УДК 625.712

Йоанна Бріль, *кандидат технічних наук*
Катажина Шайовська, *кандидат економічних наук*
Домініка Бріль,
Підкарпатська Вища Школа ім. бл. кс. Владислава Фіндиша

ДЕЯКІ МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ ТА ОЦІНКИ ТРАНСПОРТНИХ СИСТЕМ

У статті аналізується ряд математичних методів для оптимізації транспортних систем. Виділяються точні й наближені.

Використання даних теоретичних методів пошуку оптимальних рішень розглядається паралельно з застосуванням експериментальних моделей оптимізації та оцінки транспортних систем.

Ключові слова: *транспорт, транспортна система, оптимізація, математичні методи оптимізації.*
Літ. 11.

Dr inż. **Joanna Bril,**
Dr **Katarzyna Szajowska,**
Dominika Bril,
Podkarpacka Szkoła Wyższa im. Bł.Ks. Władysława Findysza w Jaśle

.

WYBRANE METODY OPTYMALIZACJI I OCENY SYSTEMÓW TRANSPORTOWYCH

Istnieje bardzo dużo różnorodnych metod matematycznych optymalizacji zarówno dokładnych, jak i przybliżonych.

Są to teoretyczne metody poszukiwania optymalnych rozwiązań, ale można optymalizować również na drodze doświadczalnej.

Słowa kluczowe: *transport, system transportowy, optymalizacja, matematyczne metody optymalizacji.*

Jeżeli działanie badanego systemu zależy od funkcji, na której możemy wpływać, to optymalizację działania tego systemu nazywamy *optymalizacją dynamiczną*. Kryterium optymalizacji w formie matematycznej dla tego przypadku stanowi wskaźnik jakości z wyróżnioną funkcją, zwaną sygnałem kierującym. Należy przy tym zdefiniować układ ograniczeń nałożonych na sygnał sterujący. Zagadnienie optymalizacji dynamicznej, sprowadza się zatem do poszukiwania takiego sygnału sterującego ze zbioru rozwiązań dopuszczalnych, dla którego wskaźnik jakości przyjmuje wartość największą lub najmniejszą, a więc optymalną. Zależy to od sensu fizycznego wskaźnika jakości. Jeżeli np. wskaźnik jakości jest zyskiem, to będzie nas interesować jego maksimum, natomiast gdy określa on wielkość strat, będziemy szukać minimum.

Innym rodzajem optymalizacji jest *optymalizacja statyczna,* która polega na poszukiwaniu optymalnych wartości parametrów dla ustalonego stanu. Poszukujemy wówczas rozwiązania optymalnego ze zbioru rozwiązań dopuszczalnych dla ustalonych, niezmiennych w czasie danych. Poszukiwanie rozwiązań optymalnych ze względu na przyjęte kryteria oceny może odbywać się z wykorzystaniem analitycznym, eksperymentalnych lub symulacyjnych metod badania systemów. Otrzymanie wyników na drodze eksperymentalnej jest przeważnie bardzo pracochłonne i niezwykle kosztowne. Nawet w przypadku stosunkowo prostych zagadnień, dla zbliżenia się do rozwiązania optymalnego trzeba wykonać wiele doświadczeń. Bardzo pomocne są w tym przypadku metody matematyczne.

Procesy, które chcemy badać na podstawie modeli matematycznych musimy najpierw opisać. Sposób opisu zależy z jednej strony od środków opisu, którymi dysponujemy, z drugiej strony od potrzeb. Środki opisu wyznaczane są przez język programowania – aparat matematyczny, którym potrafimy skutecznie się posługiwać. Potrzeby wynikają z celu badań procesów (systemu) i przyjętej metody osiągania celu.

Jeżeli natomiast chcemy badać system na podstawie obserwacji procesów analogicznych do zachodzących w systemie (w sensie mechanizmu procesu), to zmuszeni jesteśmy je odtwarzać – symulować. Symulację na ogół, przeprowadza się przy użyciu komputerów. W badaniu procesów zachodzących w systemie metodą symulacji wyróżnia się dwa podstawowe, równoległe przebiegające w czasie procesy:

- symulacja procesu badanego,
- obserwację wartości określonych wielkości procesu symulowanego. Wyniki ich obserwacji stanowią dane do statystycznego wnioskowania o wartościach interesujących nas charakterystyk.

