

АНАЛІЗ МОЖЛИВОСТЕЙ ВИКОРИСТАННЯ СИСТЕМИ МАТЕМАТИКА ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЕКСТРЕМАЛЬНИХ ЗАДАЧ

Наукові записки. – Серія: Педагогіка
ТНПУ ім. В. Гнатюка. – 2006. – №7. – С. 125 – 131.

2. Допуски и посадки. Справочник. В 2-х частях. Ч. 2 / под ред. В.Д. Мягкова. – Л.: Машиностроение, 1983. – С. 272 – 296.

3. Звіти у сфері науки і техніки. Структура і правила оформлення. Документація: ДСТУ 3008-95. – К.: Держстандарт України, 1995. – 37 с.

4. Зябрева Н.Н. Посobie к решению задач по курсу “Взаимозаменяемость, стандартизация и технические измерения” / Н.Н. Зябрева, Е.И. Перельман, М.Я. Шегал. – М.: Высшая школа, 1977. – 204 с.

5. Карпунин И.М. Посадки приборных и шпиндельных шарикоподшипников: Справочник / И.М. Карпунин. – М.: Машиностроение, 1978. – 246 с.

6. Підшипники кочення та ковзання. Терміни та визначення: ДСТУ 3012-95. – К.: Держстандарт України, 1995. – 75 с.

7. Подшипники качения: Справочник-каталог / под ред. В.Н. Нарышкина, Р.В. Коросташевского. – М.: Машиностроение, 1984. – 280 с.

Стаття надійшла до редакції 05.03.2010

УДК 004:51

Тарас Кобильник, кандидат педагогічних наук, викладач кафедри інформатики та обчислювальної математики

Володимир Грозовський, викладач кафедри інформатики та обчислювальної математики Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка

АНАЛІЗ МОЖЛИВОСТЕЙ ВИКОРИСТАННЯ СИСТЕМИ МАТЕМАТИКА ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЕКСТРЕМАЛЬНИХ ЗАДАЧ

У статті охарактеризовано можливості використання систем комп'ютерної математики Mathematica для розв'язування деяких оптимізаційних задач.

Ключові слова: комп'ютерна математика, СКМ, Mathematica, оптимізаційні задачі.

В статті охарактеризовані можливості використання систем комп'ютерної математики Mathematica для розв'язування деяких оптимізаційних задач.

Ключевые слова: компьютерная математика, СКМ, Mathematica, оптимизационные задачи.

In the article possibilities of the use of the systems of computer mathematics of Mathematica are described for untiing of some optimization tasks.

Key words: computer mathematics, SKM, Mathematica, optimization tasks.

Постановка проблеми. Інформатика в процесі свого становлення у своїх теоретичних основах і методах неухильно математизується. І навпаки, методи інформатики, інформаційні технології впливають на стиль, техніку і зміст математичних досліджень. Це, перш за все, стосується використання математичних моделей та інформаційних технологій для дослідження об'єктів реальної дійсності, розв'язування практичних задач, зокрема оптимізаційних, що виникають у всіх сферах діяльності людини. Тому при підготовці фахівців у педагогічних університетах слід приділяти значну увагу побудові математичних моделей та їх дослідженню, зокрема з використанням інформаційних технологій (наприклад, систем комп'ютерної математики (СКМ) [7].

Оптимізаційні задачі застосовуються як в інформатиці так і в інших галузях прикладної математики, зокрема в:

- дослідженні операцій (оптимізація економічних

систем, оптимальне планування, транспортні задачі, керування запасами);

- чисельному аналізі (апроксимація, регресія, розв'язування лінійних і нелінійних систем, варіаційні методи);

- автоматичі (оптимальне керування системами роботи комп'ютерних мереж);

- математичній економіці (макро- і мікроекономічні моделі, моделі підприємницької діяльності, теорія прийняття рішень, теорія ігор).

Аналіз останніх досліджень та публікацій.

Різні аспекти використання СКМ як практичні, так і дидактичні розглядаються в працях таких науковців як В.З. Аладьєв, М.Л. Шишаков, В.П. Дьяконов, Т.В. Капустіна, Ю.Ф. Лазарев, Ю.Г. Лотюк, Б.М. Манзон, В.Ф. Очков, Г.В. Прохоров, В.Г. Потьомкін, С.А. Раков, Ю.В. Триус та інших. Вони, як правило, звертали увагу на вивчення та використання СКМ таких як Maple [1], Mathcad [3], Matlab [2], Mathematica [9] та інших.

