органічними добривами. Тож необхідно створити неприбутковий кооператив по вирощуванню та переробці льону-довгунця, який повинен мати у своєму розпорядженні 4900 га ріллі. Цей кооператив має реалізувати товарної продукції на суму 18928 тис. грн, у тому числі від зернових — 7122, льоноволокна — 5519, насіння льону — 1372 тис. грн. Отриманий прибуток від реалізації продукції складає 6009 тис. грн, рентабельність — 52,48 % .

Отже, використання інформаційних технологій дає можливість суттєво підвищити економічну ефективність сільськогосподарських формувань, які спеціалізуються на вирощуванні та переробці льону-довгунця.

Література

1. Економіка: проблеми теорії та практики: Збірник наукових праць. Випуск 256: В 10 т. — T.V. — Дніпропетровськ: ДНУ, 2009. — 292 с.

2. *Вітлінський В. В., Великоіваненко Г. І.* Ризикологія в економіці та підприємництві: Монографія. — К.: КНЕУ, 2004. — 480 с.

3. *Онищенко О. М*. Оптимізація галузевої структури сільськогосподарських підприємств. — К.: Урожай, 1972. — 207 с.

Стаття надійшла до редакції 16.11.2010 р.

УДК: 336.717:336.713

Л. В. Іващенко, аспірант кафедри вищої математики при факультеті маркетингу,
ДВНЗ «КНЕУ імені Вадима Гетьмана»

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ НАДІЙНОГО ФУНКЦІОНУВАННЯ БАНКОМАТНОЇ МЕРЕЖІ КОМЕРЦІЙНОГО БАНКУ

АНОТАЦІЯ. У статті побудовано математичнау модель функціонування банкоматної мережі банку на прикладі окремого банкомата, за основу якої прийнята стохастична модель теорії масового обслуговування для поетапного обслуговування вимог.

Побудована математична модель дозволяє оцінити функціонування окремого банкомата (його завантаженість вимогами клієнтів) та ймовірність простою у результаті відсутності таких вимог, що може слугувати причиною для зміни місця розташування банкомата або встановлення іншого режиму функціонування для забезпечення максимально ефективного його використання.

Стаття є прикладом застосування діючого математичного апарату для більш точного прогнозування економічних результатів та підвищення ефективності діяльності банку.

ANNOTATION. ANNOTATION. In this article mathematic model of ATM network of commercial bank has been built for example of single ATM. As a basement of this model was taken stochastic model of the queuing theory for phased maintenance requirements. Built mathematic model allows to estimate functioning of single ATM (its functioning capacity by clients' requirements) and probability of downtime as a result of lack of them. This situation can be used for decision about change of placement of ATM or its working hours for best efficiency.
The article is an example of application of acting mathematic device for more accurate prognostication of economic results and increasing of efficiency of banking activities.

АННОТАЦИЯ. В статье построена математическая модель функционирования банкоматной сети банка на примере отдельного банкомата, за основу которой принята стохастическая модель теории массового обслуживания для поэтапного обслуживания требований.
Построенная математическая модель позволяет оценить функционирование отдельного банкомата (его загруженность требованиями клиентов) и вероятность простоя в результате отсутствия таких требований, что может служить причиной для смены места размещения банкомата или установления другого режима функционирования для обеспечения максимально эффективного его использования.
Статья является примером применения действующего математического аппарата для более точного прогнозирования экономических результатов и повышения эффективности деятельности банка.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: Стохастична модель теорії масового обслуговування для поетапного обслуговування вимог, стохастична модель для динамічного режиму роботи, стаціонарні ймовірності можливих станів системи.

Картковий бізнес — один з найприбутковіших напрямків роздрібного бізнесу. Оцінка його ефективності та пошук шляхів оптимізації є актуальним завданням для сучасного комерційного банку.

