

УДК 51 (07)

**Наталія Стасів**, кандидат фізико-математичних наук,  
доцент кафедри математики та методики викладання математики початкового навчання  
**Тарас Війчук**, кандидат педагогічних наук, доцент кафедри математики  
Інституту фізики, математики, економіки та інноваційних технологій  
Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка

### **ФОРМУВАННЯ В УЧНІВ УЯВЛЕНЬ ПРО ЗМІННУ ВЕЛИЧИНУ ЯК ЧИННИК АЛГЕБРАІЧНОЇ ПРОПЕДЕВТИКИ У ПОЧАТКОВОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ**

*У статті розглядаються основні напрями розвитку поняття змінної у початкових класах. Розкриваються дидактичні аспекти формування абстрактного мислення учнів початкових класів та шляхи розвитку уявлень про змінну величину.*

**Ключові слова:** змінна, арифметична пропедевтика, буквена символіка, вирази із змінною, функціональна залежність, арифметична задача.

*Лит. 8.*

**Наталья Стасив**, кандидат физико-математических наук,  
доцент кафедры математики и методики преподавания математики начального обучения  
**Тарас Вийчук**, кандидат педагогических наук, доцент кафедры математики  
Института физики, математики, экономики и инновационных технологий  
Дрогобычского государственного педагогического университета имени Ивана Франко

### **ФОРМИРОВАНИЕ В УЧАЩИХСЯ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ О ПЕРЕМЕННОЙ КАК ФАКТОР АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ ПРОПЕДЕВТИКИ В НАЧАЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ**

*В статье рассматриваются основные направления развития понятия переменной в начальных классах. Раскрываются дидактические аспекты формирования абстрактного мышления учащихся начальных классов и пути развития представлений о переменной величине.*

**Ключевые слова:** переменная, арифметическая пропедевтика, буквенная символика, выражения с переменной, функциональная зависимость, арифметическая задача.

**Natalya Stasiv, Ph. D. (Physics and Mathematics)**  
*Docent of Mathematics and Methods of Teaching Mathematics in Elementary School Department*  
**Taras Vychuk, Ph. D. (Pedagogics)** *Docent of Mathematics Department, Institute of Physics,*  
*Mathematics, Economics and Technology Innovation*  
*Drohobych State Pedagogical University by Ivan Franko*

### **FORMING OF IDEAS ABOUT VARIABLES IN STUDENTS AS A FACTOR OF ALGEBRAIC PROPADAUTICS IN ELEMNTARY MATHEMATICS COURSES**

*The present paper reviews the main lines of the concept of variable in elementary school. The didactic aspects of abstract thinking primary school pupils and the development of ideas about the variables, are revealed.*

**Keywords:** variable propaedeutics arithmetic, character symbols, expressions, variable, functional dependency, arithmetic task.

**П**остановка проблеми. На сучасному етапі багато вчителів знаходяться у творчих педагогічних пошуках, відходять від тих стандартів, які формувались десятиріччями. Час вимагає від них творчого підходу до своєї роботи. І це завдання повинно вирішуватися не лише в рамках запропонованої їм програми, але і за межами її змісту.

Завдання, що містять змінну і пов'язані з нею поняття, складають досить значний об'єм навчання з математики у середній школі і

відіграють суттєву роль у здійсненні зв'язку навчання математики з іншими предметами. Тому слід посилити увагу до формування уявлень про змінну вже на перших роках навчання дітей.

Елементи буквеної символіки передбачені програмою для початкових класів, повинні слугувати більш повному і глибокому розкриттю арифметичних понять, доведенню узагальнень, що формуються у початкових класах, до більш вищого рівня, створення передумов для успішного вивчення курсу алгебри. Введення поняття змінної

є вищим ступенем абстрагування і тому вимагає безперервної цілеспрямованої підготовки учнів.

Ці фактори обумовлюють актуальність дослідження.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Формування в учнів початкових класів уявлень про змінну тісно пов'язане з розвитком мислення школярів. Найбільш значні дослідження мислення молодших школярів, за кількістю охоплених в ньому аспектів, розгортались в рамках експериментальних систем навчання [2; 3; 7], направлених на виділення у навчанні умов, що сприяють досягненню дітьми відносно високого рівня сформованості мислинневої діяльності у порівнянні з тим, що вважалось типовим для дітей цього віку.

Така, наприклад, система експериментального навчання молодших школярів, побудована під керівництвом Л.В. Занкова [3]. Мета цієї системи полягала у встановленні умов загального психічного розвитку дітей, зокрема розвитку у них спостережливості, практичних дій і мислення.