АНАЛІЗ МОЖЛИВОСТЕЙ ВИКОРИСТАННЯ СИСТЕМИ MATHEMATICA ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЕКСТРЕМАЛЬНИХ ЗАДАЧ

Мета статті: проаналізувати можливості використання системи комп'ютерної математики Mathematica до розв'язування оптимізаційних задач.

Виклад основного матеріалу. Насамперед сформулюємо кілька загальних зауважень щодо розв'язування задач за допомогою комп'ютера, в тому числі й з використанням СКМ. Перш ніж приступати до комп'ютерного дослідження математичної задачі, важливо детально продумати кілька питань:

- Що відомо про вихідну задачу? Тобто які властивості вона має і чи всі дані враховуються при розв'язуванні задачі. Якими є вхідні дані, який інтервал їх зміни, як їх зміна може вплинути на процес розв'язування? Який результат потрібно отримати, який вигляд повинна мати передбачувана відповідь?

- Як отримати результат? У першу чергу це включає вибір способу (аналітичне дослідження чи чисельний аналіз) та методів розв'язування задачі, необхідного інструменту (програмного продукту). Потрібно здійснити вибір найкращого методу, тобто методу, за допомогою якого можна отримати правильний результат за прийнятний час. Вияснити, як будуть перевірятися отримані результати на кожному кроці розв'язування. Це стосується як безпосередньо програмування, так і коректності отриманих величин.

Скільки часу потребує розв'язування поставленої задачі, включаючи час, необхідний для створення програмного коду, його редагування та відлагодження?

Сучасний розвиток комп'ютерних технологій, орієнтованих на створення інтегрованих пакетів multimedia-технологій, привів до появи нового рівня математичних систем, серед яких найвідомішими є пакети Maple [10; 11] фірми Maple Waterloo Inc та Mathematica [13] фірми Wolfram Research Inc.

Система Mathematica. Розробник – фірма Wolfram Research Inc (www.wolfram.com). Перша версія системи з'явилась у 1988 році.

Дамо загальну характеристику системи Mathematica 6.0 (є вже новіші версії, наприклад, Mathematica 7.0). Вона може працювати під управлінням таких операційних систем як Windows NT4/2000/XP/Vista, Linux, MacOS X, SUN OS, SUN Solaris, IBM AIX, HP-UX, на таких платформах як PC's, Apple, SUN, IBM, HP.

Можливості використання системи Mathematica 6.0:

- розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем;
- символічні перетворення виразів;
- розв'язування різноманітних задач

математичного аналізу (обчислення границь; диференціювання та інтегрування функцій як аналітично, так і чисельно; обчислення скінченних та нескінченних сум та добутків; розвинення функції в ряд Тейлора тощо);

- розв'язування диференціальних рівнянь та рівнянь у частинних похідних;

- розв'язування задач умовної та безумовної оптимізації (зокрема задач лінійного дискретного та нелінійного програмування);

- розв'язування задач лінійної алгебри (додавання, множення, обчислення оберненої та транспонованої матриць, обчислення визначника, мінорів, множення вектора на матрицю, пошук власних значень та векторів, розв'язування матричних рівнянь тощо);

- розвинена дво- та тривимірна графіка, можливість імпортування та експортування графіки в кілька форматів (BitMap (BMP), Device Independent Bitmap (DIB), Macpaint (MAC), Postscript (PS, EPS), Windows Enhanced Metafile (EMF), Tagged Image File Format (TIFF), Adobe Illustrator File (AL), Wave (WAV), MPS, EPSI, EPSTIFF, PDF, PImage, XBitmap, PCL, PBM, MGF, SDTS, FITS, SVG, DICOM, GIF, JPG, DXF);

- власна мова програмування.

Крім того, система містить пакети розширень, які дозволяють розв'язувати спеціальні задачі.

Фірма-розробник підтримує електронний довідник (<http://mathworld.wolfram.com>), у якому міститься велика кількість наукових та навчальних програмних продуктів.