Сьогодні важко собі уявити сучасну фінансово-кредитну установу, яка б не прагнула здійснювати емісію та обслуговування платіжних карток, або розпочати розвивати цей напрямок у найближчий час. Про темпи розвитку карткових програм в українських банках свідчать наступні дані: станом на 01.01.2010 року в обігу перебувало 29,104 млн платіжних карток, емітованих українськими банками, інфраструктура з обслуговування платіжних карток налічувала 28,94 тис. банкоматів та 103,06 тис. платіжних терміналів [1].

Незважаючи на надзвичайно швидкі темпи розвитку карткового бізнесу в Україні, найпопулярнішою послугою, якою користуються держателі платіжних карток, залишається отримання готівки через банкомати. Так, частка таких операцій становить близько 90 % від загальної кількості операцій з платіжними картками, і цей показник протягом кількох останніх років практично не змінюється [1]. У зв'язку з цим особливої актуальності для комерційних банків набувають задачі оцінки якості банкоматів підвищення надійності та ефективності функціонування банкоматної мережі, що полягає у:

- збільшенні часу ефективної експлуатації банкоматів;
- збільшення кількості послуг, що надаються клієнтам у банкоматах;
- оптимізації використання готівкових коштів за допомогою прогнозування та моделювання;
- удосконалення процесів контролю за операціями, що здійснюються у банкоматах;
- зниження вартості інкасації банкоматів;
- здійснення моніторингу оперативних ризиків тощо;
- підвищення якості послуг, що надаються держателям платіжних карток у банкоматній мережі.

Проте на сьогодні більшість робіт, присвячених теорії і практиці здійснення банкоматних операцій, розглядають аспекти якісного функціонування карткових систем та питання кількісної оцінки ефективності та оптимізації режиму їх роботи. Питання математичного моделювання функціонування банкоматної мережі досі не розглядалися.

У зв'язку з цим, розробка такої математичної моделі і її використання для створення нових методів аналізу ефективності функціонування банкоматної системи є актуальною проблемою теорії і практики.

Задоволеність клієнта залежить, з одного боку, від складу послуг, які він може отримати у банкоматі, а з іншого — від доступності, власне, банкоматів, тобто розгалуженості власної банкоматної мережі банку та його участі в об'єднанні банкоматних мереж, режиму та якості роботи мережі у цілому (банкомати знаходяться у робочому режимі та у достатній кількості завантажені готівкою). Таким чином, задоволеність клієнта може бути визначена як ймовірність отримання необхідної послуги при зверненні до найближчого до клієнта банкомата [6, с. 34].

Отже, розглянемо більш детально роботу одного окремо взятого банкомата.

Клієнти надходять до банкомата у випадкові моменти часу, утворюючи потік вимог. Такому потоку вимог притаманні наступні властивості [2, с. 16]:

1. ймовірність надходження у систему (банкомат) і вимог у проміжок часу [0; *t*] дорівнює ймовірності надходження вимог у будь-який інший проміжок часу [*c*; *c* + t] такої ж тривалості (ординарність);

2. ймовірність надходження у систему (банкомат) і вимог після довільного моменту часу t_0 не залежить від того, коли і скільки вимог надійшло до цього моменту (відсутність післядії);

3. практично неможливе одночасне надходження вимог у систему (банкомат) більш ніж однієї вимоги.

Тобто, можна вважати, що вимоги, які надійшли у систему (банкомат) утворюють пуассонівський потік з параметром λ, який визначає щільність (інтенсивність) потоку вимог [8, с. 109].

Якщо розглянути процес обслуговування клієнтів у банкоматі, то, у спрощеному вигляді, можна умовно виділити наступні 3 етапи такого обслуговування, які проходить кожен клієнт:

1) клієнт вводить картку у картрідер банкомата, вводить ПІН-код (ідентифікація) та обирає необхідну операцію, її суму тощо (ініціалізація);

2) реакція процесінгового центру і банкомата на введену інформацію (перевірка балансу рахунку, отримання дозволу — авторизації емітента, підготовка банкоматом коштів до видачі тощо);

3) видача готівки або здійснення іншої операції, ініційованої клієнтом.

При цьому вимога може залишити систему на будь-якому з цих етапів з різних, у тому числі технічних, причин.

