УДК 372

Світлана Гончарова, Вікторія Конопля, *асистенти кафедри фізико-математичних дисциплін та інформатики Глухівського національного педагогічного університету імені Олександра Довженка*

ВИВЧЕННЯ ТЕМИ “НАБЛИЖЕНІ МЕТОДИ РОЗВ’ЯЗАННЯ РІВНЯНЬ І НЕРІВНОСТЕЙ” НА ФАКУЛЬТАТИВНИХ ЗАНЯТТЯХ З МАТЕМАТИКИ В ШКОЛІ

У статті обґрунтовується необхідність вивчення теми “Наближені методи розв’язання рівнянь і нерівностей ” на факультативних заняттях з математики в школі.

Ключові слова: *наближені методи, рівняння, нерівності, похибка, математична компетентність, інформатична компетентність.*

Літ. 4.

Светлана Гончарова, Виктория Конопля, *ассистенты кафедры физико-математических дисциплин и информатики Глуховского национального педагогического университета имени Александра Довженко*

ИЗУЧЕНИЕ ТЕМЫ “ПРИБЛИЖЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ” НА ФАКУЛЬТАТИВНЫХ ЗАНЯТИЯХ ПО МАТЕМАТИКЕ В ШКОЛЕ

В статье обосновывается необходимость изучения темы “Приближенные методы решения уравнений и неравенств” на факультативных занятиях по математики в школе.

Ключевые слова: *приближенные методы, уравнения, неравенства, погрешность, математическая компетентность, информатическая компетентность.*

Svetlana Goncharova, Victoria Konoplya, *Department of Physical and Mathematical Sciences and Computer Glukhovski National Pedagogical University named after Alexander Dovzhenko*

STUDYING THE TOPIC “APPROXIMATE METHODS FOR SOLVING EQUATIONS AND INEQUALITIES” ON ELECTIVE COURSES IN MATHEMATICS AT SCHOOL

In the article the necessity of studying the topic “Approximate methods for solving equations and inequalities “ in elective courses with mathematics at school.

Keywords: *approximate methods, equations, inequalities, error, mathematical competence.*

В Україні на сучасному етапі йде становлення нової системи освіти, орієнтованої на входження в світовий освітній простір. Відбуваються істотні зміни в педагогічній теорії і практиці навчально-виховного процесу. Зміст освіти збагачується новими процесуальними вміннями, розвитком здібностей оперувати інформацією, творчо вирішувати педагогічні проблеми.

Із поняттям “рівняння” ми знайомимося ще в початковій школі, а завдання “розв’язати рівняння”, часто зустрічається не тільки на уроках математики. На уроках алгебри при розв’язанні рівнянь виникають ситуації, коли шляхом алгебраїчних перетворень рівняння розв’язати неможливо. Для вирішення даної проблеми, існують методи наближеного розв’язання рівнянь.

Актуальність теми статті обґрунтована тим, що з розвитком комп’ютерної техніки методи розв’язання рівнянь, що полягають у великій кількості дій, отримують широкі можливості до застосування.

Питання вивчення наближених методів розв’язання рівнянь та нерівностей в школі є вкрай важливим з концептуальної точки зору з наступних причин. Надзвичайно “бідне” коло рівнянь, що вивчаються в школі, призводить учнів до переконання, що розв’язати можна лише квадратні рівняння або ті, що зводяться до них. Багато хто вважає навіть, що розв’язуються лише квадратні рівняння, що мають дискримінантом точний квадрат натурального числа. Між тим, в реальній професійній діяльності рівняння такі, як вони є, а випускники шкіл не мають навіть уявлення про те, як їх розв’язувати, не кажучи вже про навичках розв’язання.

Зазвичай більшість таких завдань розв’язуються чисельними методами. Тут ховається інша вада шкільної освіти. Школярі не мають ні найменшого уявлення про те, як пов’язана точність даних реальної задачі з точністю отриманої відповіді, про накопичення похибки в проміжних розрахунках. Як відповідь вони пред’являють 8 - або 12 розрядне число з вікна калькулятора, при тому, що з розрядів може бути один вірна (або зовсім не бути вірних). Це помилка, яку вони отримують надовго (зазвичай до третього-четвертого курсу університету) або назавжди (якщо вони не продовжують навчання на математичних чи інформатичних спеціальностях після школи).