Цікавим є дослідження, яке проводить С. Стейнхаус [12]. Деякі з результатів тестування СКМ (станом на 15 квітня 2008 року), наведених у роботі [12], подано у табл. 1, з якої видно, що кращими в середньому за всіма категоріями порівняння є системи Mathematica 6.0 (71,05%) та Matlab 2008a (69,58%), далі GAUSS 8.0 (52,11%) та Maple V11 (51,13%). При цьому за математичними характеристиками кращою є система Mathematica 6.0 (76,04%), значно відстають системи GAUSS 8.0 (69,56%) та Matlab 2008a (68,79%).

Основні можливості використання системи Mathematica для розв'язування оптимізаційних задач.

Можливості використання системи Mathematica 4.1 для розв'язування екстремальних задач наведено в [4, 583 – 587], зокрема наведені приклади застосування таких команд **FindMinimum**, **ConstrainedMax**, **ConstrainedMin**, **LinearProgramming**.

У версіях системи Mathematica 5.x додано кілька команд для розв'язування оптимізаційних задач. Зокрема, для пошуку локального

АНАЛІЗ МОЖЛИВОСТЕЙ ВИКОРИСТАННЯ СИСТЕМИ МАТЕМАТИКА ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЕКСТРЕМАЛЬНИХ ЗАДАЧ

Таблиця 1.

Результати тестування СКМ

Програма (версія)	GAUSS 8.0	Maple V11	Mathematica 6.0	Matlab 2008a	O-Matrix 5.2	Ox Prof. 3.2	Scilab 4.12
Категорія порівняння	%	%	%	%	%	%	%
Інсталяція	35,41	87,54	96,27	76,52	41,18	34,36	39,69
Математичні операції (35%)	69,59	55,10	76,04	68,79	36,58	54,38	43,88
Графічні операції (10%)	60,86	60,88	84,63	88,49	47,14	43,96	51,32
Засоби програмування (11%)	62,70	50,81	64,86	72,43	41,62	72,43	62,16
Управління даними (5%)	67,43	64,06	76,03	72,77	49,89	55,43	53,71
Доступні операційні платформи (2%)	62,43	69,23	100,00	76,77	15,38	92,31	46,15
Швидкість обчислень (22%)	21,85	11,16	39,07	54,68	83,42	42,36	24,51
Загальний результат	52,11	51,13	71,05	69,58	49,43	50,49	42,28

максимуму функції однієї або кількох змінних була додана команда **FindMaximum**, синтаксис якої аналогічний до **FindMinimum**. Також були додані команди для відшукування глобальних мінімумів та максимумів функцій (у тому числі й з обмеженнями) однієї або кількох змінних:

Maximize[f, {x, y, ...}] – відшуковується глобальний максимум функції **f(x, y, ...)**. Для чисельного

Maximize[{f, inequalities}, {x, y, ...}] – відшуковується глобальний максимум функції **f(x, y, ...)** з обмеженнями **inequalities**.

Аналогічний синтаксис має команда **Minimize** для відшукування мінімуму функцій як з обмеженнями, так і без них. Для чисельного відшукування максимумів та мінімумів використовуються команди **NMaximize** та **NMinimize**.

Зауважимо, що починаючи з версій системи Mathematica 5.x, команди **ConstrainedMax** та **ConstrainedMin** скриті, що означає: поки що їх використовувати можна, проте пропонується застосовувати команди **Maximize** (**NMaximize**) або **Minimize** (**NMinimize**) залежно від умови задачі. Розв'яжемо такий приклад [8] за

допомогою команд **ConstrainedMax** та **Maximize** в системі Mathematica 5.1.

Приклад 1. Нехай цех малого підприємства повинен виготовити 100 виробів трьох типів. Кожного виробу треба зробити не менше 20 штук. На виготовлення виробу витрачається відповідно 4, 3.4 і 2 кг металу при його загальному запасі 340 кг, а також по 4.75 і 11 і 2 кг пластмаси при її загальному запасі 700 кг. Скільки виробів кожного типу x_1, x_2, x_3 треба виготовити для отримання максимального прибутку, якщо ціна виробів становить 4, 3 та 2 гривні відповідно.

