країни. Значиме місце у вирішенні проблем національної охорони здоров'я в багатьох країнах світу посідає медичне страхування [1-4]. При цьому одним з основних способів подолання проблем у національних системах охорони здоров'я є використання можливостей медичного страхування з метою підвищення якості медичної допомоги й збереження здоров'я населення.

У рамках розв'язання завдань, передбачених національними проектами, особливого значення набувають науково-практичні дослідження з удосконалення фінансового забезпечення охорони здоров'я. Про-

блеми функціонування системи медичного страхування активно обговорюються на різних рівнях. Сьогодні потрібно переходити від обговорення напрямків удосконалювання до фази інтенсивного впровадження раціональних організаційно-фінансових рішень в області медичного страхування.

Наукові підходи, вироблені в працях по теорії фінансів і страхової справи [1-5], послужили базою для розробки теоретико-методологічних основ сучасного медичного страхування. Разом з тим, інтенсифікація сучасного економічного й соціального розвитку вимагає розширення й поглиблення наукових, методологічних і практичних досліджень в області медичного страхування.

Метою роботи є розвиток теоретико-методологічної бази медичного страхування шляхом розробки актуарних математичних моделей.

Матеріали та методи дослідження

Наша модель ґрунтується на припущенні про те, що час, через який клієнт страхової компанії захворіє на хворобу (яка підлягає медичному страхуванню), якщо його вік становить x , є випадковою величиною T_x з неперервним розподілом. Такий розподіл буде повністю описаний, якщо ми знатимемо:

- функцію неперервного розподілу $F_x(t) = P\{T_x \leq t\}$, або

- відповідну функцію щільності $f_x(t)$ або

- силу захворюваності $\mu_{x,t}$. Даний показник введено по аналогії з демографією. Сила захворюваності є швидкістю ймовірності захворіти у віці t для особи, яка зараз має вік x . Вона може бути обчислена як:

$$\mu_{x,t} = -\frac{d}{dt} \ln S_x(t). \text{ Тут } S_x(t) = 1 - F_x(t) - \text{ функція}$$

опірності до хвороби (тобто ймовірність не захворіти до віку t для особи, яка зараз має вік x).

Один із підходів полягає в припущенні, що є відомою функція неперервного розподілу $F_x(t)$ (мається на увазі, що вона була оцінена, використовуючи відповідні статистичні дані). Це можна зробити на основі таблиці захворюваності I (тут I - ймовірність захворіти у віці x років), яку можна використати для обчислення оцінок параметрів страхового полісу (ОПП).

Припустимо, що нам відомо силу захворюваності у кожному віці. Зобразимо це схематично:

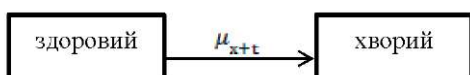


Рис. 1. Схема для представлення контракту медичного страхування.

Задачу медичного страхування можна сформулювати таким чином. При відомій силі захворювання для кожного віку $t_{x,t}$ потрібно знайти всі ймовірності і ОПП, які потрібні для знаходження страхової суми та премії, визначених в страховому полісі.

Пропонований підхід полягає у вирішенні звичайного диференціального рівняння Колмогорова для знаходження ймовірності «не захворіти»:

$$\frac{d}{dt} {}_t P_x = - {}_t P_x \mu_{x+t}$$

Тут і надалі в роботі використовуватимуться позначення актуарної математики ${}_t P_x = S_x(t)$. В якості початкового стану розглядаємо ${}_0 P_x = 1$. Задача полягає у відшуванні ${}_t P_x$ для всіх $t > 0$.

Для обчислення резервного капіталу з часом $V(t)$ що є визначальним при укладанні контракту медичного страхування, пропонується використовувати рівняння Тіле:

$$\frac{d}{dt} V(t) = V(t)\delta + \bar{P}_x - \mu_{x,t}(1 - V(t)).$$

Тут \bar{P}_x - розмір страхової премії. Рівняння Тіле дозволяє обчислити нам вартість страхового полісу а також ОПП будь-яких грошових операцій. Граничною умовою у цьому випадку є кінцева умова швидше ніж початкова.

Дуже рідко $\mu_{x,t}$ має настільки просту форму (наприклад константа), що ми можемо знайти розв'язки в явному вигляді. У той же час майже завжди розв'язки можуть бути знайдені чисельно. Ми зробимо це використовуючи найпростіший метод - схему Ейлера.

Результати та їх обговорення

З першого погляду підхід на основі рівнянь Колмогорова та Тіле здається більш складним, ніж просте використання таблиці захворюваності. Це дійсно так, хоча на сьогодні, завдяки потужним обчислювальним комп'ютерним методам, він є цілком реальним.

Переваги такого підходу проявляються при розгляді більш складних контрактів. Так, на рис. 2 наведено модель, яка лежить в основі медичного страхування на випадок втрати працездатності з метою заміщення втрачених заробітків.