В школі розглядають алгебраїчні і геометричні причини, які історично призвели до виникнення ірраціональних чисел. Одна з основних алгебраїчних причин полягає в тому, що вже квадратні рівняння (і рівняння вищих ступенів) з раціональними (і навіть цілими) коефіцієнтами не завжди вдається розв’язати, залишаючись у множині раціональних чисел. У підручниках алгебри є доведення того факту, що не існує раціонального числа, квадрат якого дорівнює 2. Однак питання про те, який розв’язок має рівняння $x^2 = 2$, з точки зору гарного учня, має просту відповідь: $\pm\sqrt{2}$. Тільки дуже гарний учень “знає”, що $\sqrt{2}$ – це число, квадрат якого дорівнює двом; тобто, розв’язок рівняння. Логічне коло нерозуміння замкнулося: фактично учні не розуміють, що таке розв’язання.

Між тим, одна з основних геометричних причин введення ірраціональних чисел полягає в тому, що раціональних чисел не вистачає для вимірювання відрізків (процедура вимірювання описана в шкільній програмі). При цьому в якості результату вимірювання відрізка (довжина відрізка) з’являється десятковий дріб. Наприклад, якщо вимірюваний відрізок дорівнює четвертій частині одиниці вимірювання, то його довжина виражається скінченним десятковим дробом 0,25, а якщо дорівнює третій частині одиниці вимірювання, то його довжина виражається нескінченним періодичним десятковим дробом 0,3333.... Легко показати (в школі це роблять), що існують такі відрізки, довжина яких не виражається скінченним або нескінченним періодичним десятковим дробом. Наприклад, таким відрізком буде гіпотенуза рівнобедреного прямокутного трикутника, катетом якого є одна одиниця вимірювання.

У школі відомо, що всяке раціональне число можна записати у вигляді скінченного або нескінченного періодичного десяткового дробу і, навпаки, кожний такий дріб зображує деяке раціональне число. Тому число буде ірраціональним в тому і тільки в тому випадку, якщо воно записується у вигляді нескінченного неперіодичного десяткового дробу. Сказане вище є причиною виникнення добре відомого “означення” ірраціонального числа. Кажуть, що ірраціональним називається число, яке записане у вигляді нескінченного неперіодичного десяткового дробу.

Варто сказати, що принципово можливо дати означення дійсного числа як нескінченного десяткового дробу, але в таке означення обов’язково має входити опис дій з нескінченними дробами. Такий шлях побудови теорії дійсного числа є не зовсім простим. Повна побудова теорії дійсних чисел на основі аксіоматичного підходу або у вигляді десяткових дробів є складною для більшості школярів як на рівні стандарту, так і профільних рівнів математики, і може відвернути учнів від вивчення математики. При вивченні числових систем в школі достатньо наочного інтуїтивного розуміння дійсних чисел і загальноприйнятих “означень” раціональних і ірраціональних чисел. При цьому треба роз’яснювати, що треба додати, щоб отримати точне означення.

У школі необхідно значно поліпшити ситуацію з практичними навичками роботи з числами. Вивчення математичного аналізу у вищому навчальному закладі ускладнюється тим, що випускники середніх шкіл мають надзвичайно низький запас відомостей про елементарні функції та методи розв’язання рівнянь, що містять їх. Крім того, необхідність складання ЗНО призводить як до звуження спектра завдань, що розглядаються під час навчання в середній школі, так і до зменшення глибини їх опрацьованості і зниження рівня мотивації у вивченні саме того матеріалу, який найбільш затребуваний вищою школою.

Перерахуємо вимоги до рівня підготовки з розділу “Наближені методи розв’язання рівнянь і нерівностей”. Після вивчення цього розділу учні повинні:

- визначати абсолютну похибку наближеного числа по відносній і навпаки;
- знаходити похибки суми / різниці і добутку/ частки наближених чисел;
- визначати похибку функції з похибки аргументу;
- пов’язувати похибку експериментальних даних з точністю вимірювальних приладів;
- правильно заокруглювати результат обчислень;
- мати уявлення про запас точності в проміжних обчисленнях і вміти цим користуватися;
- вміти “відокремлювати” корені рівнянь з використанням властивостей неперервності і властивостей функцій із залученням апарату математичного аналізу;
- визначати кількість коренів рівняння;

- застосовувати методи поділу відрізка навпіл, методів хорд і дотичних і комбіновані методи;
- вміти оцінювати похибку отриманого кореня.

Досвід викладання математичних дисциплін на перших курсах педагогічного вузу дозволяє зробити наступні висновки:

- значна частина сучасних школярів не розуміє, що таке наближені числа і дії з ними; не знає, як розв'язувати рівняння і як розуміти його розв'язок. Для побудови вузівського курсу математичного аналізу їхніх знань явно недостатньо;
- вивчення графіків елементарних функцій у вузі доводиться починати з нуля. Школярі не знають основних функцій, що вивчаються в школі за програмою, і не вміють будувати їх графіки. Ця обставина надзвичайно ускладнює знайомство з чисельними методами;
- практично повністю відсутнє застосування похідних до дослідження реальних функцій (заданих формулами) і т.д.