Розв'язування. Задача зводиться до максимізації функції $f(x_1, x_2, x_3) = 4x_1 + 3x_2 + 2x_3$ при обмеженнях

$$\begin{cases} x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, \\ 4x_1 + 3.4x_2 + 2x_3 \leq 340, \\ 4.75x_1 + 11x_2 + 2x_3 \leq 700, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 100. \end{cases}$$

Використовуючи команду **ConstrainedMax**, отримаємо результат

АНАЛІЗ МОЖЛИВОСТЕЙ ВИКОРИСТАННЯ СИСТЕМИ МАТЕМАТИКА ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЕКСТРЕМАЛЬНИХ ЗАДАЧ

```
In[1]:= f = 4 x1 + 3 x2 + 2 x3;
inequalities = {x1 ≥ 20, x2 ≥ 20, x3 ≥ 20, 4 x1 + 3.4 x2 + 2 x3 ≤ 340,
4.75 x1 + 11 x2 + 2 x3 ≤ 700, x1 + x2 + x3 == 100};
ConstrainedMax[f, inequalities, {x1, x2, x3}]
```

ConstrainedMax::deprec :

ConstrainedMax is deprecated and will not be supported in future versions of Mathematica.
Use NMaximize or Maximize instead. »

```
Out[3]= {332., {x1 → 56., x2 → 20., x3 → 24.}}
```

Той самий приклад розв'яжемо за допомогою команди **Maximize**:

```
In[4]:= f = 4 x1 + 3 x2 + 2 x3;
inequalities = {x1 ≥ 20, x2 ≥ 20, x3 ≥ 20, 4 x1 + 3.4 x2 + 2 x3 ≤ 340,
4.75 x1 + 11 x2 + 2 x3 ≤ 700, x1 + x2 + x3 == 100};
Maximize[f, inequalities, {x1, x2, x3}]
```

```
Out[6]= {332., {x1 → 56., x2 → 20., x3 → 24.}}
```

Результатом обчислень є величина 190 м², маючи для цього 100 тис. грн і можливість максимального прибутку ($f = 332$) і список придбати устаткування двох типів: А і В. Техніко-економічну інформацію стосовно одиниці кожного змінних ($x_1 = 56, x_2 = 20, x_3 = 24$), які виду устаткування подано в табл.2:

Таблиця 2.

Показник	Устаткування		Ресурс
	А	В	
Вартість, тис. грн	25	10	100
Необхідна виробнича площа, м ²	40	20	190
Потужність, тис. грн/рік	350	150	—

відображають кількість виробів кожного типу необхідних для максимізації прибутку.

Зазначимо, що до системи Mathematica 6.0, не було можливості безпосередньо розв'язувати задачі цілочисельного лінійного програмування. Тому для розв'язування таких задач у попередніх версіях можна використовувати, зокрема метод гілок і меж (див. наприклад [6]).

Починаючи з версії системи Mathematica 6.0, за допомогою функцій мінімізації та максимізації з вказанням параметра **Integers** можна розв'язувати задачі цілочисельного програмування.

Розглянемо такий приклад [5].

Приклад 2. In[4]:= **f = 350 x1 + 150 x2;**

Сільськогосподарське підприємство планує відкрити сушильний цех на виробничій площі

```
inequalities = {25 x1 + 10 x2 ≤ 100, 40 x1 + 20 x2 ≤ 190,
x1 ≥ 01, x2 ≥ 0};
Maximize[f, inequalities, {x1, x2}, Integers]
```

```
Out[6]= {1450, {x1 → 2, x2 → 5}}
```

Розв'язання. Нехай x_1 та x_2 – кількість комплектів устаткування типу А і В відповідно. Запишемо економіко-математичну модель задачі:

$$\max Z = 350x_1 + 150x_2,$$

$$25x_1 + 10x_2 \leq 100;$$

$$40x_1 + 20x_2 \leq 190;$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0,$$

$$x_1 \text{ і } x_2 \text{ – цілі числа.}$$

Розв'яжемо її за допомогою системи Mathematica 6.0

АНАЛІЗ МОЖЛИВОСТЕЙ ВИКОРИСТАННЯ СИСТЕМИ MATHEMATICA ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЕКСТРЕМАЛЬНИХ ЗАДАЧ

Висновок. Сучасні версії системи Mathematica містять вбудовані функції для розв'язування екстремальних задач, тому її можна використовувати при навчанні таких дисциплін як “Методи оптимізації”, “Дослідження операцій та теорія ігор” та інших курсів, в яких досліджуються мінімаксні задачі. За допомогою системи Mathematica можна розв'язувати класичну задачу на умовний екстремум такі оптимізаційні задачі як одно- та багатовимірної оптимізації нелінійних функцій, лінійне (в тому числі й цілочисельне) та нелінійне програмування.

