7. *Hayek F.* The Present State of the debate, 1935.
8. *Hodson G. M*. Economies and Institutions. A Manifesto for a Modern Institutional Economies // Polity Press. — Cambridge, 1988.
9. *Kornai J*. The Soft Budget Constraint. — Kyklos, 1986.
10. *Shumpeter J. A* / Capitalism, Socialism and Democracy. — N.Y.: Harper and Brothers, 1942.

**УДК 330.4:519.86**

***С. В. Устенко***, д-р екон. наук,
ДВНЗ «КНЕУ імені Вадима Гетьмана»

# АНАЛІЗ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ФОНДООЗБРОЄННОСТІ НАУКОМІСТКИХ ВИРОБНИЧИХ СИСТЕМ

*АНОТАЦІЯ. Проведено чисельне моделювання та аналіз динамічної моделі оптимального керування економічним розвитком наукомістких виробничих систем з використанням методу штрафних функцій. Визначено допустимі міри неузгодженості штрафу в залежності від початкових значень фондоозброєності наукомісткої виробничої системи, які дозволяють провести термінові організаційно-інвестиційні заходи по забезпеченню функціонування окремих підприємств і виробничої системи в цілому.*

*SUMMARY. Numerical modeling and analysis of the dynamic model of optimal guidance of economical development of science intensive industrial systems using the method of penalty measures has been conducted. The tolerable limits of penalty inconsistency were set depending on the initial value of fund supplies of science intensive industrial system, which allow conducting the urgent organizational-investment measures on ensuring the functionality of individual enterprises and the industrial system as a whole.*

КЛЮЧОВІ СЛОВА. НВС — наукомістка виробнича система, ВФ — виробнича функція, метод штрафних функцій.

У роботі [1] розглянута модель функціонування наукомісткої виробничої системи (НВС), основу якої складають ресурсний, науково-виробничий, виробничий і ремонтно-сервісний модулі (підприємства):

$$\max_{c(t)} \int_0^{\infty} e^{-\delta t} U(c(t))dt, \tag{1}$$

$$\dot{k} = \alpha \Pi(k) - \mathrm{M}k, \tag{2}$$

$$k(0) = k_0, \;\; k(T) = k_1, \;\; t \in [0, T], \;\; k(t) = k^*,$$

$$f_0(k) \geq y_0, \tag{3}$$

де $U(c(t))$ — функція корисності від отриманого НВС чистого прибутку, $c(k_0, k^*, \alpha) = (1 - \sum_{i=1}^{4} \alpha_i(t))\Pi(k(t))$ — споживання, $\delta$ — параметр дисконтування, $\alpha$ — вектор часток інвестицій, $\Pi(k) = f(k) - B$ — прибуток, $B$ — видатки, М — діагональна матриця коефіцієнтів амортизації, $k$ — вектор фондоозброєності, $f(k)$, $f_0(k)$ — агреговані виробничі функції (ВФ), $y_0$ — мінімально необхідний рівень ремонтно-сервісного обслуговування. Вважається, що коли $\sum_{i=1}^{4} \alpha_i = 1$, то увесь прибуток іде на інвестиції і чистого прибутку немає, тобто $c(t) = (1 - \sum_{i=1}^{4} \alpha_i)\Pi(k) = 0$. При $\sum_{i=1}^{4} \alpha_i < 1$, $c(t) > 0$ чистий прибуток є і виробництво рентабельне.

Задача полягає в тому, щоб з початкової точки фондоозброєності $k_0$ НВС вийти на стаціонарну траєкторію, коли зберігається оптимальність $k = k^*$, а в кінці інтервалу перейти в кінцеву точку розвитку $k1$.

При розробці нової наукомісткої продукції НВС повинна займатись не тільки проектуванням, розробкою та серійним випуском, але й на певному етапі (після сертифікації наукомісткої продукції та після початку серійного виробництва) розпочати комплекс робіт, який пов’язаний з ремонтно-сервісним обслуговуванням.

Ретельний облік норм споживання певних ресурсів свідчить про необхідність використання в моделях НВС нелінійних обмежень як більш узгоджених з практикою. В моделі системи (1—3) це стосується фазового обмеження на ремонтно-сервісний модуль $f_0(k) \geq y_0$ (3), яке має три випадки:

1. $y_0 - f_0 = 0$ — коли потенціал НВС (фондоозброєність) відповідає необхідним рівням обсягів ремонтно-сервісного обслуговування $y_0 = y_{PC\min} + y_{PCcp}$;

2. $y_0 - f_0 < 0$ — коли фондоозброєність НВС ($f_0 > y_0$) перевищує мінімальний рівень обсягів ремонтно-сервісного обслуговування, і НВС ефективно функціонує;

3. $y_0 - f_0 > 0$ — коли фондоозброєність НВС ($f_0 < y_0$) недостатня для виконання ремонтно-сервісного обслуговування.