Необхідно відзначити також, що в основній масі учні не вміють давати означення та формулювання теорем, не розуміють різниці між означенням і твердженням, не розуміють, що таке доведення і не вміють проводити доказові міркування, не знають різниці між необхідною і достатньою умовою, не вміють наводити приклади і контрприклади та ін.

Для подолання зазначених труднощів пропонується на факультативних заняттях з математики (11 клас) в школі провести 8 занять з теми "Наближені методи розв'язання рівнянь і нерівностей". Нижче наведемо орієнтовну тематику цих занять.

1. Вимірювання як джерело неточності. Наближені числа. Абсолютна і відносна похибка, зв'язок між ними. Арифметичні операції з наближеними числами і похибки. Значущі цифри.
2. Огляд елементарних функцій, їхніх властивостей і графіків.
3. Зв'язок похибки функції та її аргументу засобами похідної. Приклади для елементарних функцій. Практичні правила наближених обчислень.
4. Корені рівнянь. Відокремлення коренів за допомогою критерію знаків. Метод половинного поділу, його точність і швидкість збіжності.
5. Визначення кількості коренів рівняння та їх відокремлення за допомогою графіків функцій. Наближений розв'язок за допомогою СКМ (системи комп'ютерної математики) та оцінка точності таких наближених оцінок.
6. Метод Ньютона (дотичних) наближеного розв'язку рівнянь. Вибір початкового інтервалу з умовою знакосталості першої та другої похідної. Вибір початкової точки. Оцінка точності.
7. Метод хорд наближеного розв'язку рівнянь. Оцінка точності.
8. Комбінований метод хорд та дотичних. Оцінка точності наближень кореня. Зсув, розтяг, симетрія. Графіки композиції функцій.

Крім того, передбачається знайомство учнів з математичної програмою з розвиненим графічним інтерфейсом і сформувати вміння будувати графіки з використанням цієї програми. Для потреб школи ідеально підходить програма Maxima [3]. Її переваги:

- це вільно розповсюджувана програма, з якою не виникає жодних питань щодо авторського права, легальності та т.п.;
- її можливості далеко перекривають потреби школи і можуть далі використовуватися в вузі та професійній діяльності;
- програма має простий і навіть для учнів зрозумілий інтерфейс.

Покажемо на прикладі орієнтовний зміст одного із занять з розділу "Наближені методи розв'язання рівнянь і нерівностей"

Заняття 1.

Тема: Вимірювання як джерело неточності. Наближені числа. Абсолютна і відносна похибка, зв'язок між ними. Арифметичні операції з наближеними числами і похибки. Значущі цифри.

Мета:

Дидактична – узагальнити знання про множини натуральних, цілих і раціональних , дійсних, ірраціональних чисел; десяткове наближення дійсних чисел;

Розвивальна – розвивати пам'ять і мислення; розвивати цікавість до математики, прагнення краще вчити предмет; здатність до творчого застосування знань і вдосконалення умінь;

Виховна – виховувати наполегливість і відповідальність, допитливість, уважність, натхнення, любов до навчання та вміння працювати разом, виховувати акуратність при побудові графіків функцій.

При розв'язанні практичних задач часто доводиться мати справу з наближеними значеннями різних числових величин. До них відносяться: результати вимірювань різних величин з допомогою приладів; значення отримані при зчитуванні на графіках, діаграмах, номограмах; проектні дані; результати заокруглення чисел; результати дій над наближеними числами; табличні значення деяких величин; результати обчислень значень функцій. Наближені значення (наближення, наближені числа) можуть значно відрізнятись від точних, або бути близькими до них.

Нехай x – точне значення деякої величини, а x^* – її відоме наближене значення.