Порівнюючи названі системи експериментального навчання у початкових класах треба відмітити, що не дивлячись на відмінності в уявленнях про основну лінію розвитку мислення молодших школярів – розгляд об'єкта пізнання у різних аспектах (Л.В. Занков), здійснення переносу і усвідомлення розумових дій [7] (А.І. Раєв), їх об'єднує направленість на керувану зміну, в основному, лише методів навчання для вивчення вказаного розвитку. Разом з тим, як показано Д.Б. Ельконіним [4, 68], головним фактором у розвитку мислення молодших школярів виступає зміст навчання. Виходячи з цієї тези були розроблені експериментальні навчальні програми для початкових класів середньої школи. В основі цих програм були уявлення А.Н. Леонтьєва [5] про основні типи діяльності, характерні для кожного періоду психічного розвитку; Д.Б. Ельконіна про періодизацію психічного розвитку людини, а також результати логіко-психологічного аналізу змісту навчальних програм початкової школи, що провів В.В. Давидов [2].

При цьому мета вивчення мислення полягала в тому, щоб встановити можливості його розвитку у молодших школярів. Передбачалось, що вже в цьому віці діти здатні виділяти не лише зовнішні зв'язки і відношення предметів та явищ, але і їх внутрішню закономірну стійку єдність, тобто, що у молодших школярів розвиток мислення полягає в переході від емпіричного мислення до теоретичного, що вникає в суть.

Визначальним фактором такого переходу є, згідно авторів експериментальних програм [3; 7],

зміна змісту початкового навчання, пов'язана з введення в навчальний матеріал теоретичних знань, дійсних понять замість емпіричних знань, загальних уявлень про об'єкти пізнання. Засвоєння теоретичних знань і загальних способів розв'язку практичних завдань передбачає організацію особливої навчальної діяльності, специфічною рисою якої є виявлення самими учнями під керівництвом вчителя умов походження і виникнення понять, зокрема пов'язаних із змінною [1; 8].

**Мета статті** – визначення дидактичних умов формування уявлень про змінну в молодших школярів у процесі вивчення математики та використання понять, пов'язаних із змінною для вдосконалення алгебраїчної пропедевтики учнів на початковому етапі навчання.

**Виклад основного матеріалу.** У процесі дослідження нами було розглянуто основні напрямки розвитку поняття змінної у початкових класах.

*1. Поняття про рівність і нерівність.* Порівняння двох множин предметів, чисел і числових виразів з використанням знаків “більше”, “менше”, “дорівнює”. Вправи на перехід від нерівностей до рівностей.

*2. Буквена символіка.* Використання букви для позначення невідомого компонента дій додавання та віднімання невідомого числа під час розв'язування задач.

*3. Математичні вирази.* Читання, записування, обчислення і порівняння числових (арифметичних) виразів.

*4. Рівняння і нерівності.* Розв'язування найпростіших рівнянь виду  $x+4=9$ ,  $7+x=10$ ,  $x-24=43$ ,  $48-x=18$  на основі залежності між компонентами і результатами дій додавання і віднімання.

*5. Складання числових формул і рівнянь при розв'язуванні задач.*

Задачі, розв'язування, яких приводить до складання таких рівнянь і числових формул, як  $x+7=12$ ,  $x-17=38$ ,  $43-x=10$ ,  $x=(5+7)+4$ ,  $x=17+(5+8)$ ,  $x=(17+13)-4$ ,  $x=18-(4+9)$ .

*6. Функціональна залежність.* Інтуїтивне усвідомлення учнями під час виконання арифметичних дій відповідності кожній парі чисел певного іншого числа. Спостереження за характером зміни результатів дій додавання і віднімання при зміні (збільшенні чи зменшенні) компонентів. Розкриття взаємозв'язку між окремими поняттями: числом, арифметичними діями, компонентами та результатами.

Поняття “вираз із змінною” займає важливе місце в курсі алгебри. Змінну розуміють як знак

(буква, символ), що може набувати деякої множини значень. Числа, які підставляють замість змінної у вираз, щоб виконати вказані у ньому дії, називаються допустимими значеннями змінної, а множина таких значень – областю визначення даного виразу.

Уявлення про вирази із змінними починають формувати ще з початкових класів. Методику опрацювання матеріалу поділяють на такі три складові [1]:

- формування і розвиток уявлення про вираз із змінною;
- розв'язування задач з буквеними даними;
- використання буквеної символіки для узагальнення знань.