У подальшому будемо розглядати третій випадок обмеження (3), умовно його знімемо за рахунок введення функції штрафу [2, 3], а також проведемо аналіз забезпечення фондоозброєності НВС.

Припустимо, що треба мінімізувати (максимізувати) функцію $f(X), X \in \psi^N$, при обмеженнях [3]:

$$g_j(X) \geq 0, i = 1,2,..., J;$$

$$h_k(X), k = 1,2,..., K;$$

$$x_i^{(L)} \leq x_i \leq x_i^{(U)}, i = 1,2,..., N.$$

Вважають також, що для вектора $X^*$, який є розв'язком задачі, відоме деяке початкове наближення ($X^{(0)}$), яке може бути і недопустимим. За допомогою алгоритму методу штрафних функцій у просторі $\psi^N$ будують кінцеву послідовність точок $X^{(t)}$, яка починається із заданої і закінчується точкою $X^T$, яка є найкращим наближенням до точки $X^*$. За точки $X^{(t)}$ вибирають стаціонарні (особливі) точки штрафної функції — спеціально сконструйованої цільової функції допоміжної задачі безумовної оптимізації. Отже, за допомогою штрафної функції задача умовної оптимізації перетворюється на послідовність задач безумовної мінімізації.

Методи штрафних функцій класифікують відповідно до способів урахування обмежень-нерівностей. Якщо всі елементи послідовності $X^{(t)}$ є допустимими точками, то такі методи називають *методами внутрішньої точки,* якщо точки $X^{(t)}$ — недопустимі, то це *методи зовнішньої точки,* якщо в послідовності є точки обох типів, то говорять про *змішані методи.* Методи внутрішньої точки називають ще бар'єрними методами, оскільки в такому випадку штраф створює на межі допустимої області нескінченний бар'єр.

До алгоритмів оптимізації, які базуються на перетворенні задачі, що належить і до методу штрафних функцій, висувають низку вимог:

1. Розв'язок підзадач має наближатися до розв'язку вихідної задачі нелінійного програмування. Це означає, що алгоритм має передбачати перехід у нову проміжну точку тільки тоді, якщо це зумовлює покращення значення функції.

2. Складність мінімізації синтезованої функції $P(X, R) = f(X) + \lambda(R, g(X), h(X))$ має бути того самого порядку, що й для функції $f(X), X \in \psi^N$.

3. Правила обчислення $R^{(t+1)} = F(R^t)$ мають бути досить простими.

Штрафна функція визначається виразом

$$P(X, R) = f(X) + \tilde{\lambda}(R, g(X), h(X)),$$

де $R$ — набір штрафних параметрів, а так званий штраф $\tilde{\lambda}$ є функцією $R$ і функцій, що задають обмеження.

Для обмежень рівностей досить часто використовують лінійний, *квадратичний* або штраф вищої (парної) степені

$$\tilde{\lambda} = R\big(h(X)\big)^2.$$

Такий штраф запобігає відхиленню величини $h(X)$ від нуля в будь-який бік. Зі збільшенням $R$ стаціонарна точка відповідної штрафної функції $P(X, R)$ наближається до $X^*$ — умовного екстремуму вихідної функції.

Для обмежень-нерівностей застосовують декілька різних типів штрафів, наприклад *нескінченний бар'єр*. При цьому штраф має нульове значення в допустимій області і нескінченно велике значення — у недопустимих. У даному випадку можна формувати штраф у вигляді [3]:

$$\tilde{\lambda} = 10^{20} \sum_{j=J} \left| g_j(X) \right|.$$

До недоліків указаного типу штрафу у разі підходу з використанням зовнішніх точок у тому, що дуже важко оцінити відносні значення в двох або кількох точках, які знаходяться в недопустимій області, а отже, неможливо вибрати напрям руху до екстремуму.

Іншим типом штрафу, що має застосування при обмеженнях-нерівностях, *є логарифмічний*:

$$\tilde{\lambda} = -R \ln \left| g(X) \right|.$$

У такому випадку штраф додатний для всіх точок недопустимої області та від'ємний для внутрішніх точок. Від'ємних точок можна було б уникнути, обмеживши область визначення штрафу, але тоді результуюча цільова функція мала б розриви і не була б диференційованою.