Використання інформаційних технологій, зокрема СКМ, значно розширює можливості застосування математичних методів та моделей для дослідження процесів у різних сферах людської діяльності. Широкий набір засобів для комп'ютерної підтримки аналітичних, обчислювальних та графічних операцій роблять сучасні СКМ одними з основних засобів у професійній діяльності дослідників, програмістів, інженерів і т.д. Тому їх освоєння та використання в навчальному процесі при вивченні дисциплін фізико-математичного циклу надасть можливість підвищити рівень професійної підготовки студентів, їх фізико-математичної та інформаційної культури.

1. Аладьев В.З. Системы компьютерной алгебры: Maple: Искусство программирования / Аладьев Виктор Захарович. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2006. – 792 с.

2. Голубева Л.Л. Компьютерная математика. Числовой пакет MATLAB: курс лекций / Голубева Л.Л., Малевич А.Э., Щеглова Н.Л. — Минск: БГУ, 2007.

3. Гурский Д. Вычисления в MATCAD 12 / Д. Гурский, Е. Турбина. – С-Пб: Питер, 2006. – 544 с.

4. Жалдак М.І. Основи теорії і методів оптимізації: навчальний посібник / М.І. Жалдак, Ю.В. Триус. – Черкаси: Брама-Україна, 2005. – 608 с.

5. Наконечний С.І. Математичне програмування: Навч. посіб./С.І. Наконечний, С.С. Савіна. –К.: КНЕУ, 2003. –452 с.

6. Сигал И.Х. Введение в прикладное дискретное программирование: модели и вычислительные алгоритмы: Учеб.пособие / И.Х. Сигал, А.П. Иванова – Изд. 2-е, испр. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 240 с.

7. Триус Ю.В. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математики: монографія / Юрій Васильович Триус. – Черкаси: Брама-Україна, 2005. – 400 с.

8. Чемерис А. Методи оптимізації в економіці: навчальний посібник / А. Чемерис, Р. Юринцев, О. Мишишин. –К.: Центр навчальної літератури, 2006. – 152 с.

9. Шмидский Я.К. Mathematica 5: [самоучитель] / Яков Константинович Шмидский. –М.; СПб.; К.: Диалектика, 2004. – 580 с.

10. Maple Advanced Programming Guide / M.B. Monagan, K.O. Geddes, K.M. Heal and other / Maplesoft, a division of Waterloo Maple Inc, 2007. – 452 p.

11. Maple User Manual / Maplesoft, a division of Waterloo Maple Inc, 2007. – 412 p.

12. Steinhaus S. Comparison of mathematical programs for data analysis (Edition 5.03) [Электронный ресурс] – Munchen/Germany. – 64 p. – Режим доступа: <http://www.scientificweb.de/ncrunch/>.

13. Wolfram S. Mathematica book / Stephan Wolfram. – 5 th ed. – 1486 p.

Стаття надійшла до редакції 27.02.2010



7 травня 2010 року
170 років від дня народження



Марка Кропивницького
(1840 – 1910)

засновника та керівника першого
українського професійного театру

Марко Кропивницький увійшов в історію українського мистецтва як великий актор і талановитий режисер, драматург, автор популярних пісень. Інколи вони писалися поспіхом, гарячково, щоб задовольнити репертуарний голод, і тому часто після прем'єри драматург знову правив, змінював, викреслював.

“..Артист, художник з голови до ніг,
Він сміхом потрясав притихлу залу,
Скорботою будив юрбу опалу
І слово, як алмаз, беріг.

Блажен народ, що мав такого сина,
Шам, де його терниста путь ішла,
З нових квіток і колючків звила
Вінець йому безсмертний рідна Україна”.

Мақсим Фільський
український поет, перекладач, публіцист,
громадський діяч