Symulacyjna metoda badania systemów łączy metody analityczną z metodą eksperymentalną. Opracowując algorytm symulacji, w istocie rzeczy, opisuje się formalnie mechanizm badanego procesu, podobnie jak przy stosowaniu metody analitycznej. W celu przeprowadzenia eksperymentu symulacyjnego, algorytm symulacji uzupełnia się (rozszerza) o funkcje obserwacji określonych wielkości symulowanego procesu. Uzyskuje się w ten sposób algorytm symulacyjnego badania systemu. Technika uzyskiwania wyników jest taka sama jak przy eksperymentalnym badaniu systemu rzeczywistego z tym, że proces rzeczywisty zastępuje się jego modelem symulacyjnym (obliczeniem symulacyjnym). Algorytm symulacji służy jedynie do odtwarzania przebiegu badanego procesu, więc jego złożoność nie powoduje istotnych trudności w oszacowaniu wartości określonych charakterystyk.

Wykorzystanie metod matematycznych przy poszukiwaniu optymalnych rozwiązań zazwyczaj bardzo przyspiesza otrzymanie poszukiwanego wyniku i pozwala uzyskać duże oszczędności. W przypadku braku modelu matematycznego decydujemy się albo na badania eksperymentalne, albo poszukujemy modelu i po jego skonstruowaniu prowadzimy badania drogą analityczną. Niejednokrotnie otrzymujemy rozwiązanie optymalne z jednego punktu widzenia, wyśmienicie zdające egzamin w określonym miejscu. Znacząco pogarszamy jednak działanie systemu z innego punktu, czasami ważniejszego. Aby otrzymać wynik satysfakcjonujący dla różnych punktów widzenia, musimy zdefiniować funkcję celu w postaci wektora, którego składowe będą funkcjami cząstkowymi. Wówczas mamy do czynienia z dokładnie jedynie dla względnie niewielkich rozmiarów danych wejściowych. Ograniczenie to utrudnia stosowanie takich algorytmów do rozwiązania problemów rzeczywistych (np.: problem komiwojażera) i wymusza stosowanie metod heurystycznych i algorytmów przybliżonych rozwiązania problemu, który nie zawsze zapewniają otrzymanie rozwiązania optymalnego.

Układ ograniczeń. Problem wyznaczenia środków technicznych do realizacji zadania transportowego został przedstawiony w wielu pracach.

Autorzy artykułu zakładają, że jednostki transportowe w chwili t=0 znajdują się w miejscowości m, warunek dowozu towaru r-tego rodzaju od każdego dostawcy do m-tego magazynu przybiera postać:

$$2 \cdot \frac{d_{i,m}}{v_{i,m}^{s,\max}} + \Delta_i^{s,r} \leq \mathrm{T}_{i,m}^r$$

Analogicznie warunek dostawy towaru r-tego rodzaju z m-tego magazynu do j-tego odbiorcy przybiera postać:

$$2 \cdot \frac{d_{j,m}}{v_{j,m}^{s,\max}} + \Delta_j^{s,r} \leq \mathrm{T}_{j,m}^r$$

Zakładamy, że na iloczynie kartezjańskim ***I***×***S***×***R*** zadane jest odwzorowanie γ przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór liczb naturalnych N, tj.:

$$\gamma: \boldsymbol{I} \times \boldsymbol{S} \times \boldsymbol{R} \to \mathrm{N}$$

wielkość $\gamma(i,s,r) \in \mathrm{N}$ ma interpretację liczby kursów środków transportowych s-tego typu załadowanych towarem r-tego rodzaju (tzn. pełnych) z miejscowości i do miejscowości m, w odróżnieniu od kursów powrotnych (tzn. przejazdów próżnych) z miejscowości m do miejscowości i oczywiście w tym przypadku liczby przejazdów pełnych i próżnych są sobie równe, przyjmujemy następującą notację: $\gamma(i,s,r) \equiv \gamma_i^{s,r}$.

Analogicznie zakładamy, że na iloczynie kartezjańskim ***J***×***S***×***R*** zadane jest odwzorowanie γ przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór liczb naturalnych N, tj.:

$$\gamma: \boldsymbol{J} \times \boldsymbol{S} \times \boldsymbol{R} \to \mathrm{N}$$

wielkość $\gamma(j,s,r) \in \mathrm{N}$ ma interpretację liczby kursów środków transportowych s-tego typu załadowanych towarem r-tego rodzaju z miejscowości m do miejscowości j-tej, przyjmujemy następującą notację: $\gamma(j,s,r) \equiv \gamma_j^{s,r}$.