Час, який витрачається на кожному етапі обслуговування, є випадковою величиною, яка має експоненціальний закон розподілу ймовірностей [3, с. 247].

μ_{12} — інтенсивність обслуговування на першому етапі, після завершення якого починається другий етап;

μ_{23} — інтенсивність обслуговування на другому етапі, після завершення якого починається третій етап;

μ_{30} — інтенсивність обслуговування на третьому етапі, після завершення якого клієнт залишає систему (банкомат).

Для опису роботи банкомата пропонується наступна стохастична модель теорії масового обслуговування для поетапного обслуговування вимог, яка у загальному випадку для будь-якого моменту має такий вигляд:

$$
\begin{cases}
P'_{0(0,0,0)}(t) = -\lambda P_{0(0,0,0)}(t) + \mu_{30} P_{0(0,0,1)}(t) \\
P'_{0(1,0,0)}(t) = -(\lambda + \mu_{12}) P_{0(1,0,0)}(t) + \lambda P_{0(0,0,0)}(t) + \mu_{30} P_{1(0,0,1)}(t) \\
P'_{0(0,1,0)}(t) = -(\lambda + \mu_{23}) P_{0(0,1,0)}(t) + \mu_{12} P_{0(1,0,0)}(t) \\
P'_{0(0,0,1)}(t) = -(\lambda + \mu_{30}) P_{0(0,0,1)}(t) + \mu_{23} P_{0(0,1,0)}(t) \\
P'_{1(1,0,0)}(t) = -(\lambda + \mu_{12}) P_{1(1,0,0)}(t) + \lambda P_{0(0,0,0)}(t) + \mu_{30} P_{2(0,0,1)}(t) \\
P'_{1(0,1,0)}(t) = -(\lambda + \mu_{23}) P_{1(0,1,0)}(t) + \lambda P_{0(0,1,0)}(t) + \mu_{12} P_{1(1,0,0)}(t) \\
P'_{1(0,0,1)}(t) = -(\lambda + \mu_{30}) P_{1(0,0,1)}(t) + \lambda P_{0(0,0,1)}(t) + \mu_{23} P_{1(0,1,0)}(t) \\
P'_{2(0,0,1)}(t) = -(\lambda + \mu_{12}) P_{2(1,0,0)}(t) + \lambda P_{1(1,0,0)}(t) + \mu_{30} P_{3(0,0,1)}(t) \\
\qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
P'_{i_1-1(1,0,0)}(t) = -(\lambda + \mu_{12}) P_{i_1-1(1,0,0)}(t) + \lambda P_{i_1-2(1,0,0)}(t) + \mu_{30} P_{i_1(0,0,1)}(t) \\
P'_{i_1-1(0,1,0)}(t) = -(\lambda + \mu_{23}) P_{i_1-1(0,1,0)}(t) + \lambda P_{i_1-2(0,1,0)}(t) + \mu_{12} P_{i_1-1(1,0,0)}(t) \\
P'_{i_1-1(0,0,1)}(t) = -(\lambda + \mu_{30}) P_{i_1-1(0,0,1)}(t) + \lambda P_{i_1-2(0,0,1)}(t) + \mu_{23} P_{i_1-1(0,1,0)}(t) \\
P'_{i_1(1,0,0)}(t) = -\mu_{12} P_{i_1(1,0,0)}(t) + \lambda P_{i_1-1(1,0,0)}(t) \\
P'_{i_1(0,1,0)}(t) = -\mu_{23} P_{i_1(0,1,0)}(t) + \lambda P_{i_1-1(0,1,0)}(t) + \mu_{12} P_{i_1(1,0,0)}(t) \\
P'_{i_1(0,0,1)}(t) = -\mu_{30} P_{i_1(0,0,1)}(t) + \lambda P_{i_1-1(0,0,1)}(t) + \mu_{23} P_{i_1(0,1,0)}(t)
\end{cases} \qquad (1)
$$