Ще одним випадком штрафу є так званий штраф типу квадрата зрізання:

$$\lambda = R\langle g(X)\rangle^2,$$

де $\langle * \rangle$ — оператор:

$$\langle\beta\rangle = \begin{cases} \beta, & \beta \le 0, \\ 0, & \beta > 0. \end{cases}$$

Штраф квадрата зрізання — зовнішній і стаціонарні точки штрафної функції можуть виявитися недопустимими. З другого боку, недопустимі точки не створюють у цьому випадку додаткових складнощів порівняно з допустимими. Штраф типу квадрата зрізання досить зручний, оскільки синтезована штрафна функція існує і неперервна всюди. Обчислення проводять з додатними значеннями $R$.

У моделі (1—3) введемо функцію штрафу $\lambda(x)$ у вираз

$$\Pi(k) = f(k) - \ell\lambda(y_0 - f_0(k)) - B, \tag{4}$$

де $\lambda(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0; \\ x, & x > 0, \end{cases}$, $\ell$ — міра неузгодженості штрафу.

Тоді, якщо фондоозброєність ремонтно-сервісного модулю недостатня для виконання обслуговування $y_0 - f_0 > 0$, то буде враховуватись функція штрафу $\lambda(y_0 - f_0(k)) = y_0 - f_0(k)$, яка дозволить за рахунок міри неузгодженості $\ell$ ввести штрафні санкції для ремонтно-сервісного модуля НВС (або віднести ці видатки на загальний баланс всієї системи) та провести термінові організаційно-інвестиційні заходи в системі і безпосередньо в ремонтно-сервісному модулі, що дозволить у загальному випадку та при необхідності інтенсифікувати ремонтно-сервісну діяльність НВС. Слід відзначити, що штрафні санкції накладаються не самим НВС — розробником наукомісткої продукції, а зовнішніми підприємствами, які закупили її, експлуатують, і для якої укладені угоди по ремонтно-сервісному обслуговуванню.

## ***Приклад моделювання***

Введемо функцію штрафу (4) для моделювання траєкторій фондоозброєності (2) при $k_0 = (1{,}5{,}4{,}1)$, $k1 = k_i(T) = (5,\ 2,\ 40{,}10)$, заданих *T*, *N* та міри неузгодженості штрафу $\ell$.

Динамічна система, як і в моделі (1—3), виходить на магістраль, а потім — на задану кінцеву точку (рис. 1 і 2). Тут доцільно визначити допустимі значення міри неузгодженості штрафу для ремонтно-сервісного модулю при різних початкових та кінцевих значеннях фондоозброєності системи.

$n := 0 .. N - 1$

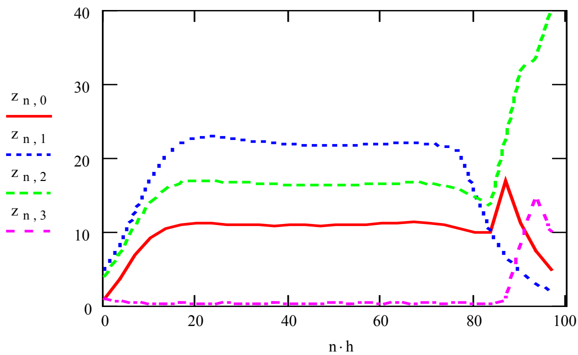


Рис. 1. Врахування штрафних санкцій при $\ell = 0{,}1$.
Результат моделювання $Z_{n,i} = k_i$ динамічної системи
при значеннях $T = 100$, $N = 30$, $k_0 = (1{,}5{,}4{,}1)$, $k1 = k_i(T) = (5,\ 2,\ 40, 10)$

$n := 0 .. N - 1$

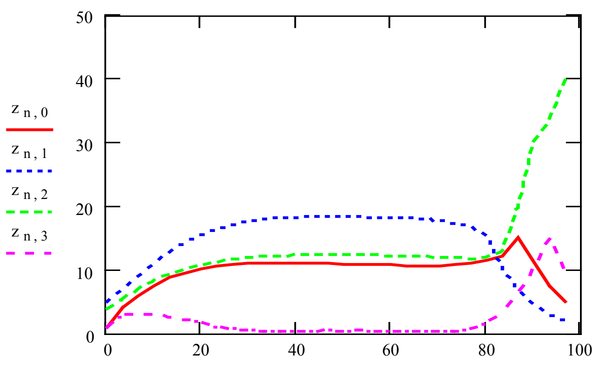


Рис. 2. Врахування штрафних санкцій при $\ell = 0{,}5$.
Результат моделювання $Z_{n,i} = k_i$ динамічної системи при значеннях
$T = 100$, $N = 30$, $k_0 = (1{,}5{,}4{,}1)$, $k1 = k_i(T) = (5,\ 2,\ 40, 10)$

За результатами моделювання динамічної системи (1—3) з урахуванням функції штрафу (4) можна зробити такі рекомендації та висновки:

1. При малих початкових значеннях фондоозброєності НВС (на порядок менші ніж кінцеві значення) допустимою мірою штрафу будуть значення від 0,05 до 0,25.