Zadanie można realizować gdy spełniona jest nierówność:

$$\gamma_i^{s,r} \geq \frac{Q_i^r}{q^s}$$

gdzie q^s jest ładownością jednostki transportowej s-tego typu.

Analogiczny warunek dla transportu z miejscowości j do miejscowości m ma następującą postać:

$$\gamma_j^{s,r} \geq \frac{Q_j^r}{q^s}$$

Następnie zakładamy, że na iloczynie kartezjańskim ***I***×***M***×***S***×***R*** zadane jest odwzorowanie przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór liczb rzeczywistych dodatnich $\Re^+$, tj.:

$$\tau: \boldsymbol{I} \times \boldsymbol{M} \times \boldsymbol{S} \times \boldsymbol{R} \to \Re^+$$

wielkość $\tau(i,m,s,r) \in \Re^+$ ma interpretację czasu trwania jednego kursu jednostki transportowej s-tego typu (przejazdu "załadowanego towarem r-tego rodzaju" i powrotnego) od i-tego punktu nadania do m-tego punktu odbioru, przyjmujemy następującą notację: $\tau(i,m,s,r) \equiv \tau_{i,m}^{s,r}$.

Warunek na czas trwania jednego kursu jednostki transportowej s-tego typu (przejazdu "załadowanego towarem r-tego rodzaju" i powrotnego) od i-tego punktu nadania do m-tego punktu odbioru ma postać:

$$\tau_{i,m}^{s,r} = d_{i,m}\left(\frac{1}{V_{i,m}^{s}} + \frac{1}{V'^{s}_{i,m}}\right) + \Delta_i^{s,r}$$

Podobnie zakładamy, że na iloczynie kartezjańskim $\boldsymbol{J}\times\boldsymbol{M}\times\boldsymbol{S}\times\boldsymbol{R}$ zadane jest odwzorowanie przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór liczb rzeczywistych dodatnich $\Re^+$, tj.:

$\tau: \boldsymbol{J}\times\boldsymbol{M}\times\boldsymbol{S}\times\boldsymbol{R} \to \mathcal{R}^+$

wielkość $\tau(j,m,s,r) \in \Re^+$ ma interpretację czasu trwania jednego kursu jednostki transportowej s-tego typu (przejazdu "załadowanego towarem r-tego rodzaju" i powrotnego) od m-tego punktu nadania do j-tego punktu odbioru, przyjmujemy następującą notację: $\tau(j,m,s,r) \equiv \tau_{j,m}^{s,r}$.

Ograniczenie związane z czasem trwania jednego kursu jednostki transportowej s-tego typu (przejazdu "załadowanego towarem r-tego rodzaju" i powrotnego) od m-tego punktu nadania do j-tego punktu odbioru ma postać :

$$\tau_{i,m}^{s,r} = d_{i,m}\left(\frac{1}{V_{i,m}^{s}} + \frac{1}{V'^{s}_{i,m}}\right) + \Delta_i^{s,r}$$

W związku z powyższym zakładamy, że na iloczynie kartezjańskim $\boldsymbol{I}\times\boldsymbol{M}\times\boldsymbol{S}\times\boldsymbol{R}$ zadane jest odwzorowanie przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór liczb naturalnych N, tj.:

$y: \boldsymbol{I}\times\boldsymbol{M}\times\boldsymbol{S}\times\boldsymbol{R} \to \mathrm{N}$

wielkość $y(i,m,s,r) \in \mathrm{N}$ ma interpretację liczby kursów, które w czasie $\left(0, \mathrm{T}_{i,m}^{r}\right)$ może wykonać jeden środek transportowy s-tego typu od i-tego punktu nadania do m-tego punktu, przyjmujemy następującą notację: $y(i,m,s,r) \equiv y_{i,m}^{s,r}$.

Warunek ograniczający liczbę kursów od i-tego punktu nadania do m-tego punktu odbioru przyjmuje postać:

$$y_{i,m}^{s,r} \le \frac{\mathrm{T}_{i,m}^{r}}{\tau_{i,m}^{s,r}}$$

Analogicznie zakładamy, że na iloczynie kartezjańskim $\boldsymbol{J}\times\boldsymbol{M}\times\boldsymbol{S}\times\boldsymbol{R}$ zadane jest odwzorowanie y przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór liczb naturalnych N, tj.:

$y: \boldsymbol{I}\times\boldsymbol{M}\times\boldsymbol{S}\times\boldsymbol{R} \to \mathrm{N}$

wielkość $y(j,m,s,r) \in \mathrm{N}$ ma interpretację liczby kursów, które w czasie $\left(0, \mathrm{T}_{j,m}^{r}\right)$ może wykonać jeden środek transportowy s-tego typu załadowany towarem r-tego rodzaju od m-tego punktu nadania do j-tego punktu, przyjmujemy następującą notację: $y(j,m,s,r) \equiv y_{j,m}^{s,r}$.