Систему (1) можна записати у векторно-матричній формі

$$
\vec{P}'(t) = H\vec{P}(t) \qquad (2)
$$

де

$$
\vec{P}'(t) = \begin{pmatrix} P'_{0(0,0,0)}(t) \\ P'_{0(1,0,0)}(t) \\ P'_{0(0,1,0)}(t) \\ P'_{0(0,0,1)}(t) \\ \ldots \\ \ldots \\ P'_{i_1(1,0,0)}(t) \\ P'_{i_1(0,1,0)}(t) \\ P'_{i_1(0,0,1)}(t) \end{pmatrix}
$$

$$
\vec{P}(t) = \begin{pmatrix} P_{0(0,0,0)}(t) \\ P_{0(1,0,0)}(t) \\ P_{0(0,1,0)}(t) \\ P_{0(0,0,1)}(t) \\ \ldots \\ \ldots \\ P_{i_1(1,0,0)}(t) \\ P_{i_1(0,1,0)}(t) \\ P_{i_1(0,0,1)}(t) \end{pmatrix} \qquad (3)
$$

$$
H = \begin{pmatrix} -\lambda & 0 & 0 & \mu_{30} & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ \lambda & -(\lambda + \mu_{12}) & 0 & 0 & \ldots & \ldots & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{12} & -(\lambda + \mu_{12}) & 0 & \ldots & \ldots & 0 & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & 0 & -\mu_{30} \end{pmatrix}
$$

Тут:

$P_{0(0,0,0)}(t)$ — ймовірність того, що у момент часу t у системі відсутні вимоги (клієнти);

$P_{0(1,0,0)}(t)$ — ймовірність того, що у момент часу t у системі перебуває один клієнт (вимога), який проходить перший етап обслуговування;

$P_{0(0,1,0)}(t)$ — ймовірність того, що у момент часу t у системі перебуває один клієнт (вимога), який проходить другий етап обслуговування.

$P_{0(0;0,1)}(t)$ — ймовірність того, що у момент часу i у системі перебуває один клієнт (вимога), який проходить третій етап обслуговування;

$P_{i(1,0,0)}$ (t) — ймовірність того, що у момент часу 1 у системі у черзі на обслуговування перебуває i-вимог, і одна вимога проходить перший етап обслуговування;

$P_{i(0,1,0)}(t)$ та $P_{i(0,0,1)}(t)$ — ймовірності того, що у момент часу t: у системі у черзі на обслуговування перебуває i-вимог, і одна вимога проходить відповідно другий або третій етапи обслуговування.

Число вимог у черзі теоретично може змінюватися від 0 до i_1, де $i\pm$ – є максимально допустимою кількістю вимог у черзі. При $i = i$, вважається, що система не приймає вимог до обслуговування.

Як відомо з практики, банкомат одночасно може обслуговувати лише одного клієнта, тобто, під час обслуговування клієнта на будь-якому етапі, обслуговування клієнта, що перебуває у черзі, не здійснюється.

Слід наголосити, що

$$\det = 0 \tag{4}$$

Це випливає із умови нормування, яка повинна виконуватися для будь-якого моменту часу $t,$ а саме:

$$\sum_{i=0}^{i_1}\left(P_{i(1,0,0)}(t) + P_{i(0,1,0)}(t) + P_{i(0,0,1)}(t)\right) + P'_{0(0,0,0)} = 1 \tag{5}$$

$$\sum_{i=0}^{i_1}\left(P'_{i(1,0,0)}(t) + P'_{i(0,1,0)}(t) + P'_{i(0,0,1)}(t)\right) + P'_{0(0,0,0)} = 0 \tag{6}$$

Виконання умов (4) та (6) є основною ознакою того, що стохастична модель побудована вірно [4, с. 74].

На практиці нас, як правило, цікавить робота банкомата (системи) у стаціонарному режимі, тобто, коли

$$\vec{P}'(t) = 0 \tag{7}$$

У цьому випадку система диференційних рівнянь переходить у однорідну систему лінійних рівнянь:

$$H\vec{P} = 0. \tag{8}$$

Система (8) є сумісною, але невизначеною, тобто має безліч розв'язків.