Запровадження буквеної символіки – важлива сходинка на шляху оволодіння абстрактними поняттями математики. Перехід до виразів, що містять змінну – складне завдання. Розвиток уявлень про вираз із змінної включає підготовчу роботу, ознайомлення з буквеними позначеннями змінної та знаходження значень виразів із змінною.

Підготовкою до ознайомлення із змінною є вся система вправ на складання таблиць додавання й віднімання, яка використовується вже у дочисловий період навчання математики [8].

Рівняння і нерівності складають доволі значний об'єм навчального матеріалу з математики в середній школі і відіграють суттєву роль у здійсненні зв'язку навчання математики з іншими предметами. Тому треба приділити особливу увагу розвитку вмінь і навичок учнів молодших класів у розв'язуванні рівнянь і нерівностей. Однак традиційна методика обмежує ці можливості. З однієї сторони, розв'язання рівнянь і нерівностей розглядається окремо, а з другої сторони, існує два взаємно не пов'язаних між собою підходи до їх розв'язання: один базується на залежності між компонентами і результатами дій, а інший – на понятті рівносильності рівнянь і нерівностей. Крім того, нерівності і рівняння сприймаються дітьми як зовсім різні завдання, хоч алгоритм їх розв'язку майже співпадає. Перед нерівністю у дітей виникає певний страх, в той час як рівняння вони розв'язують легко. Отже, розв'язуванню нерівностей треба приділити таку ж увагу як і розв'язанню рівнянь.

На нашу думку, доцільно спільно розглядати розв'язування рівнянь і нерівностей на основі єдиного підходу до їх розв'язання у початковому курсі математики. Це дасть можливість не лише здійснити наступність у навчанні, але і реалізувати в оптимальному варіанті внутрішні і міжпредметні зв'язки в цьому розділі, підвищити якість навчання, зекономити навчальний час.

Важливим фактором у формуванні й засвоєнні основних понять, пов'язаних із змінною, становлять арифметичні задачі. Задачі становлять певний розділ програми, а з іншого – виступають як дидактичний засіб навчання, виховання і розвитку школярів. Процес розв'язування задач – складна аналітико-синтетична діяльність учнів. Тому кожна задача нової структури становить не тільки окрему мету навчання, а й засіб формування загального прийому роботи над задачею. Для кращого розуміння і засвоєння задачі недостатньо повторити умову і її питання. Завдання, які даються дітям при читанні задачі (“прочитай уважно умову, питання задачі, уяви собі те, про що говориться в задачі, подумай, про які величини йде мова у задачі”), важливо доповнити такими, як виділення шуканої величини і даних, встановлення взаємозв'язку між ними. Тим самим дітей готують не лише до арифметичного способу розв'язання задачі, але і до алгебраїчного. Робота над текстом задачі і при розв'язанні її алгебраїчним методом так само потрібна, як і при арифметичному розв'язанні. Вона сприяє більш глибокому розумінню, взаєморозумінню взаємозв'язку між величинами, розвиває здатність до узагальнення, абстрагування і конкретизації, а тому допомагає учням краще розв'язувати задачі [6].

У підручниках з математики для початкових класів є спеціальні задачі, що розв'язуються складанням рівнянь. Однак розв'язання цих задач у деяких учнів викликають труднощі, що впливають головним чином з нечіткого оволодіння учнями залежності між величинами і невмінням розв'язувати рівняння. Спостереження показали, що це відбувається з різних причин.

У деяких класах у незначній мірі використовується математична термінологія, зокрема, діти путають назви компонентів і результатів дій. Терміни ці мало вживаються як самими вчителями, так і учнями в процесі виконання вправ. Не уявляючи чітко, наприклад, де зменшуване, а де від'ємник, і не запам'ятавши назв різниці, учень нездатен застосувати правило знаходження невідомої шуканої величини під час розв'язання рівняння виду  $x - 7 = 10$ . Такі вправи є хорошою допомогою при складанні рівнянь, розв'язуючи задачі: в учнів розширюються уявлення про розмаїття способів словесного виразу зміни величини “на стільки-то”, “у стільки-то разів” в залежності від природи величин (вище, дорожче, важче, довше, та ін.), виробляється вміння виявляти вказану форму зміни величин у різних ситуаціях, виражати її на математичній мові.