Ograniczenie na liczbę kursów od i-tego punktu nadania do m-tego punktu odbioru przyjmuje postać:

$$y_{j,m}^{s,r} \le \frac{\mathrm{T}_{j,m}^{r}}{\tau_{j,m}^{s,r}}$$

W związku z powyższym zakładamy, że na iloczynie kartezjańskim $\boldsymbol{I}\times\boldsymbol{M}\times\boldsymbol{S}\times\boldsymbol{R}$ zadane jest odwzorowanie przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór liczb naturalnych N, tj.:

$N: \boldsymbol{I}\times\boldsymbol{M}\times\boldsymbol{S}\times\boldsymbol{R} \to \mathrm{N}$

wielkość $N(i,m,s,r) \in \mathrm{N}$ ma interpretację liczby jednostek transportowych s-tego typu potrzebnych do przewiezienia towaru r-tego rodzaju przyjmujemy następującą notację:

$N(i,m,s,r) \equiv N_{i,m}^{s,r}$.

Warunek ograniczający liczbę jednostek transportowych s-tego typu potrzebnych do przewiezienia towaru r-tego rodzaju, od i-tego punktu nadania do m-tego punktu odbioru, przyjmuje postać:

$$N_{i,m}^{s,r} \le \frac{\gamma_i^{s,r}}{y_{i,m}^{s,r}}$$

Analogicznie zakładamy, że na iloczynie kartezjańskim $\boldsymbol{J}\times\boldsymbol{M}\times\boldsymbol{S}\times\boldsymbol{R}$ zadane jest odwzorowanie N przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór liczb naturalnych N, tj.:

$N: \boldsymbol{J}\times\boldsymbol{M}\times\boldsymbol{S}\times\boldsymbol{R} \to \mathrm{N}$

wielkość $N(j,m,s,r) \in \mathrm{N}$ ma interpretację liczby jednostek transportowych s-tego typu potrzebnych do przewiezienia towaru r-tego rodzaju, przyjmujemy następującą notację:

$N(j,m,s,r) \equiv N_{j,m}^{s,r}$.

Warunek ograniczający liczbę jednostek transportowych s-tego typu potrzebnych do przewiezienia towaru r-tego rodzaju, od m-tego punktu nadania do j-tego punktu odbioru, przyjmuje postać:

$$N_{j,m}^{s,r} \le \frac{\gamma_j^{s,r}}{y_{j,m}^{s,r}}$$

Następnie zakładamy, że na iloczynie kartezjańskim $\boldsymbol{I}\times\boldsymbol{M}\times\boldsymbol{S}\times\boldsymbol{R}$ zadane jest odwzorowanie N_{ost} przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór liczb naturalnych N, tj.:

$N_{ost}: \boldsymbol{I} \times \boldsymbol{M} \times \boldsymbol{S} \times \boldsymbol{R} \rightarrow \mathrm{N}$

wielkość $N_{ost}(i,m,s,r) \in \mathrm{N}$ ma interpretację liczby jednostek transportowych użytych w ostatniej kolumnie s-tego typu (przejazdu "załadowanego towarem r-tego rodzaju" i powrotnego) od i-tego punktu nadania do m-tego punktu odbioru, przyjmujemy następującą notację:

$$N_{ost}(i,m,s,r) \equiv N^{s,r}_{i,m_{ost}} .$$

Warunek na interpretację liczby jednostek transportowych użytych w ostatniej kolumnie s-tego typu (przejazdu "załadowanego towarem r-tego rodzaju" i powrotnego) od i-tego punktu nadania do m-tego punktu odbioru ma postać:

$$N^{s,r}_{i,m_{ost}} = \overset{*}{\gamma}{}^{s,r}_{i} \bmod N^{s,r}_{i,m,0}$$

W sposób analogiczny możemy określić liczby jednostek transportowych użytych w ostatniej kolumnie s-tego typu (przejazdu "załadowanego towarem r-tego rodzaju" i powrotnego) od m-tego punktu nadania do j-tego punktu odbioru.