Тому, якщо у системі рівнянь (8) будь-яке рівняння, наприклад, останнє, замінити умовою нормування (5):

$$\sum_{i=0}^{i_1}\left(P_{i(1,0,0)}(t) + P_{i(0,1,0)}(t) + P_{i(0,0,1)}(t)\right) + P'_{0(0,0,0)} = 1,$$

то отримаємо неоднорідну сумісну систему алгебраїчних рівнянь, яка у векторно-матричній формі набуде такого вигляду:

$$H^{*}\vec{P} = \vec{b}, \tag{9}$$

де

$$H^{*} = \begin{pmatrix} -\lambda & 0 & 0 & \mu_{30} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \lambda & -(\lambda+\mu_{12}) & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{12} & -(\lambda+\mu_{12}) & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & \dots & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{P} = \begin{pmatrix} P_{0(0,0,0)} \\ P_{0(1,0,0)} \\ P_{0(0,1,0)} \\ P_{0(0,0,1)} \\ \dots \\ \dots \\ P_{i_1(1,0,0)} \\ P_{i_1(0,1,0)} \\ P_{i_1(0,0,1)} \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix}$$

Стаціонарні ймовірності визначаються із рівняння (9):

$$\vec{P} = (H^{*})^{-1}\,\vec{b}. \tag{10}$$

Знайшовши компоненти вектора $\vec{P}$, можна обчислити всі необхідні числові характеристики для стаціонарного режиму роботи банкомата.

Розглянемо наступний приклад.

У результаті спостережень було виявлено, що середня довжина черги до банкомата становить 5 осіб, тобто $K_1 = 5$ [7, с. 59].

Стохастична модель для динамічного режиму роботи системи має такий вигляд:

$$
\begin{cases}
P'_{0(0,0,0)}(t) = -\lambda P_{0(0,0,0)}(t) + \mu_{30} P_{0(0,0,1)}(t) \\
P'_{0(1,0,0)}(t) = -(\lambda + \mu_{12}) P_{0(1,0,0)}(t) + \lambda P_{0(0,0,0)} \\
P'_{0(0,1,0)}(t) = -(\lambda + \mu_{23}) P_{0(0,1,0)}(t) + \mu_{12} P_{0(1,0,0)}(t) \\
P'_{0(0,0,1)}(t) = -(\lambda + \mu_{30}) P_{0(0,0,1)}(t) + \mu_{23} P_{0(0,1,0)}(t) \\
P'_{1(1,0,0)}(t) = -(\lambda + \mu_{12}) P_{1(1,0,0)}(t) + \lambda P_{0(0,0,0)}(t) + \mu_{30} P_{2(0,0,1)}(t) \\
P'_{1(0,1,0)}(t) = -(\lambda + \mu_{23}) P_{1(0,1,0)}(t) + \lambda P_{0(0,1,0)}(t) + \mu_{12} P_{1(1,0,0)}(t) \\
P'_{1(0,0,1)}(t) = -(\lambda + \mu_{30}) P_{1(0,0,1)}(t) + \lambda P_{0(0,0,1)}(t) + \mu_{23} P_{1(0,1,0)}(t) \\
P'_{2(0,0,1)}(t) = -(\lambda + \mu_{12}) P_{2(1,0,0)}(t) + \lambda P_{1(1,0,0)}(t) + \mu_{30} P_{3(0,0,1)}(t) \\
P'_{2(0,1,0)}(t) = -(\lambda + \mu_{23}) P_{2(0,1,0)}(t) + \lambda P_{1(0,1,0)}(t) + \mu_{12} P_{2(1,0,0)}(t) \\
P'_{2(0,0,1)}(t) = -(\lambda + \mu_{30}) P_{2(0,0,1)}(t) + \lambda P_{1(0,0,1)}(t) + \mu_{23} P_{2(0,1,0)}(t) \quad (11) \\
P'_{3(0,0,1)}(t) = -(\lambda + \mu_{12}) P_{3(1,0,0)}(t) + \lambda P_{2(1,0,0)}(t) + \mu_{30} P_{4(0,0,1)}(t) \\
P'_{3(0,1,0)}(t) = -(\lambda + \mu_{23}) P_{3(0,1,0)}(t) + \lambda P_{2(0,1,0)}(t) + \mu_{12} P_{3(1,0,0)}(t) \\
P'_{3(0,0,1)}(t) = -(\lambda + \mu_{30}) P_{3(0,0,1)}(t) + \lambda P_{2(0,0,1)}(t) + \mu_{23} P_{3(0,1,0)}(t) \\
P'_{4(1,0,0)}(t) = -(\lambda + \mu_{12}) P_{4(1,0,0)}(t) + \lambda P_{3(1,0,0)}(t) + \mu_{30} P_{5(0,0,1)}(t) \\
P'_{4(0,1,0)}(t) = -(\lambda + \mu_{23}) P_{4(0,1,0)}(t) + \lambda P_{3(0,1,0)}(t) + \mu_{12} P_{4(1,0,0)}(t) \\
P'_{4(0,0,1)}(t) = -(\lambda + \mu_{30}) P_{4(0,0,1)}(t) + \lambda P_{3(0,0,1)}(t) + \mu_{23} P_{4(0,1,0)}(t) \\
P'_{5(1,0,0)}(t) = -\mu_{12} P_{5(1,0,0)}(t) + \lambda P_{4(1,0,0)}(t) \\
P'_{5(0,1,0)}(t) = -\mu_{23} P_{5(0,1,0)}(t) + \lambda P_{4(0,1,0)}(t) + \mu_{12} P_{5(1,0,0)}(t) \\
P'_{5(0,0,1)}(t) = -\mu_{30} P_{5(0,0,1)}(t) + \lambda P_{4(0,0,1)}(t) + \mu_{23} P_{5(0,1,0)}(t)
\end{cases}
$$