Абсолютною похибкою *числа* x^* *називається деяка величина* Δx^*, *що задовольняє умові*

$$\left|x^* - x\right| \le \Delta(x^*) \qquad (1)$$

Відносною похибкою *числа* x^* *називається деяка величина* δx^*, *що задовольняє умові*

$$\left|\frac{x^* - x}{x^*}\right| \le \delta(x^*) \qquad (2)$$

Відзначимо, що точність результату краще характеризує відносна похибка. Інформацію про абсолютну та відносну похибки можна використати для наступного представлення числа x:

$$x = x^* \pm \Delta(x^*),$$

$$x = x(1 \pm \delta(x^*)).$$

Значущими цифрами числа *називаються всі цифри в його запису, починаючи з першої ненульової зліва.*

Наприклад:

1. x=4,570345 – всі цифри в запису цього числа значущі;

2. x=0,007614 – значущі цифри тільки 7,6,1,4;

3. x=0,03105600 – значущі цифри 3,1,0,5,6,0,0 (два останні нулі в запису числа є значущими);

4. а) x=3750000 – всі цифри значущі; б) $x=3{,}75\cdot 10^6$ – значущі цифри тільки 3,7,5.

Значуща цифра називається вірною, якщо абсолютна похибка числа не перевищує S одиниці розряду, що відповідає цій цифрі.

Приклад 1. Нехай x^*=14,537 і відомо, що $\Delta(x^*)$=0,04. Скільки вірних значущих цифр має число x^*?

Розв’язання. Маємо $\Delta(x^*)>0{,}5\cdot 10^{-2}$ і $\Delta(x^*)<0{,}5\cdot 10^{-1}$. Отже у числа x^* вірними будуть значущі цифри 1,4,5, а цифри 3 і 7 – сумнівні.

Для визначення похибки результатів математичних операцій користуються наступними правилами:

1. Похибка суми.

$$y = f(x_1, x_2) = x_1 + x_2, \quad x_1, x_2 > 0 .$$

$$\Delta(y^*) = \Delta(x_1^*) + \Delta(x_2^*), \qquad (3)$$

$$\delta(y^*) = \left|\frac{x_1^*}{x_1^* + x_2^*}\right|\delta(x_1^*) + \left|\frac{x_2^*}{x_1^* + x_2^*}\right|\delta(x_2^*). \qquad (4)$$

2. Похибка різниці.

$$y = f(x_1, x_2) = x_1 - x_2, \quad x_1 > x_2 > 0 .$$

$$\Delta(y^*) = \Delta(x_1^*) + \Delta(x_2^*), \qquad (5)$$

$$\delta(y^*) = \frac{x_1^*\delta(x_1^*) + x_2^*\delta(x_2^*)}{x_1^* - x_2^*}. \qquad (6)$$

3. Похибка множення.

$$y = f(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2, \quad x_1, x_2 > 0 .$$

$$\Delta(y^*) = \left|x_2^*\right|\Delta(x_1^*) + \left|x_1^*\right|\Delta(x_2^*), \qquad (7)$$

$$\delta(y^*) = \delta(x_1^*) + \delta(x_2^*) . \qquad (8)$$

4. Похибка ділення.

$$y = f(x_1, x_2) = x_1 / x_2, \quad x_1, x_2 > 0 .$$

$$\Delta(y^*) = \frac{\left|x_2^*\right|\Delta(x_1^*) + \left|x_1^*\right|\Delta(x_2^*)}{(x_2^*)^2}, \qquad (9)$$

$$\delta(y^*) = \delta(x_1^*) + \delta(x_2^*) . \qquad (10)$$

Розглянемо приклад.

Висота h та радіус основи циліндра виміряні з точністю до 0,5%. Яка відносна похибка при обчисленні об’єму циліндра, якщо π^*3,14?

Розв’язання. $V = \pi R^2 h$. Більш точне значення π=3,14159265, отже $\Delta(\pi^*)=0{,}16\cdot 10^{-2}$, а $\Delta(\pi^*)=0{,}16\cdot 10^{-2}/3{,}14=0{,}0005=0{,}05\%$. Тоді, згідно до формули про відносну похибку добутку будемо мати

$$\delta(V^*) = \delta(\pi^*) + 2\delta(R^*) + \delta(h) = 1{,}55\% .$$

Також доцільно повторити з учнями правила заокруглення чисел.

Зразки завдань

1. Нехай в результаті вимірювання встановлено, що A = 9 ± 0,7. Чому дорівнює абсолютна похибка A? Відносна похибка?

2. Нехай в результаті вимірювання встановлено, що A = 9 ± 0,7, B = 4 ± 0,8. Чому дорівнює абсолютна похибка A + B? A – B?

3. Нехай в результаті вимірювання встановлено, що = 9 ± 0,7, = 4 ± 0,8. Чому дорівнює відносна похибка A + B? A – B?

4. Нехай встановлено, що A = 9 ± 0,7, B = 4 ± 0,8. Чому дорівнює відносна похибка A’”B? A / B?

5. Нехай в результаті вимірювання встановлено, що A= 9 ± 0,7, B= 4 ± 0,8. Чому дорівнює відносна помилка A^5? $(A – B)^5$?