2. При великих початкових значеннях фондоозброєності НВС (на порядок більших ніж кінцеві точки) значення міри штрафу будуть допустимими від 1 до 2.

Дані результати можна пояснити таким чином. У формулі (4) значення штрафних санкцій є від'ємною величиною в загально-отриманому прибутку. І чим більшою вона буде, тим меншим буде прибуток. Тому, якщо міра неузгодженості штрафу буде значною величиною, яка є часткою від величини обсягів невиконання ремонтно-сервісного обслуговування $y_0 - f_0(k) > 0$ та ще у випадку, коли фондоозброєність недостатня, то динамічна система не зможе вийти за заданий період функціонування $T$ у режим ефективного інвестування за рахунок недостатньо-отриманого чистого прибутку. Тобто, у даному випадку значні штрафні санкції, які накладаються зовнішніми підприємствами значно знижують ефективність функціонування НВС. Коли ж початкові значення фондоозброєності достатні, то допустимі значення міри неузгодженості штрафу можна суттєво збільшувати, що і показують результати експерименту.

## ***Висновки***

Проведено чисельне моделювання та аналіз динамічної моделі оптимального керування економічним розвитком наукомістких виробничих систем з використанням методу штрафних функцій. Визначено допустимі міри неузгодженості штрафу в залежності від початкових значень фондоозброєності наукомісткої виробничої системи, які дозволяють провести термінові організаційно-інвестиційні заходи по забезпеченню функціонування окремих підприємств і виробничої системи в цілому.

## ***Література***

1. *Устенко С. В.* Розвиток наукомістких підприємств України: методи і моделі / С. В. Устенко // Моделювання та інформаційні системи в економіці. — 2008. — Вип. 77. — С. 25—38.

2. *Ульянченко О. В.* Дослідження операцій в економіці: [підручн. для студентів вузів] / О. В. Ульянченко. — Харк. нац. аграрн. ун-т ім. В. В. Докучаєва. — Харьків: Гриф, 2002. — 580 с.

3. *Степанов О. В*. Математичне моделювання та оптимізація: [навч. посіб.] / О. В. Степанов. — К.: ІВЦ «Видавництво Політехніка», 2004. — 112 с.

**УДК 519.863:330.44**

***І. М. Ляшенко***, д-р фіз.-мат. наук,
***А. М. Онищенко***, канд. екон. наук,
***І. М. Онищенко***, аспірант,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка

# УЗГОДЖЕННЯ ДЕТАЛІЗОВАНИХ ТА АГРЕГОВАНИХ МІЖГАЛУЗЕВИХ БАЛАНСІВ

*АНОТАЦІЯ. Дослідження економічних процесів на макрорівні оперує агрегованими показниками. Деталізовані показники визначаються на мікрорівні. Зв'язок між деталізованими та агрегованими показниками здійснюється на основі методів агрегування. Автори зупинились на вивченні методу точного агрегування та визначили можливості його застосування до статичних та динамічних міжгалузевих балансових моделей, дослідження яких дозволяє збалансувати виробничі потужності, випуск продукції та витрати на виробництво.*

*ANNOTATION. Studying of macroeconomic processes operates with the aggregated indexes. Disaggregated indexes are determined by microeconomic analysis. Interdependence between aggregated and disaggregated indexes is based on the aggregation methods. The authors deal with exact aggregation methods and denoted possibilities to use them to static and dynamic «input-output» Leontief models, studying of which allows us to balance producing capacity, output and cost of production.*

КЛЮЧОВІ СЛОВА. Економіко-математичне моделювання, точне агрегування, модель Леонтьєва.

## *Вступ*

Вивчення економічних показників вимагає від дослідника оперування значною кількістю даних, які в силу об'єктивних причин не можуть бути враховані у повному обсязі. Тому дослідник не може ефективно опрацювати їх без застосування надійних методів агрегування вхідної інформації.