Для стаціонарного режиму роботи системи стохастична модель (11) набуде такого вигляду:

$$
\begin{cases}
0 = -\lambda P_{0(0,0,0)} + \mu_{30} P_{0(0,0,1)} \\
0 = -(\lambda + \mu_{12}) P_{0(1,0,0)} + \lambda P_{0(0,0,0)} + \mu_{30} P_{1(0,0,1)} \\
0 = -(\lambda + \mu_{23}) P_{0(0,1,0)} + \mu_{12} P_{0(1,0,0)} \\
0 = -(\lambda + \mu_{30}) P_{0(0,0,1)} + \mu_{23} P_{0(0,1,0)} \\
0 = -(\lambda + \mu_{12}) P_{1(1,0,0)} + \mu_{30} P_{2(0,0,1)} + \lambda P_{0(1,0,0)} \\
0 = -(\lambda + \mu_{23}) P_{1(0,1,0)} + \mu_{12} P_{1(1,0,0)} + \lambda P_{0(0,1,0)} \\
0 = -(\lambda + \mu_{30}) P_{1(0,0,1)} + \mu_{23} P_{1(0,1,0)} + \lambda P_{0(0,0,1)} \\
0 = -(\lambda + \mu_{12}) P_{2(1,0,0)} + \mu_{30} P_{3(0,0,1)} + \lambda P_{1(1,0,0)} \\
0 = -(\lambda + \mu_{23}) P_{2(0,1,0)} + \mu_{12} P_{2(1,0,0)} + \lambda P_{1(0,1,0)} \qquad (12) \\
0 = -(\lambda + \mu_{30}) P_{2(0,0,1)} + \mu_{23} P_{2(0,1,0)} + \lambda P_{1(0,0,1)} \\
0 = -(\lambda + \mu_{12}) P_{3(1,0,0)} + \mu_{30} P_{4(0,0,1)} + \lambda P_{2(1,0,0)} \\
0 = -(\lambda + \mu_{23}) P_{3(0,1,0)} + \mu_{12} P_{3(1,0,0)} + \lambda P_{2(0,1,0)} \\
0 = -(\lambda + \mu_{30}) P_{3(0,0,1)} + \mu_{23} P_{3(0,1,0)} + \lambda P_{2(0,0,1)} \\
0 = -(\lambda + \mu_{12}) P_{4(1,0,0)} + \mu_{30} P_{5(0,0,1)} + \lambda P_{3(1,0,0)} \\
0 = -(\lambda + \mu_{23}) P_{4(0,1,0)} + \mu_{12} P_{4(1,0,0)} + \lambda P_{3(0,1,0)} \\
0 = -(\lambda + \mu_{30}) P_{4(0,0,1)} + \mu_{23} P_{4(0,1,0)} + \lambda P_{3(0,0,1)} \\
0 = -\mu_{12} P_{4(1,0,0)} + \lambda P_{4(1,0,0)} \\
0 = -\mu_{23} P_{5(0,1,0)} + \mu_{12} P_{5(1,0,0)} + \lambda P_{4(0,1,0)} \\
0 = -\mu_{30} P_{5(0,0,1)} + \mu_{23} P_{1(0,1,0)} + \lambda P_{4(0,0,1)}
\end{cases}
$$