$$N^{s,r}_{j,m_{ost}} = \overset{*}{\gamma}{}^{s,r}_{j} \bmod N^{s,r}_{j,m,0}$$

Reasumując więc sposób realizacji zadania (zakładając, że jest ono możliwe do wykonania) polega na wyborze takich wielkości $\gamma^{s,r}_i, N^{s,r}_{i,m}, y^{s,r}_{i,m}, V^s_{i,m}, V'^s_{i,m}, \gamma^{s,r}_j, N^{s,r}_{j,m}, y^{s,r}_{j,m}, V^s_{j,m}, V'^s_{j,m}$ (dla s-tego typu środków transportowych i r-tego rodzaju towaru), które spełniają układ ograniczeń:

- liczby kursów środków transportowych s-tego typu załadowanych towarem r-tego rodzaju:

$$\gamma^{s,r}_i \geq \frac{Q^r_i}{q^s}$$

- liczby kursów środków transportowych s-tego typu załadowanych towarem r-tego rodzaju:

$$\gamma^{s,r}_j \geq \frac{Q^r_j}{q^s}$$

- liczby kursów, które w czasie $\left(0, \mathrm{T}^r_{i,m}\right)$ może wykonać jeden środek transportowy s-tego typu załadowany towarem r-tego rodzaju od i-tego punktu nadania do m-tego punktu magazynowania:

$$y^{s,r}_{i,m} \leq \frac{\mathrm{T}^r_{i,m}}{d_{i,m} \cdot \left(\dfrac{1}{V^s_{i,m}} + \dfrac{1}{V'^s_{i,m}} \right) + \Delta^{s,r}_i}$$

- liczby kursów, które w czasie $\left(0, \mathrm{T}^r_{j,m}\right)$ może wykonać jeden środek transportowy s-tego typu załadowany towarem r-tego rodzaju od m-tego punktu magazynowania do j-tego punktu odbioru:

$$y^{s,r}_{j,m} \leq \frac{\mathrm{T}^r_{j,m}}{d_{j,m} \cdot \left(\dfrac{1}{V^s_{j,m}} + \dfrac{1}{V'^s_{j,m}} \right) + \Delta^{s,r}_j}$$

- liczby jednostek transportowych s-tego typu potrzebnych do przewiezienia towaru r-tego w jednej turze od i-tego punktu nadania do m-tego punktu magazynowania:

$$N^{s,r}_{i,m} \geq \frac{\gamma^{s,r}_i}{y^{s,r}_{i,m}}$$

- liczby jednostek transportowych s-tego typu potrzebnych do przewiezienia towaru r-tego w jednej turze od m-tego punktu magazynowania do j-tego punktu odbioru:

$$N^{s,r}_{j,m} \geq \frac{\gamma^{s,r}_j}{y^{s,r}_{j,m}}$$

- ograniczenie na prędkość minimalną s-tego środka transportowego "załadowanego" towarem r-tego rodzaju w relacji (i, m):

$$V^{s,\min}_{i,m} \leq V^s_{i,m}$$

- ograniczenie na prędkość maksymalną s-tego środka transportowego w relacji (i,m) przy przejeździe "powrotnym";

$$V'^s_{i,m} \leq V^{s,\max}_{i,m}$$

- ograniczenie na prędkość minimalną s-tego środka transportowego "załadowanego" towarem r-tego rodzaju w relacji (j, m):

$$V^{s,\min}_{j,m} \leq V^s_{j,m}$$

- ograniczenie na prędkość maksymalną s-tego środka transportowego w relacji (j,m) przy przejeździe "powrotnym":

$$V^{s,\max}_{j,m} \leq V^s_{j,m}$$

W układzie powyższych ograniczeń wielkości $d_{i,m}, \mathrm{T}^r_{i,m}, Q^r_i, d_{j,m}, \mathrm{T}^r_{j,m}, Q^r_j$ charakteryzują zadanie, a wielkości $q^s, V^{s,\min}_{i,m}, V^{s,\max}_{i,m}, V^{s,\min}_{j,m}, V^{s,\max}_{j,m}$ - środki transportowe. Wielkości charakteryzują środki przeładunkowe.

Istnieje wiele układów wartości $\left(\gamma^{s,r}_i, N^{s,r}_{i,m}, y^{s,r}_{i,m}, V^s_{i,m}, V'^s_{i,m}, \gamma^{s,r}_j, N^{s,r}_{j,m}, y^{s,r}_{j,m}, V^s_{j,m}, V'^s_{j,m}\right)$ spełniających powyższy układ nierówności i definiujących różne sposoby wykonania zadania przewozowego. Układy te tworzą układ rozwiązań dopuszczalnych. Aby znaleźć rozwiązanie optymalne należy wybrać taki sposób, którego koszt realizacji byłby najmniejszy.