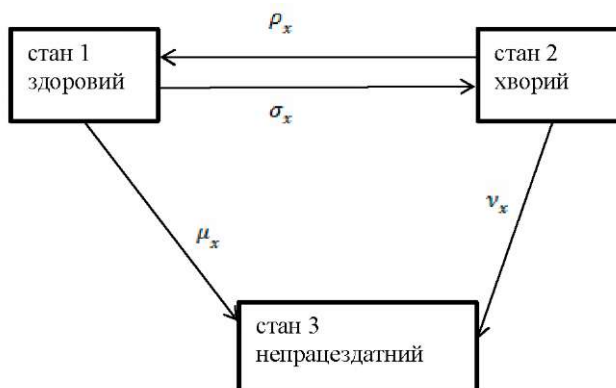


Рис. 2. Модель, яку можна використати для представлення контракту страхування на випадок непрацездатності.

Ми могли б сформулювати цю модель в умовах випадкового часу, коли відбуваються події, аналогі випадкового часу захворіти T . Це надзвичайно складно і обчислення ймовірності і ОПП за допомогою цього підходу є неперспективним.

Але, якщо ми припустимо, що відомо «сили», що керують переходами між трьома станами, аналоги до сили захворювання $\mu_{x,t}$, то легко можна записа-

$$\begin{aligned} {}_h P_x &\approx {}_0 P_x + h \frac{d}{dt} P_x \Big|_{t=0} = {}_0 P_x + h [-{}_0 P_x \mu_{x+0}] = 1 - h \mu_x \\ {}_{2h} P_x &\approx {}_h P_x + h \frac{d}{dt} P_x \Big|_{t=h} = {}_h P_x + h [-{}_h P_x \mu_{x+h}] = 1 - h \mu_x - h(1 - h \mu_x) \mu_{x+h} \\ {}_{3h} P_x &\approx {}_{2h} P_x + h \frac{d}{dt} P_x \Big|_{t=2h} = {}_{2h} P_x + h [-{}_{2h} P_x \mu_{x+2h}] \end{aligned}$$

І так далі. Такі обчислення легко можна програмувати в будь-якому із наступних програмних засобів: електронні таблиці; мови програмування (наприклад, Java); стандартні математичні пакети (наприклад, Maple, Matlab, Mathematica).

Зауважимо, що схема Ейлера є найпростішим обчислювальним методом для вирішення диференціального рівняння. Однак, це один з найповільніших і найменш точних методів. Тому на практиці доцільно використовувати більш ефективні чисельні методи.

Розв'язання диференціального рівняння Тіле. Ми можемо розв'язати диференціальне рівняння Тіле двома способами.

$$V(n-h) \approx V(n) - h \frac{d}{dt} V(t) \Big|_{t=n} = V(n) - h[V(n)\delta + \bar{P} - \mu_{x+n}(1-V(n))]$$

$$V(n-2h) \approx V(n-h) - h \frac{d}{dt} V(t) \Big|_{t=n-h} = V(n-h) - h[V(n-h)\delta + \bar{P} - \mu_{x+n-h}(1-V(n-h))]$$

$$V(n-3h) \approx V(n-2h) - h \frac{d}{dt} V(t) \Big|_{t=n-2h} = V(n-2h) - h[V(n-2h)\delta + \bar{P} - \mu_{x+n-2h}(1-V(n-2h))]$$

і т.д.

Висновки. 1. В роботі запропоновано актуальний підхід до побудови математичних моделей, які можуть бути використані при розробці полісів медичного страхування.

2. За допомогою рівняння Колмогорова, знаючи силу захворюваності можна здійснювати розрахунок залеж-

ти аналоги рівняння Колмогорова і рівняння Тіле і потім розв'язати їх чисельно.

Розв'язок рівняння Колмогорова. Застосувавши метод Ейлера до рівняння Колмогорова ми отримуємо:

1. Вперед від початкової умови:

$$V(0) = 0$$

2. Назад від кінцевої умови:

$$V(n) = 0 \text{ або } V(0) = 1$$

При розв'язуванні рівняння Тіле початкове значення дуже часто є невідомим. У той же час ми майже завжди знаємо кінцеве значення. Тому ми розв'яжемо рівняння Тіле починаючи від кінцевої умови. Застосувавши метод Ейлера з розміром кроку k ми маємо:

них від часу ймовірностей клієнта страхової компанії не захворіти на захворювання, що розглядається.

3. За допомогою рівняння Тіле пропонується розраховувати залежний від часу резервний капітал, що є визначальним при укладанні договору медичного страхування.

Література

1. Кудрявцев А. А. Страхование здоровья: опыт Великобритании. А. А. Кудрявцев, Р. Г. Плам, Г. В. Чернова - М. : Анкил, 2003. - 216 с.
2. Система страхования в здравоохранении : учеб.-метод. пособие / Ю. П. Лисицын и др. - М. : Федер. фонд ОМС, 2001. - 223 с.
3. Азаматов Д.М. Страховая медицина. Социально-фило-

- софский анализ (на материалах Респ. Башкортостан) / Д. М. Азаматов, О. М. Иванова - Уфа, М. : 1999. - 263 с.
4. Миронов А. А. Медицинское страхование / А. А. Миронов, А. М. Таранов, А. А. Чейда - М. : Наука, 1994. - 312 с.
5. Актуарная математика : пер. с англ.; под ред. В. К. Малиновского / Бауэрс Н., Гербер Х., Джонс Н., Несбит С. - М. : Янус-К, 2001.