6. Число 12,125 містить 3 вірні цифри. Визначити його відносну похибку.

7. Скільки вірних цифр в числі 2,3752 якщо його відносна похибка дорівнює 1%?

8. З якою абсолютною похибкою слід вимірювати сторону квадрата x метрів, 2 <x <3, щоб площа квадрата була знайдена з точністю до 0,001м?

9. При вимірюванні довжини в 10 см похибка склала 0,5 мм; при вимірюванні довжини 500 км похибка склала 200 м. Яке вимірювання було точніше?

10. Радіус кола становить 7,2 ± 0,1 м. Будемо вважати, що . Якою буде відносна похибка площі?

Впровадження в навчально-виховний процес на факультативних заняттях з математики запропонованого розділу "Наближені методи розв'язання рівнянь і нерівностей" надасть можливість активізувати навчально-пізнавальну діяльність учнів і підвищити рівень їхніх природничо-математичних та інформатичних компетентностей.

1. Возняк Л.С. Чисельні методи: Методичний посібник / Л.С. Возняк, С.В. Шарин – Івано-Франківськ: Плай, 2001. – 64 с.

2. Жалдак М.І. Чисельні методи математики: Посібник для самоосвіти вчителів / М.І. Жалдак, Ю.С. Рамський – К.: Радянська школа, 1984. – 206 с.

3. Лященко М.Я. Чисельні методи: підручник / М.Я. Лященко, М.С. Головань. – К.: Либідь, 1996. – 288 с.

4. Семеріков С.О. Maxima 5.13: довідник користувача / С.О. Семеріков; за ред. академіка АПН України М.І. Жалдака. – К.: 2007. – 48 с.

Стаття надійшла до редакції 18.11.2014

УДК [378.147+378.22]:37.014.5

Павло Кошелєв, *аспірант Бердянського державного педагогічного університету*

СТРУКТУРА ОСОБИСТОЇ УПРАВЛІНСЬКОЇ ОРГАНІЗОВАНОСТІ КЕРІВНИКІВ ЗНЗ

У статті досліджено компонентну структуру прфесійно важливої якості керівника школи "особиста організованість". Визначено кореляційні звязки організованості з іншими якостями. Встановлено структуру та параметри організаційної свідомості керівника освітнього закладу.

Ключові слова: *організованість, особиста управлінська організованість, організаційна свідомість.*
Літ. 10.

Павел Кошелев, *аспирант Бердянского государственного педагогического университета*

СТРУКТУРА ЛИЧНОЙ УПРАВЛЕНЧЕСКОЙ ОРГАНИЗОВАННОСТИ РУКОВОДИТЕЛЕЙ ШКОЛ

В статье исследована компонентная структура прфессионально важного качества руководителя школы "личная организованность". Определены корреляционные связи организованности с другими качествами. Установлена структура и параметры организационной сознания руководителя образовательного учреждения.

Ключевые слова: *организованность, личная управленческая организованность, организационное сознание.*

Paul Koshelev, *doctor candidate Berdyansk State Pedagogical University*

SCHOOL HEADMASTERS' STRUCTURE OF PERSONAL MANAGEMENT ORGANIZATION

The paper studies the component structure of prfessional important qualities of school headmasters "personal organization". Correlations of organization with other qualities were identified. The structure and parameters of organizational consciousness of the educational institution head was determined .

Keywords: *organization, personal management organization, organizational consciousness.*

Постановка проблеми. Компетентнісний підхід, як провідна парадигма початку XXI ст., передбачає кардинальне піднесення проблеми якості (результативності, ефективності) управління освітою. Наразі освіта виступає пріоритетним чинником формування "суспільства знань", що відкриває перед вітчизняним суспільством перспективи рівноправності в глобалізованому ринку освітніх послуг та наукових здобутків, які впливають на розвиток людської цивілізації. Виконання цієї місії освіти потребує генерації управлінців, які "вписуються" відповідають сучасним моделям організації освітнього процесу. Загальноосвітня школа – це система з усіма її атрибутами, і, в той же час, вона є компонентом більшої системи – регіональної чи державної системи освіти.

До основних напрямків діяльності директора школи належить організація освітньої (навчально-виховної) роботи школи, реалізація державної освітньої політики. В "Посадовій інструкції директора школи" чітко прописані основні функції управлінської організаційної діяльності керівника.

Мета статті: дослідити професійно важливу якість "організованість" в структурі управлінської діяльності керівника загальноосвітнього навчального закладу.

Завдання дослідження: визначити місце