У векторно-матричній формі система (12) буде мати наступний вигляд: $H\vec{P} = 0$.

Стохастична модель для стаціонарного режиму роботи системи являє собою однорідну систему алгебраїчних рівнянь, яка є сумісною (det(H) = 0), але не визначеною. Тому, замінюючи будь-яке рівняння системи (12), наприклад, останнє на умову нормування (5), отримаємо неоднорідну сумісну систему алгебраїчних рівнянь, яку у векторно-матричній формі можна записати як:

$$H \cdot \vec{P} = \vec{b}$$

Стаціонарний вектор ймовірностей $\bar{P}$ легко знайти з рівняння:

$$\vec{P} = (H)^{-1}\vec{b} \qquad (13)$$

де $(H^*)^{-1}$ – обернена матриця до H^*.

Визначимо стаціонарні ймовірності для усіх можливих станів системи, виходячи з того, що[1]:

$\lambda = 1{,}04\left[\frac{1}{хв.}\right]$, $\mu_{12} = 3{,}24\left[\frac{1}{хв.}\right]$, $\mu_{23} = 2{,}51\left[\frac{1}{хв.}\right]$, $\mu_{30} = 3{,}96\left[\frac{1}{хв.}\right]$

У результаті, стаціонарні ймовірності для усіх можливих станів системи мають такі числові значення:

$P_{0(0,0,0)} = 0{,}153795$	$P_{0(1,0,0)} = 0{,}088351$
$P_{0(0,1,0)} = 0{,}080701$	$P_{0(0,0,1)} = 0{,}040507$
$P_{1(0,0,1)} = 0{,}076041$	$P_{1(0,1,0)} = 0{,}093139$
$P_{1(0,0,1)} = 0{,}55195$	$P_{2(1,0,0)} = 0{,}053027$
$P_{2(0,1,0)} = 0{,}075768$	$P_{2(0,0,1)} = 0{,}049538$
$P_{3(1,0,0)} = 0{,}304730$	$P_{3(0,1,0)} = 0{,}053958$
$P_{3(0,0,1)} = 0{,}037411$	$P_{4(1,0,0)} = 0{,}017245$
$P_{4(0,1,0)} = 01{,}03586$	$P_{4(0,0,1)} = 0{,}023645$
$P_{5(1,0,0)} = 0{,}005540$	$P_{5(0,1,0)} = 0{,}020281$
$P_{5(0,0,1)} = 0{,}009532$	

При цьому ймовірності втрати вимог системою

$$P_{K_1} = P_{K_1(1,0,0)} + P_{K_1(0,1,0)} + P_{K_1(0,0,1)}$$

Для $K_1 = 5$, маємо:

$$P_5 = P_{5(1,0,0)} + P_{5(0,1,0)} + P_{5(0,0,1)} = 0{,}035353$$

що складає 3,5 % від вимог, що надходять до системи.

Математичне сподівання числа вимог, які перебувають у системі визначимо як:

---

[1] використані експериментальні дані

$$M = \sum_{K=0}^{s} (K+1)\,(P_{K(1.0.0)} + P_{K(0.1.0)} + P_{K(0.0.1)}) = 2{,}272248\,.$$

Отже, середнє число вимог у системі буде складати приблизно 2,272.