**ФОРМУВАННЯ В УЧНІВ УЯВЛЕНЬ ПРО ЗМІННУ ВЕЛИЧИНУ  
ЯК ЧИННИК АЛГЕБРАЇЧНОЇ ПРОПЕДЕВТИКИ У ПОЧАТКОВОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ**

Вивчення змісту тексту задачі з метою виявлення величин і функціональних залежностей між ними є необхідним моментом при розв'язанні задач будь-яким способом. Для задач, що розв'язуються способом складання рівнянь, важливий крок – вибір невідомої величини. У задачах початкового курсу математики достатньо при цьому керуватися питанням задачі [6].

Розв'язання задач складанням рівнянь передбачає наявність в учнів певних вмій і навичок, передбачених програмою з математики 1 – 4 класів. До них відносяться: розв'язання рівнянь на основі взаємозв'язку між компонентами і результатами арифметичних дій; вміння читати і складати вирази; вміння розв'язувати задачі складанням виразів; знання взаємозв'язку між прямо пропорційними величинами.

**Висновки.** Формування початкових уявлень про змінну величину у молодших школярів є важливим аспектом алгебраїчної пропедевтики на цьому етапі навчання. В учнів формують поняття про рівність і нерівність, ознайомлюють їх з буквеною символікою, навчають правильно читати, записувати й обчислювати математичні вирази, розв'язувати задачі складанням числової формули або рівняння. На цій основі у дітей створюються початкові уявлення про функціональну залежність між величинами.

Ознайомлення із змінною повинно здійснюватися поступово, у певній системі, яка має місце у підручниках з математики для 1 – 4 класів.

Так, вперше з вправами, що мають безпосереднє відношення до розкриття поняття змінна, учні зустрічаються у 1 класі, коли вводяться завдання з “віконцями”, такі вправи варто супроводжувати малюнками. Згодом вводяться завдання з “віконцями” без ілюстрацій. Тут вже можна організувати роботу так, що вона забезпечуватиме підготовку до введення поняття змінна.

Важливим компонентом методики формування уявлень про змінну в початкових класах є введення буквеної символіки.

Формуванню поняття змінна повинна сприяти і робота над рівняннями та нерівностями. Єдиний підхід до їх розв'язання забезпечить розуміння букви як символу змінної. Завдяки цьому в більшій

мірі буде забезпечуватись наступність у роботі початкових і 5 – 6 класів школи. Причому, метод рівнянь варто застосовувати не стільки з метою розв'язування конкретних задач (бо їх можна розв'язати й арифметично), скільки для підготовки учнів до опанування цим алгебраїчним методом у старших класах.

На нашу думку, особливу увагу треба звернути на складання і розв'язування задач із змінною за короткими записами умов; до складання їх за готовими розв'язками, поданими у вигляді числового виразу чи формули. Щоб діти оволоділи прийомами складання задач за формулами, треба розв'язати з ними багато підготовчих вправ, поступово їх ускладнюючи. Варто використовувати і завдання протилежного характеру: до задач складати формули їх розв'язання. Таким чином, введення поняття змінної у початкових класах є значним етапом абстрагування і тому вимагає безперервної підготовки молодших школярів.

1. Богданович М.В. та ін. *Методика викладання математики в початкових класах: Навчальний посібник для студентів педагогічних навчальних закладів* / М. Богданович, М. Козак, Я. Коваль. – К.: “А.С.К.”, 1998. – 342 с.

2. Давыдов В.В. *Виды обобщений в обучении* / В. Давыдов. – М., 1972, 423 с.

3. Занков Л.В. *Проблема обучения и развития и ее исследование.* – В кн.: *Развитие учащихся в процессе обучения* / Л. Занков. – М.: Просвещение. – 1963. – 128 с.

4. Эльконин Д.Б. *Интеллектуальные возможности младших школьников и содержание обучения.* – В кн.: *Возрастные возможности усвоения знаний* / Д. Эльконин – М.: Просв. – 1996. – 268 с.

5. Леонтьев А.Н. *Деятельность. Сознание. Личность.* / А. Леонтьев. – М., 1975. – 235 с.

6. Назаренко, Н. *Розв'язання текстових задач алгебраїчним способом* / Н. Назаренко // *Початкова школа.* – 2011. – № 2. – С. 25 – 27.

7. Раев А.И. *Управление умственной деятельностью младшего школьника* / А. Раев – Л.: Знание. – 1976. – 134 с.

8. Шмирова Г.Г. *Поняття змінної у початковому курсі математики* / Г. Шмирова // *Початкова школа.* – 2008. – №4. – С. 29 – 33.

Стаття надійшла до редакції 17.06.2014