Niezbędna jest więc umiejętność wyznaczania kosztu wykonania zadania przewozowego dla dowolnego układu wartości: $\gamma_i^{s,r}, N_{i,m}^{s,r}, y_{i,m}^{s,r}, V_{i,m}^{s}, V'^{s}_{i,m}, \gamma_j^{s,r}, N_{j,m}^{s,r}, y_{j,m}^{s,r}, V_{j,m}^{s}, V'^{s}_{j,m}$ optymalizacją wielokryterialną.

Matematyczne metody optymalizacji dzielimy na dwie zasadnicze grupy, a mianowicie: metody optymalizacji statycznej oraz dynamicznej. Optymalizacja statyczna polega na poszukiwaniu pewnych stałych wartości parametrów, przy których urządzenie najlepiej spełnia swoje zadania z określonego punktu widzenia. Metody statyczne polegają zazwyczaj na przeszukiwaniu pewnych zbiorów zawierających dopuszczalne wartości parametrów, będących zmiennymi decyzyjnymi, spośród których wybieramy wartości optymalne, to znaczy takie, dla których funkcja celu lub, inaczej mówiąc, wskaźnik jakości osiąga ekstremum. Jeżeli funkcja celu wyraża zyski, to poszukujemy jej maksimum, jeżeli zaś straty – minimum.

Duża liczba możliwych rozwiązań jest cechą wielu zagadnień programowania matematycznego. W przypadku gdy liczba całkowitoliczbowych zmiennych decyzyjnych w problemie jest bardzo duża, znalezienie rozwiązania optymalnego staje się bardzo trudne, a często nie możliwe. Wówczas do poszukiwania rozwiązań przybliżonych wykorzystuje się m.in. algorytmy genetyczne, teorię zbiorów rozmytych oraz algorytmy heurystyczne. Algorytmy zawsze dokładnie wyznaczają rozwiązanie optymalne zagadnienia. Szerokie ich zastosowanie jest ograniczone przez możliwości obliczeniowe komputerów. W niektórych przypadkach czas ten jest zbyt długi. Złożoność obliczeniowa niektórych algorytmów sprawia, że są one mało przydatne w praktycznych zastosowaniach.

Problemy proste, np.: liniowe, dają się łatwo rozwiązywać za pomocą narzędzi programowania matematycznego.

1. Ambroziak T. Żak J. "Metoda wyznaczenia optymalnej liczby środków transportowych dla realizacji określonego zadania transportowego" Politechnika Śląska Zeszyty Naukowe nr 1621, 2004.

2. Całczyński A. "Metody optymalizacyjne w obsłudze transportowej rynku", Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 1992.

3. Ignasiak E. (red): "Badania operacyjne", Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 2001; Korzeń Z.: "Logistyczne systemy transportu bliskiego i magazynowania", Tom II – Projektowanie, Modelowanie, Zarządzanie, Instytut Logistyki i Magazynowania w Poznaniu, Poznań 1990.

4. Kryński H., Badach A. "Zastosowanie matematyki do podejmowania decyzji ekonomicznych, zagadnienia wybrane", Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1976.

5. Kubicki J., Kuriata A. "Problemy logistyczne w modelowaniu systemów transportowych" Warszawa 2000 WKŁ.

6. Kubicki J. "Transport w logistyce a logistyka w transporcie", Ogólnopolska Konferencja Naukowa "Transport w logistyce. Łańcuch logistyczny", Akademia Morska w Gdyni, Gdynia 2003.

7. Nykowski I. "Programowanie liniowe", Państwowe Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 1980.

8. Piasecki S. "Optymalizacja systemów transportowych", Wydział Wydawniczy WAT, Warszawa 1971;

9. Piasecki S. "Organization of transport of parcel cargoes", Instytut Badań Systemowych PAN, Warszawa 1996.

10. Sysło M., Deo N., Kowalik J. "Algorytmy optymalizacji dyskretnej z programami w języku Pascal", Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1999.

11. Żak J. "Metoda doboru środków transportowych dla obsługi transportowej wybranego obszaru Międzynarodowa konferencja naukowa Transport XXI wieku, Warszawa 2004.

Стаття надійшла до редакції 14.02.2013

"Перша прикмета освіти – знати минуле і сучасне свого народу".

Іван Франко
визначний український поет, письменник, професор,
громадський, культурний та політичний діяч