Довжину черги обчислимо як:

$$\mathbf{Le} = M - \frac{\lambda}{\mu_{12} + \mu_{23} + \mu_{30}} = 2{,}272 - 0{,}1073 = 2{,}1647$$

Ймовірність того, що система простоює внаслідок відсутності вимог буде становити

$P_{0(0.0.0)} = 0{,}153795$, тобто 15,38% часу.

Отже, побудована математична модель дозволяє оцінити функціонування окремого банкомата (його завантаженість вимогами клієнтів) та ймовірність простою у результаті відсутності таких вимог, що може слугувати причиною для зміни місця розташування банкомата або встановлення іншого режиму функціонування для забезпечення максимально ефективного його використання.

Література

1. Дані з офіційного сайту Національного банку України www.bank.gov.ua/PL-syst/Charge_card.html

2. *Саульев В. К.* Математические модели теории массового обслуживания. — М.: Статистика, 1975. — С. 96.

3. *Жлуктенко В. І., Наконечний С. І.* Теорія ймовірності і математична статистика, Частина І. — К.: КНЕУ, 2000. —303 с.

4. *Клейнрок Л.* Теория массового обслуживания. — М.: Машиностроение, 1979. —432 с.

5. *Томашевський В. М.* Моделювання систем. — К. Видавнича група ВНУ, 2005. —352 с.

6. *Авербух О.* Качество работы банкоматной сети: как и чем его измерить? // Журнал ПЛАС. Платежи, системи, карточки. — 2004. — №1. — С. 348.

7. *Васин Н. С.* Статистическое моделирование функционирования банкоматнїх систем // Финансы и кредит. — 2006. — №4. — С. 56—61.

8. *Четыркин Е. М., Калихман И. Л.* Вероятность и статистика. — М.: Финансы и статистика, 1985. —319 с.

Стаття надійшла до редакції 17.11.2010 р.

УДК 334.027

О. М. Манжура,
Класичний приватний університет

МОДЕЛЮВАННЯ РОЗПОДІЛУ ВИТРАТ ТА НАДБАВКИ МІЖ ПІДПРИЄМСТВОМ-ВИРОБНИКОМ ТА ЗБУТОВИМ ПОСЕРЕДНИКОМ

АНОТАЦІЯ. Обґрунтовано підходи до моделювання розподілу затрат та доданої вартості між власниками виробничого та торгового капіталів. Проведено критичний аналіз існуючих збутових структур на вітчизняних підприємствах. Запропоновано модель, яка дозволяє досягти компромісу інтересів виробника та посередника.

АННОТАЦИЯ. Обосновано походы к моделированию распределения издержек и добавочной стоимости между собственниками производственного и торгового капитала. Проведен анализ существующих структур сбыта, которые применяются на отечественных предприятиях. Предложено модель, которая позволяет достичь компромисса интересов производителя и посредника.

ANNOTATION. Grounded going is near the design of distributing of expenses and added value between the proprietors of production and point-of-sale capitals. The walkthrough of existent sale structures is conducted on domestic enterprises. A model which allows to attain the compromise of interests of producer and mediator is offered.

Актуальність

Основними причинами, що обумовлюють використання посередників підприємством при збуті своєї продукції, є оптимізація та мінімізація витрат. Посередники за допомогою професійного досвіду можуть забезпечити широку доступність товару та доведення його до цільових ринків за менших витрат та з більшою ефективністю, але претендують на частину надбавки підприємства. Тому актуальним є визначення оптимальної структури збутової мережі й такого розподілу витрат та надбавки, які враховують інтереси і потреби виробника і посередника збуту.

Дослідженню діяльності збутових мереж присвячені численні праці українських та зарубіжних учених, зокрема Волгина В. В. [3], Берсуцької О.А. [4], Новікова Д.А. [5] та багатьох інших. Але в наукових роботах при аналізі соціально-економічних структур увага надається підвищенню ефективності управління, а не забезпеченню життєздатності системи.